



THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

Mention : Sciences de la matière

Spécialité : Milieux dilués et optique

École Doctorale SICMA

présentée par

Matthieu DUBREUIL

Préparée au

Laboratoire de Spectrométrie et
Optique Laser (EA938)

Développement d'un polarimètre de Mueller instantané par codage en longueur d'onde. Application à la caractérisation de cristaux liquides ferroélectriques.

Thèse soutenue le 10/12/10 devant le jury composé de :

Vincent DEVLAMINCK

Rapporteur, LAGIS, Université de Lille 1 / *professeur*

Marc WARENGHEM

Rapporteur, UCCS, Université d'Artois / *professeur*

Claude AMRA

Examineur, Institut Fresnel / *directeur de recherche CNRS*

Laurent DUPONT

Examineur, Telecom Bretagne / *professeur*

Antonello DE MARTINO

Président du jury, LPICM, Ecole polytechnique / *directeur de recherche CNRS*

Bernard LE JEUNE

Directeur, LSOL, Université de Bretagne Occidentale / *professeur*

Sylvain RIVET

Co-directeur, LSOL, Université de Bretagne Occidentale / *Maître de conférences*

Bruno BOULBRY

Membre invité, Société SOPRALAB / *Docteur*

Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué au Laboratoire de Spectrométrie et Optique Laser (EA 938), à l'UFR Sciences et Techniques de l'Université de Bretagne Occidentale, à Brest.

Je tiens à souligner que l'ambiance saine qui règne dans ce laboratoire, ainsi que la qualité des membres qui le compose, a sans aucun doute été une des clés de la réussite de ce travail.

Je remercie en premier lieu mon directeur de thèse Bernard LE JEUNE, directeur du LSOL, de m'avoir permis d'effectuer cette thèse dans d'excellentes conditions, et pour sa gentillesse, sa disponibilité et son aide tout au long de cette période.

Je remercie vivement mon co-directeur de thèse Sylvain RIVET, avec qui j'ai travaillé au quotidien, et qui, outre le fait d'avoir encadré de près le travail, m'a formé à la recherche scientifique. A ses côtés, j'ai énormément appris et j'espère un jour devenir aussi créatif, inspiré et avoir autant d'intuition. Nous avons passé trois années dans le même bureau et notre collaboration a vraiment été très agréable.

Je tiens à remercier les membres du jury: Messieurs Marc WARENGHEM et Vincent DEVLAMINCK pour avoir accepté de rapporter sur le manuscrit, et Messieurs Claude AMRA et Bruno BOULBRY pour avoir examiné le travail.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Antonello DE MARTINO, qui, malgré les circonstances, m'a fait l'immense honneur de présider ce jury.

Je remercie spécialement Monsieur Laurent DUPONT pour m'avoir fourni les échantillons qui ont été étudiés durant cette thèse (cristaux liquides ferroélectriques), pour les discussions et l'aide qu'il a pu me fournir pour l'interprétation des résultats, pour sa confiance, et pour son intérêt à l'avancement des travaux. Grâce à lui, le travail sur le développement instrumental a non seulement pu être valorisé, mais des études passionnantes ont pu être menées pour mieux comprendre ces dispositifs.

Je salue bien sûr tous les membres du LSOL que j'ai côtoyés: Fabrice PELLEN, Guy LE BRUN, Yann LE GRAND, Jack CARIOU, Guy ZION, Loïc MARTIN, Paul LEMAILLET, Ranna NASSIF, David SEVRAIN, Vincent JEZEQUEL et Philippe BABILOTTE.

Je remercie également les chimistes du programme LYOPO (Yves LIJOUR, Philippe GIAMARCHI et Alain LE BIHAN) avec qui j'ai partagé une partie du matériel expérimental, et qui m'ont permis de résoudre quelques problèmes.

J'ai une forte pensée pour ma famille qui m'a soutenu durant cette période et à Camille qui m'a supporté en fin de thèse, et j'espère qu'au bout de trois années d'explications mon grand-père a enfin compris ce que je faisais.

Je termine avec une spéciale dédicace à tous mes amis qui ont contribué au fait que cette période de ma vie a été très agréable: Stephs, Ben et Daphné, Jim et Louise, Guignol, Briec, Vinc, Chantal, Isa, Arnaud, Max, Sylvain, les thésards du LabSticc (trop nombreux pour être tous cités...) et du département de physique, les joueurs des équipes de volley de Quimper, St Renan et Guipavas, et tous ceux que je n'ai pas cités mais que je n'oublie pas.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

Chapitre I: Notions sur les phénomènes liés à l'état de polarisation des ondes lumineuses

Introduction.....	9
1- Formalismes de la polarisation.....	10
1.1- La polarisation de la lumière.....	10
1.2- Le formalisme de Jones.....	11
1.3- Le formalisme de Stokes-Mueller.....	13
2- Interprétation des matrices de Mueller.....	15
2.1- Critère de physicité.....	15
2.2- Eléments optiques simples.....	16
2.2.1- Elément dichroïque.....	16
2.2.2- Elément déphaseur.....	18
2.2.3- Elément dépolarisant.....	20
2.3- Décomposition des matrices de Mueller.....	22
2.3.1- Milieu non-dépolarisant: matrice de Mueller-Jones.....	22
2.3.2- Milieu dépolarisant: décomposition de Lu et Chipman.....	24
2.3.3- Autres formes de décomposition en produit.....	27
2.3.3.1- Décompositions "forward" et "reverse".....	27
2.3.3.2- Décomposition symétrique.....	27
2.3.4- Décompositions en somme.....	28
2.4- Evaluation et filtrage du bruit expérimental.....	30
2.5- Conclusions.....	30
3- Techniques expérimentales relatives à la polarimétrie de Mueller.....	31
3.1- Principes généraux des polarimètres de Mueller.....	31
3.2- Présentation de quelques configurations existantes.....	33
3.3- Méthodes de génération et d'analyse d'états de polarisation.....	35
3.4- Conclusions.....	36
Conclusion.....	37

Chapitre II: Le polarimètre de Mueller instantané

Introduction.....	41
1- Présentation du polarimètre.....	42
1.1- Principe du polarimètre instantané.....	42
1.1.1- Principe du codage en longueur d'onde.....	42
1.1.2- Calcul de la matrice de Mueller dans la configuration $(e, e, 5e, 5e)$	44
1.2- Montage expérimental dans la configuration $(e, e, 5e, 5e)$	47
2- Erreurs systématiques associées au polarimètre.....	48
2.1- Erreurs liées au système de détection.....	49
2.1.1- Fonction réponse du détecteur.....	49
2.1.2- Influence de l'enveloppe du signal.....	52
2.1.3- Autres influences du système de détection.....	54
2.2- Erreurs liées au milieu d'étude.....	54
2.2.1- Réflexions multiples dans le milieu.....	54
2.2.2- Evolution des m_{ij} en longueur d'onde: limite de validité du polarimètre...57	
2.3- Erreurs liées aux éléments du PSG et PSA.....	58
2.3.1- Erreurs d'alignements... ..	58
2.3.2- Epaisseur des lames de calcite.....	61
2.3.3- Dichroïsme des lames de calcite.....	63
2.4- Expression du déphasage en fonction de la longueur d'onde.....	64
2.4.1- Influence de la dérive en fréquence.....	64
2.4.2- Influence du fenêtrage.....	65
2.5- Conclusions.....	66
3- Procédure de correction des phases.....	66
3.1- Traitement numérique du signal.....	66
3.2- Procédure de détermination des phases.....	69
3.2.1- Expression du signal $I(\lambda)$ avec les erreurs.....	69
3.2.2- Procédure d'extraction des phases.....	70
3.2.3- Choix des milieux étalons.....	72
3.2.4- Limite des erreurs d'épaisseurs	74
3.3- Validation sur des échantillons de référence.....	75
3.3.1- Mesure à vide: influence des corrections.....	75
3.3.2- Polariseur linéaire.....	76
3.3.3- Biréfringent linéaire.....	76
3.3.4- Biréfringent circulaire.....	79
3.4- Conclusions.....	79
4- Stabilisation du polarimètre.....	80
4.1- Influence de la température.....	81
4.2- Stabilisation de la dérive due à la température.....	83
4.3- Stabilisation par rapport aux contraintes appliquées à la fibre.....	87
4.4- Conclusions.....	88

5- Optimisation du polarimètre.....	89
5.1- Optimisation de la configuration d'épaisseur des lames.....	89
5.1.1- Position du problème.....	89
5.1.2- Critère d'optimisation: Equally Weighted Variance (<i>EWV</i>).....	90
5.1.3- Simulation de différentes configurations.....	91
5.2- Polarimètre instantané à deux voies de détection.....	94
5.2.1- Principe.....	94
5.2.2- Sensibilité aux erreurs aléatoires.....	96
5.2.3- Sensibilité aux erreurs systématiques associées aux lames de calcite.....	96
5.2.4- Correction du signal $s(\lambda)$	98
5.2.4.1- Cas d'un milieu non dichroïque.....	98
5.2.4.2- Cas d'un milieu dichroïque.....	99
5.3- Conclusions.....	100
Conclusion.....	101

Chapitre III: Application de la polarimétrie de Mueller instantanée à la caractérisation de cristaux liquides ferroélectriques

Introduction.....	105
1- Les cristaux liquides.....	106
1.1- Généralités.....	106
1.2- Différents types de cristaux liquides.....	107
1.2.1- Les nématiques.....	107
1.2.2- Les smectiques.....	108
1.2.2.1- Les smectiques A.....	109
1.2.2.2- Les smectiques C.....	109
2- Les cristaux liquides smectiques ferroélectriques.....	111
2.1- Polarisation spontanée.....	111
2.2- Le dispositif SSFLC (Surface-Stabilized Ferroelectric Liquid Crystal).....	112
2.2.1- Principe.....	112
2.2.2- Description.....	113
2.2.3- Caractéristiques électro-optiques.....	114
2.3- Distribution des molécules dans une cellule SSFLC.....	115
2.3.1- Interactions dans une cellule SSFLC.....	116
2.3.1.1- Energie élastique.....	116
2.3.1.2- Energie électrique.....	116
2.3.1.3- Energie de surface.....	117
2.3.1.4- Energie totale du système.....	117
2.3.1.5- Minimisation de l'énergie: principe d'Euler-Lagrange.....	118
2.3.1.6- Evolution dynamique de la distribution.....	120
2.3.1.7- Conclusions.....	121
2.3.2- Cas d'une distribution uniforme.....	121
2.3.3- Cas d'une distribution non-uniforme.....	123

2.4- Méthodes existantes de caractérisation des SSFLC.....	125
3- Exploitation de la matrice de Mueller dans le cas d'une cellule SSFLC.....	126
3.1- Choix de la décomposition.....	126
3.2- Paramètres optiques étudiés.....	127
3.2.1- Retardance.....	127
3.2.2- Dépolarisation.....	128
3.3- Matrice de Mueller associée à une distribution $\phi(z)$	128
3.3.1- Principe.....	128
3.3.2- Paramètres optiques dans le cas d'une distribution uniforme.....	130
3.3.3- Paramètres optiques dans le cas d'une distribution non-uniforme.....	130
3.3.3.1- Non-uniformité en profondeur.....	130
3.3.3.2- Non-uniformité dans le plan de la cellule.....	131
3.4- Exploitation des paramètres optiques expérimentaux.....	133
3.5- Conclusions.....	134
4- Caractérisation statique en un point de la cellule SSFLC.....	134
4.1- Le cristal liquide Felix 015/100.....	134
4.2- Résultats expérimentaux.....	135
4.3- Prise en compte de la géométrie en chevrons des couches smectiques.....	137
4.3.1- Structure en chevrons.....	137
4.3.2- Modification des termes énergétiques.....	139
4.3.3- Simulations des distributions $\phi(z)$ en fonction de la tension.....	140
4.3.4- Comportement des paramètres optiques simulés.....	142
4.4- Interprétation de résultats expérimentaux dans le cadre d'un modèle uniforme.....	143
4.4.1- Caractéristiques accessibles dans le cadre du modèle uniforme.....	143
4.4.2- Interprétation de résultats expérimentaux.....	144
4.5- Conclusions.....	147
5- Caractérisation statique en différentes zones de la cellule SSFLC.....	147
5.1- Principe d'obtention de l'image.....	147
5.2- Images codées avec les paramètres polarimétriques.....	149
5.3- Interprétation des résultats: structure des couches smectiques.....	151
5.4- Diffraction par les stripes.....	152
5.4.1- Structure en stripes.....	152
5.4.2- Corrélation des figures de diffraction avec les images.....	153
5.4.3- Influence sur les paramètres optiques expérimentaux.....	154
5.5- Conclusions.....	156
6- Comportements dynamiques dans la cellule SSFLC.....	157
6.1- Principe de la mesure.....	157
6.2- Dynamique d'une transition "up" / "down" et répétabilité.....	157
6.3- Corrélation des dynamiques avec l'étude statique.....	159
6.4- Interprétation des comportements dynamiques.....	162
6.4.1- Ajustement avec les modèles uniforme / non-uniforme.....	162
6.4.2- Trajectoire du directeur pendant la transition.....	163
6.4.3- Comportement réversible des couches smectiques.....	165
6.5- Conclusions.....	167

7- Caractérisation d'une cellule SSFLC stabilisée par du polymère.....	167
7.1- Stabilisation par polymère.....	167
7.2- Caractérisation statique.....	168
7.3- Caractérisation dynamique.....	170
7.4- Conclusions.....	172
Conclusion.....	173
 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....	 175
 ANNEXES.....	 181
 BIBLIOGRAPHIE.....	 199
 PUBLICATIONS ET COMMUNICATIONS.....	 211

INTRODUCTION GENERALE

Les techniques de caractérisation par voie optique sont basées sur les modifications des grandeurs fondamentales associées à l'onde optique (intensité, fréquence, phase, polarisation, direction), après interaction avec un milieu d'étude. L'analyse de ces modifications permet d'identifier, de localiser et de caractériser des structures dans l'échantillon. L'intérêt d'utiliser la lumière comme moyen d'investigation réside dans le fait que celle-ci n'est en général pas destructive et permet une étude à distance, sans contact avec l'objet considéré.

Lorsque l'on étudie les modifications de la polarisation de l'onde lumineuse, on parle de "polarimétrie". La polarisation est liée au caractère vectoriel de l'onde optique. Elle décrit la manière dont le vecteur champ électrique de l'onde évolue dans le temps. A la traversée ou à la réflexion sur un milieu, les composantes du champ électrique peuvent être modifiées en termes d'atténuation, de déphasage et de dépolarisation (perte de mémoire de la polarisation incidente). L'étude de ces modifications permet d'obtenir des informations sur le milieu d'étude. Ce moyen de caractérisation a fait ses preuves dans de nombreux domaines [i.1] de la recherche fondamentale (astrophysique, physique des matériaux notamment grâce à l'ellipsométrie, fibres optiques, optique quantique,...), de la médecine (détection de tumeurs/cancers, analyse de tissus, ophtalmologie...) et de l'industrie (microélectronique, systèmes d'affichage,...).

Le formalisme de Stokes-Mueller [i.2] a été développé au milieu du XX^{ème} siècle pour décrire mathématiquement les phénomènes de polarisation de l'onde lumineuse. Le vecteur de Stokes, composé de 4 éléments, décrit de la manière la plus générale possible l'état de polarisation d'une onde lumineuse. La matrice de Mueller, composée de 16 éléments, est la matrice de transfert entre deux vecteurs de Stokes, un à l'entrée et l'autre à la sortie d'un système optique. Elle contient donc l'ensemble des modifications polarimétriques (atténuation, déphasage, dépolarisation) et représente ainsi la réponse polarimétrique totale d'un échantillon. Peu d'instruments ont été développés dans le but d'obtenir cette matrice en totalité, celle-ci n'étant pas simple à acquérir expérimentalement et difficile à exploiter. Cependant, les récents développements tant dans l'instrumentation que dans l'analyse de cette matrice [i.3] redonnent de la dynamique à la thématique de la "polarimétrie de Mueller".

Durant les vingt dernières années, quelques polarimètres de Mueller ont été développés. Leur principe est de générer plusieurs états de polarisation, puis de les analyser après interaction avec le milieu pour évaluer la manière dont celui-ci les a modifiés. La génération des différents états de polarisation nécessite l'utilisation d'éléments agissant sur cette dernière (polariseurs, lames de phases, modulateurs électro-optiques,...). La multitude d'états de polarisation nécessaires à l'obtention d'une matrice de Mueller complète contraint à les obtenir de manière séquentielle (les uns après les autres) en agissant sur les contrôleurs de polarisation (lames de phases en rotation, modification de la tension d'alimentation d'un modulateur de polarisation,...). La limitation fondamentale de ce genre de technique est donc le temps nécessaire à l'obtention de tous les états de polarisation. Récemment, l'utilisation de modulateurs rapides (cristaux liquides), associée à l'optimisation des états de polarisation nécessaires, a quand même permis à certains polarimètres de faire l'acquisition d'une matrice de Mueller en environ *1ms*.

Le seul moyen de briser cette limitation du temps d'acquisition est de générer les états de polarisation de manière parallèle, et non séquentielle. Le moyen le plus naturel est d'utiliser plusieurs voies de détection, chaque voie correspondant à un état de polarisation désiré. Cependant, cela a pour conséquence le développement d'un instrument très encombrant et peu facile à implémenter. Un autre moyen possible est d'utiliser le domaine spectral pour coder de manière parallèle l'information polarimétrique. Il s'agit d'attribuer un état de polarisation à chaque longueur d'onde d'un faisceau incident, et d'utiliser un système dispersif pour les analyser. Les différents états de polarisation se propagent alors de manière simultanée dans le faisceau, et le temps d'acquisition d'une matrice de Mueller est alors limité non plus par le temps

nécessaire à générer les états de polarisation, mais par le temps nécessaire à faire l'acquisition d'un spectre $I(\lambda)$, ce qui peut être potentiellement beaucoup plus rapide. L'idée d'utiliser le domaine spectral à la place du domaine temporel a déjà été envisagée dans le domaine de la Tomographie Optique Cohérente (OCT), avec l'utilisation de sources larges bandes associées à des systèmes dispersifs [i.4], au lieu de miroirs mobiles [i.5]. Certains instruments, qui mesurent l'état de polarisation de la lumière (vecteur de Stokes), utilisent également depuis peu le principe du codage spectral [i.6].

Le but de cette thèse est de développer, de manière expérimentale, un polarimètre de Mueller complet dont le codage de la polarisation est effectué dans le domaine spectral. L'idée est d'utiliser, pour coder et analyser les états de polarisation, une source large bande, des lames de phase fixes d'ordre élevé et un système de détection dispersif (réseau+CCD). Le temps d'acquisition d'une matrice de Mueller étant potentiellement très court, nous avons choisi de dénommer cet instrument le "polarimètre de Mueller instantané". L'intérêt de développer un tel polarimètre est associé à deux avantages: le temps d'acquisition et la compacité du montage. En effet, d'une part la rapidité d'acquisition permet soit de s'affranchir du mouvement du milieu d'étude, ce qui peut être gênant dans certains cas, soit au contraire d'étudier des variations rapides dans un milieu, à des échelles de temps encore jamais explorées en polarimétrie de Mueller. Le champ d'application de la polarimétrie de Mueller pourrait ainsi être élargi à l'étude de phénomènes de polarisation très rapides et irréversibles. D'autre part, la simplicité des éléments mis en œuvre dans le montage et l'absence d'éléments actifs permettrait d'obtenir un instrument compact et robuste, ce qui fait actuellement défaut dans le développement de ces systèmes.

Lorsque j'ai débuté ma thèse au Laboratoire de Spectrométrie et Optique Laser, une étude théorique sur la faisabilité de l'obtention d'une matrice de Mueller par codage de la polarisation en longueur d'onde avait déjà été entamée au laboratoire. Mon travail a donc consisté tout d'abord à développer de manière expérimentale l'instrument, c'est-à-dire à trouver une procédure d'étalonnage et de stabilisation de l'instrument. Ce dernier permet de faire des mesures de matrices de Mueller en environ $1\mu s$, ce qui est le temps le plus court obtenu à ce jour. Quelques pistes théoriques d'optimisation de la configuration expérimentale ont également été envisagées. Une fois la validité de l'instrument confirmée, j'ai souhaité évaluer sa potentialité à accéder à des dynamiques rapides dans un milieu. Le choix d'échantillon d'étude s'est porté sur les cristaux liquides ferroélectriques, qui présentent des phénomènes de réorientations moléculaires à des échelles de temps de l'ordre de $100\mu s$. A notre connaissance, seulement deux équipes ont étudié des phénomènes dynamiques dans les cristaux liquides par polarimétrie de Mueller [i.7, i.8]. Cette étude doit aussi permettre d'évaluer l'apport de la matrice de Mueller, encore peu exploitée en physique des cristaux liquides, et plus généralement en physique des matériaux.

Le manuscrit se divise en trois chapitres bien distincts.

Le chapitre I présente tout d'abord des formalismes mathématiques liés à l'état de polarisation des ondes lumineuses. Il est décrit en particulier les formalismes de Jones et de Stokes-Mueller. Nous y discutons des moyens d'analyse des matrices de Mueller à travers les décompositions en produit et en somme d'éléments optiques élémentaires. Puis, nous donnons des considérations générales sur les polarimètres de Mueller, en détaillant en particulier quelques configurations expérimentales, ce qui permettra de situer l'intérêt de développer un polarimètre de Mueller instantané par codage spectral.

Le chapitre II traite entièrement du développement du polarimètre instantané. La première partie présente le principe général de fonctionnement, ainsi que la faisabilité théorique. Puis, la configuration expérimentale est détaillée. Ensuite, dans la deuxième partie, nous listons les différentes sources d'erreurs susceptibles de biaiser la mesure, puis la manière expérimentale de s'en affranchir. La méthode de correction des phases, spécifique à ce type de polarimètre, fait l'objet de la troisième partie de ce chapitre. Elle est liée à un modèle et nécessite l'utilisation de milieux connus (vide et lame demi-onde). Dans la quatrième partie, nous montrons que deux facteurs peuvent influencer sur la stabilité de l'instrument: la température et les contraintes appliquées à la fibre optique utilisée pour la détection. Nous proposons des méthodes pour stabiliser l'instrument vis-à-vis de l'une et l'autre de ces influences. Enfin, nous présentons dans la cinquième partie deux pistes théoriques pour optimiser la configuration expérimentale: le choix de la configuration idéale d'épaisseur des lames de phase et le développement d'un polarimètre à deux voies de détection.

Le chapitre III vise à montrer la potentialité d'utiliser le polarimètre de Mueller instantané pour la caractérisation statique et dynamique de cristaux liquides ferroélectriques. La première partie de ce chapitre présente les cristaux liquides de manière générale, avec une description plus détaillée des cristaux liquides en phase smectique. La deuxième partie traite du dispositif SSFLC (Surface Stabilized Ferroelectric Liquid Crystal). Nous y décrivons les interactions entre les molécules (entre elles, avec la surface et sous champ électrique), qui nous ont menées au développement d'un modèle de distribution non-uniforme des molécules dans une cellule SSFLC. Nous listons également les moyens optiques déjà existants de caractérisation de ces systèmes. La troisième partie fait le lien entre les paramètres optiques mesurés grâce à la matrice de Mueller et la distribution des molécules dans une cellule SSFLC. Dans la quatrième partie, les premiers résultats expérimentaux statiques (à tension fixée), et pour une position sur la cellule sont présentés. Ils donnent une idée de la structuration interne. Pour avoir une vision plus globale de la cellule, un programme d'acquisition d'une image est développé, qui permet d'obtenir des matrices de Mueller sur une zone de (1cm x 1cm) de l'échantillon. Les images codées en paramètres polarimétriques permettent de visualiser des zones de structuration bien différentes au sein d'une même cellule, ce qui fait l'objet de la cinquième partie. Dans la sixième partie, nous regardons les dynamiques de transition entre deux états, dans différentes zones de la cellule. Les différences de dynamiques observées sont corrélées aux différences de structuration interne. Cette partie montre le potentiel du polarimètre pour suivre des phénomènes rapides. Enfin, dans une septième et dernière partie, la caractérisation d'une cellule SSFLC stabilisée par polymère est entreprise, et les résultats obtenus sont comparés avec ceux de la cellule SSFLC pure.

Chapitre I

Notions sur les phénomènes liés à l'état de polarisation des ondes lumineuses

Introduction

La lumière est bien décrite par la notion de champ électromagnétique se propageant dans un milieu sous forme d'onde. La plupart des phénomènes optiques nécessitent uniquement la connaissance de l'intensité, la fréquence et la phase de l'onde lumineuse; une approche purement scalaire est donc bien souvent suffisante. D'ailleurs, la vision humaine n'est sensible qu'à l'intensité de l'onde et sa fréquence, c'est pourquoi le caractère vectoriel de la lumière a longtemps été ignoré. Cependant, l'étude de l'évolution temporelle de l'extrémité du champ électrique, que l'on appelle polarisation de l'onde, se révèle être une information supplémentaire très intéressante. En effet, après interaction de l'onde lumineuse avec un milieu matériel, sa polarisation peut être modifiée, et la connaissance de cette transformation permet de remonter à des caractéristiques propres au milieu d'étude. C'est l'objet de la polarimétrie, qui connaît un fort regain d'intérêt ces dernières années, notamment grâce à ses applications en physique des matériaux, en microélectronique et dans le domaine du diagnostic médical.

Dans la première partie de ce chapitre, les formalismes mathématiques qui décrivent les modifications polarimétriques de la lumière sont présentés. Il s'agit des formalismes matriciels de Jones pour les ondes totalement polarisées et de Stokes-Mueller pour les ondes partiellement polarisées. Ce dernier présente un intérêt particulier car d'une part, il fait intervenir des grandeurs directement accessibles à la mesure que sont les intensités lumineuses, et d'autre part, il est capable de traiter des phénomènes de dépolarisation, qui sont fréquemment rencontrés lors de l'interaction de la lumière avec des milieux naturels.

Ensuite, une attention plus particulière est donnée à l'interprétation des matrices de Mueller. En effet, cette matrice contient la réponse polarimétrique globale d'un milieu: les différents effets polarimétriques (dichroïsme, biréfringence, dépolarisation) y sont mélangés. Pour séparer ces effets et remonter à une description la plus fidèle possible du milieu d'étude, des outils de décomposition en éléments optiques simples (diatténuateurs, retardateurs, dépolariseurs) sont nécessaires. Nous présentons donc les différentes manières de décomposer une matrice de Mueller, et en particulier nous détaillons l'algorithme de la décomposition de Lu et Chipman, car il sera utilisé dans la suite du manuscrit. Nous discutons également de la possibilité de filtrer une partie du bruit expérimental grâce aux décompositions.

La dernière partie du chapitre vise à présenter les techniques expérimentales actuellement utilisées pour mesurer une matrice de Mueller. Elles répondent toutes au même schéma de base: la lumière issue d'une source est codée en polarisation, puis, après interaction avec le milieu d'étude, est décodée en polarisation. Un système de détection mesure l'intensité de la lumière récoltée. Plusieurs configurations de *polarimètres de Mueller* (qui mesurent effectivement les 16 coefficients de la matrice) ont été développées en fonction de l'information recherchée (spatiale, spectrale, angulaire). Par ailleurs, la génération et l'analyse des états de polarisation nécessaires à l'obtention d'une matrice de Mueller peuvent se faire de différentes manières (lames de phase tournantes, modulateurs électro-optiques, ...). Les avantages et inconvénients de ces méthodes sont évoqués dans le but de prouver l'intérêt de développer un polarimètre de Mueller instantané par codage en longueur d'onde.

1- Formalismes de la polarisation

1.1- La polarisation de la lumière

La polarisation d'une onde lumineuse est liée au caractère vectoriel de cette dernière. Considérons un repère cartésien orthonormé O_{xyz} et intéressons nous au cas d'une onde plane monochromatique de vecteur d'onde \vec{k} et de pulsation ω se propageant suivant l'axe O_z dans le sens des z positifs. Le champ électrique de l'onde peut se mettre sous la forme:

$$\vec{E}(z,t) = \begin{bmatrix} E_x(z,t) \\ E_y(z,t) \\ E_z(z,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.1})$$

où E_{0x} , E_{0y} sont des amplitudes réelles positives et φ_x , φ_y des phases définies à 2π près. Plus précisément, la polarisation de l'onde résulte de la manière dont évolue l'extrémité du vecteur champ électrique \vec{E} dans le temps. Nous nous intéressons à la projection de la trajectoire dans le plan d'onde O_{xy} , orthogonal à la direction de propagation. Prenons $z=0$ par exemple et éliminons la variable temporelle dans la représentation donnée en (I.1.1). Les composantes du champ électrique vérifient l'équation:

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos(\varphi) = \sin^2(\varphi) \quad \text{avec} \quad \varphi = \varphi_y - \varphi_x \quad (\text{I.1.2})$$

qui est l'équation d'une ellipse. Dans le cas général, l'état de polarisation d'une onde lumineuse est donc elliptique et ses caractéristiques sont entièrement déterminées par la connaissance des grandeurs E_{0x} , E_{0y} et φ . La Figure I.1 donne une représentation de l'ellipse dans le plan O_{xy} .

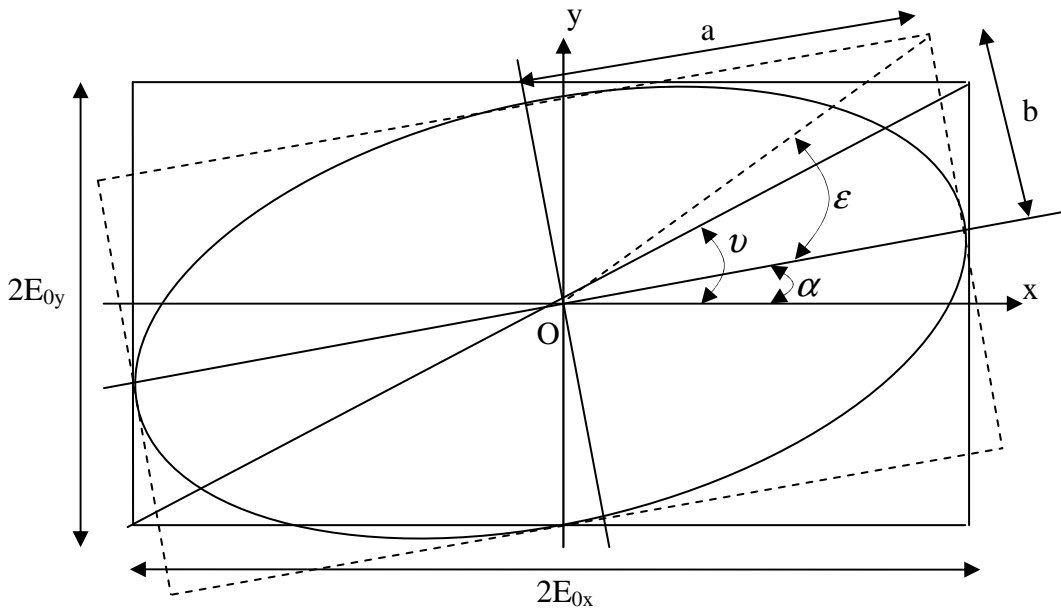


Figure I.1: Ellipse de polarisation.

Les grandeurs α , ε et ν sont appelées respectivement azimuth, ellipticité et angle diagonal de l'ellipse, et les grandeurs a et b sont les grand et petit axes de l'ellipse. Ces grandeurs sont reliées entre elles par les relations établies en Annexe 1. Quelques états de polarisation sont représentés sur la Figure I.2. En particulier, lorsque $\varphi=0$, l'onde est polarisée rectilignement et lorsque $\varphi=\pm\pi/2$ avec $E_{0x}=E_{0y}$, l'onde est polarisée circulairement (gauche ou droite selon le signe du déphasage).

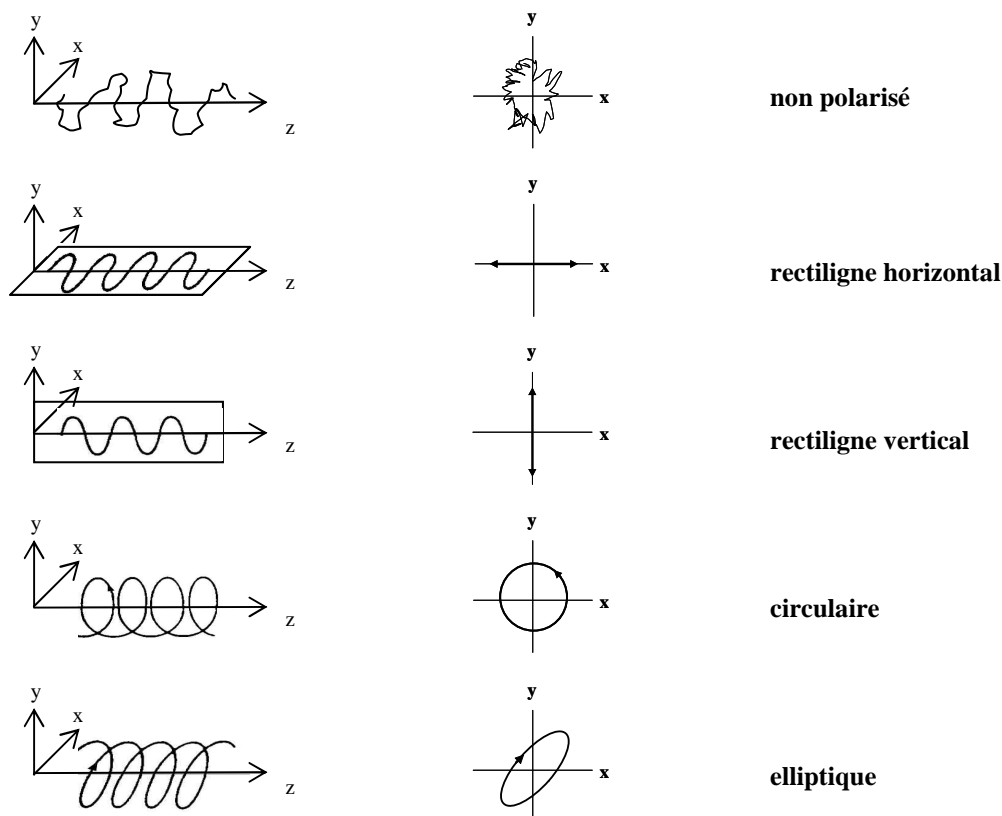


Figure I.2: Représentation de différents états de polarisation.

On ne peut parler d'état complètement polarisé que si l'évolution du champ électrique est déterministe, c'est-à-dire si les grandeurs E_{0x} , E_{0y} et φ sont indépendantes du temps pendant la durée de la mesure. Si le champ électrique évolue de manière totalement aléatoire, alors l'onde est dite non polarisée. En général, une onde lumineuse est composée d'une partie totalement polarisée et d'une partie non polarisée.

À la traversée ou après réflexion sur un milieu anisotrope, la polarisation de l'onde peut être modifiée. Pour traiter de la modification des états de polarisation par un milieu, plusieurs formalismes mathématiques ont été développés. Le plus simple est le formalisme de Jones, que nous décrivons maintenant.

1.2- Le formalisme de Jones

Le formalisme de Jones a été introduit par ce dernier dans une série d'articles parus à partir de 1941 [I.1]. C'est un formalisme matriciel qui permet d'appréhender les transformations

polarimétriques dues à l'interaction avec un milieu donné. Ce formalisme ne peut s'appliquer que dans le cas:

- d'une onde plane
- d'une onde parfaitement monochromatique
- d'une onde complètement polarisée

Jones proposa d'écrire les composantes du champ électrique, cette fois-ci en représentation complexe, dans un vecteur à deux dimensions \vec{J} , appelé vecteur de Jones de l'onde:

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{j(\omega t - kz + \varphi_x)} \\ E_{0y} e^{j(\omega t - kz + \varphi_y)} \end{bmatrix} \propto \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{j\varphi} \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.3})$$

où j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$. La relation de proportionnalité écrite dans (I.1.3) est liée au fait qu'en absence de superposition cohérente de plusieurs faisceaux polarisés (interférences), un vecteur de Jones est défini à une phase près. Sous forme normalisée, le vecteur de Jones pour une polarisation quelconque s'écrit:

$$\vec{J} = \frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{j\varphi} \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.4})$$

Le vecteur de Jones contient donc toutes les informations nécessaires à la connaissance de l'état de polarisation de l'onde lumineuse (E_{0x} , E_{0y} et φ). L'Annexe 2 présente quelques exemples de vecteurs de Jones pour différents états de polarisation.

Si on considère à présent l'interaction linéaire d'une onde totalement polarisée avec un système optique transformateur de polarisation (non dépolarisant), il est possible de traiter l'action de ce système sous forme matricielle. Le milieu est ainsi décrit par une matrice de Jones $[T]$, qui est une matrice (2x2) à coefficients complexes. La relation entre un vecteur de Jones incident \vec{J}_i et un vecteur de Jones après interaction avec le milieu \vec{J}_s est:

$$\vec{J}_s = [T] \cdot \vec{J}_i \quad (\text{I.1.5})$$

L'intérêt d'utiliser ce formalisme réside essentiellement dans la possibilité de décrire de manière assez simple un milieu complexe où les éléments optiques sont placés en cascade, comme représenté sur la Figure I.3:

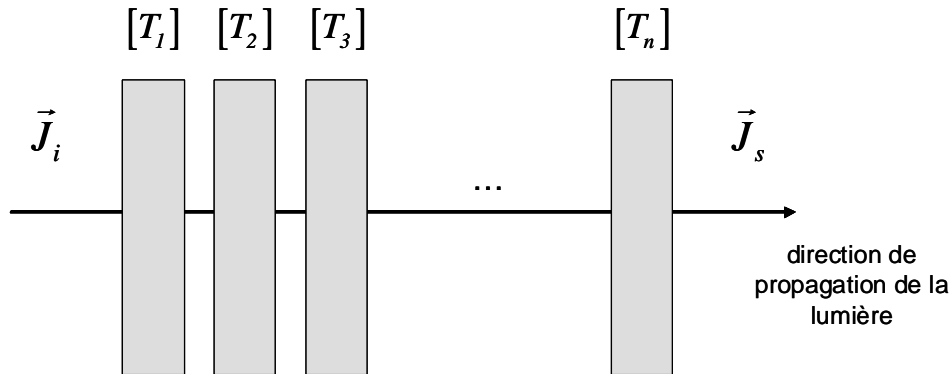


Figure I.3: Succession d'éléments optiques transformateurs de polarisation.

En effet, le vecteur de Jones à la sortie d'un tel système résulte du produit matriciel des différents éléments en cascade de la manière suivante:

$$\vec{J}_s = [T_n] \dots [T_3] \cdot [T_2] \cdot [T_1] \cdot \vec{J}_i \quad (\text{I.1.6})$$

Cependant, lorsqu'il s'agit de traiter des ondes qui sont partiellement polarisées, ce formalisme n'est plus adapté. Le formalisme qui tient compte de ces effets est celui de Stokes-Mueller, qui est abordé à présent.

1.3- Le formalisme de Stokes-Mueller

La description de la polarisation de l'onde optique dans le formalisme de Stokes [I.2] est basée non plus sur des champs électriques mais sur des intensités lumineuses, qui sont des quantités directement mesurables. La polarisation de la lumière est totalement décrite par un vecteur \vec{S} à 4 dimensions, appelé vecteur de Stokes, tel que:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_x E_x^* + E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_x^* - E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_y^* + E_y E_x^* \rangle \\ j \langle E_x E_y^* - E_y E_x^* \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_{0x}^2 \rangle + \langle E_{0y}^2 \rangle \\ \langle E_{0x}^2 \rangle - \langle E_{0y}^2 \rangle \\ 2 \langle E_{0x} E_{0y} \cos(\varphi) \rangle \\ 2 \langle E_{0x} E_{0y} \sin(\varphi) \rangle \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.7})$$

où le symbole $\langle \rangle$ désigne la moyenne d'ensemble c'est-à-dire la moyenne temporelle sur le temps d'intégration du détecteur et la moyenne spatiale sur la section du faisceau vue par le détecteur. En effet, les cas où les grandeurs E_{0x} , E_{0y} et φ dépendent du temps pendant la durée de la mesure et/ou sont inhomogènes spatialement au sein du faisceau détecté sont ainsi considérés. Pour alléger la notation dans (I.1.7), cette dépendance spatio-temporelle a volontairement été omise. Les paramètres de Stokes S_0 , S_1 , S_2 et S_3 ont des significations physiques bien précises:

- S_0 représente l'intensité totale I_0 du faisceau lumineux
- S_1 représente la différence d'intensité dans les modes de polarisation linéaire horizontal (I_{0°) et vertical (I_{90°)
- S_2 représente la différence d'intensité dans les modes de polarisation linéaire à $+45^\circ$ (I_{45°) et à -45° (I_{-45°)
- S_3 représente la différence d'intensité dans les modes de polarisation circulaire droit (I_d) et gauche (I_g)

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_{0^\circ} - I_{90^\circ} \\ I_{45^\circ} - I_{-45^\circ} \\ I_d - I_g \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.8})$$

Dans le cas d'une onde complètement polarisée (E_{0x} , E_{0y} et φ indépendants du temps), le vecteur de Stokes normalisé par rapport à S_0 est relié aux paramètres α et ε de l'ellipse de polarisation par:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} I \\ \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.9})$$

et on a la relation $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$. L'Annexe 2 présente également quelques exemples de vecteurs de Stokes pour différents états de polarisation.

Dans le cas d'une onde complètement dépolarisée (E_{0x} , E_{0y} et φ varient aléatoirement), le vecteur de Stokes normalisé par rapport à S_0 devient:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.10})$$

Dans le cas d'une onde partiellement polarisée, le vecteur de Stokes peut être décomposé en la somme d'une onde complètement polarisée et d'une onde complètement dépolarisée:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_0 - \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.11})$$

et on a la relation

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (\text{I.1.12})$$

On peut ainsi définir le degré de polarisation P d'une onde connaissant son vecteur de Stokes:

$$P = \frac{I_{pol}}{I_0} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (\text{I.1.13})$$

et donc $P=1$ pour une onde complètement polarisée, $P=0$ pour une onde complètement dépolarisée et $0 < P < 1$ pour une onde partiellement polarisée.

Pour traiter des modifications polarimétriques engendrées par un système optique dans ce formalisme, la matrice de Mueller $[M]$ d'un échantillon a été introduite, et relie le vecteur de Stokes \vec{S}_i à l'entrée du système au vecteur de Stokes \vec{S}_s à la sortie de celui-ci par la relation linéaire:

$$\vec{S}_s = [M] \cdot \vec{S}_i \quad (\text{I.1.14})$$

Cette matrice a été introduite initialement par Soleillet en 1929 [I.3], bien que les travaux de Perrin [I.4] aient conduit à des résultats semblables, mais c'est finalement Mueller [I.5] qui a donné son nom à cette matrice. C'est une matrice (4x4) dont les coefficients sont réels et directement reliés à la mesure. Cette matrice contient toute l'information polarimétrique relative au système optique. Les coefficients de cette matrice sont notés m_{ij} ($i, j=0, \dots, 3$).

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{I.1.15})$$

Comme dans le formalisme de Jones, le formalisme de Mueller permet d'appréhender un système optique d'éléments agissant sur la polarisation placés en cascade grâce au produit matriciel:

$$\vec{S}_s = [M_n] \dots [M_3] \cdot [M_2] \cdot [M_1] \cdot \vec{S}_i \quad (\text{I.1.16})$$

Remarque: Lorsque l'on souhaite déterminer l'état de polarisation d'une onde résultant de la superposition de plusieurs ondes, on devra faire la somme de leurs vecteurs de Stokes dans le cas d'une superposition incohérente et la somme de leurs vecteurs de Jones dans le cas d'une superposition cohérente.

On peut également citer d'autres manières de décrire la polarisation comme par exemple la matrice de cohérence [I.6] ou la représentation graphique de Poincaré [I.7], qui sont directement liés aux paramètres de Stokes. Nous ne développons pas ces représentations ici car elles ne seront pas utilisées dans la suite. On peut simplement évoquer que le formalisme de Stokes-Mueller présente un intérêt considérable pour traiter des phénomènes de polarisation les plus généraux possibles. Cependant, la matrice de Mueller contient beaucoup d'information qu'il faut extraire de manière adéquate. L'objet de la partie suivante est de présenter les outils qui ont été développés pour faciliter l'interprétation des matrices de Mueller.

2- Interprétation des matrices de Mueller

2.1- Critère de physacité

Il faut garder à l'esprit qu'une matrice de Mueller, dont les coefficients sont liés à des mesures expérimentales d'intensités lumineuses, est une matrice bien particulière. En effet, ce n'est pas une "vraie" matrice au sens strict de l'algèbre linéaire. Cependant, l'addition et la multiplication sont des opérateurs utilisés pour représenter respectivement l'association en parallèle et en cascade de plusieurs éléments optiques.

La mesure d'une matrice de Mueller étant nécessairement entachée de bruit, il est intéressant de savoir si cette mesure possède quand même du sens. Plusieurs auteurs ont travaillé sur l'établissement de critères établissant la réalisabilité physique d'une matrice de Mueller expérimentale [I.8-13]. On retiendra le critère établi par *Givens et Kostinski* [I.9] relatif à une matrice de Mueller tout à fait générale $[M]$. Il stipule que $[M]$ est physique si:

- $m_{00} > 0$
- les valeurs propres de la matrice $[G][M]^T [G][M]$ sont réelles
- le vecteur propre associé à la valeur propre la plus élevée est un vecteur de Stokes "physique", c'est-à-dire qui satisfait la relation (I.1.12)

où $[G]$ est la matrice de Minkowski définie de la manière suivante:

$$[G] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.1})$$

Le critère revient en fait à dire qu'un vecteur de Stokes physique est transformé en un autre vecteur de Stokes physique. On s'assure ainsi de la passivité de la matrice de Mueller $[M]$, ce qui veut dire qu'elle ne surpolarise pas. Quelques expérimentateurs ont récemment implanté cette contrainte de physicalité dans leur traitement des matrices de Mueller expérimentales, dans le but de réduire l'influence du bruit [I.14, I.15].

2.2- Éléments optiques simples

Un élément optique peut modifier la polarisation d'une onde incidente par trois effets: le dichroïsme (modification des amplitudes des composantes du champ électrique), la biréfringence (modification des phases des composantes du champ électrique) et la dépolarisation (l'évolution du champ électrique est rendue aléatoire). Nous décrivons les actions citées ci-dessus, puis nous définissons les matrices de Jones et de Mueller associées, ainsi que les grandeurs polarimétriques (diatténuation, retardance, pouvoir de dépolarisation) qui en découlent.

Remarque: Les éléments optiques simples décrits dans la suite sont supposés homogènes, c'est-à-dire que leurs états propres (états dont la polarisation n'est pas affectée par l'élément) sont supposés orthogonaux.

2.2.1- Élément dichroïque

Un dichroïque (ou polariseur ou diatténuateur) homogène est un élément optique qui agit différemment sur l'amplitude des composantes orthogonales du champ électrique incident. On définit la diatténuation scalaire D comme:

$$D = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + T_{\min}} \quad \text{avec} \quad 0 \leq D \leq 1 \quad (\text{I.2.2})$$

où T_{\max} et T_{\min} sont les transmittances énergétiques maximum et minimum de l'élément. Elles correspondent à la transmission selon deux axes orthogonaux, qui sont les axes propres de l'élément dichroïque, et sont reliées aux valeurs propres P_1 et P_2 de ce dernier par les relations $T_{\max} = P_1^2$ et $T_{\min} = P_2^2$. La transmittance pour une onde non polarisée est définie par:

$$T_0 = \frac{1}{2}(T_{\max} + T_{\min}) \quad (\text{I.2.3})$$

et le taux d'extinction par:

$$\tau = \frac{T_{\max}}{T_{\min}} \quad (\text{I.2.4})$$

On peut distinguer plusieurs cas de polariseurs selon les valeurs de D :

- $D = 1$: l'élément est un polariseur parfait
- $0 \leq D \leq 1$: l'élément est un polariseur partiel
- $D = 0$: l'élément n'a pas d'effet d'atténuation différentielle

Les états propres de l'élément dichroïque peuvent être soit linéaires, circulaires ou elliptiques et on parlera dans ce cas de polariseurs linéaires, circulaires ou elliptiques. Le cas le plus général est donc celui d'un polariseur elliptique partiel. Par ailleurs, l'atténuation étant dépendante de la polarisation de l'onde incidente, il est nécessaire de définir un vecteur diatténuation \vec{D} tel que:

$$\vec{D} = D \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_H \\ D_{45^\circ} \\ D_C \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.5})$$

où D_H est la diatténuation linéaire entre les polarisations linéaires horizontale et verticale, D_{45° la diatténuation linéaire entre les polarisations linéaires à $+45^\circ$ et -45° et D_C la diatténuation circulaire entre les polarisations circulaires droite et gauche. Les composantes du vecteur \vec{D} peuvent être reliées aux paramètres α_D et ε_D qui sont respectivement l'azimut (orientation) et l'ellipticité (caractère plus ou moins linéaire) de l'état propre portant l'atténuation minimale:

$$\vec{D} = D \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon_D) \cos(2\alpha_D) \\ \cos(2\varepsilon_D) \sin(2\alpha_D) \\ \sin(2\varepsilon_D) \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.6})$$

La connaissance du vecteur \vec{D} et de T_0 permet donc de caractériser complètement l'élément dichroïque. *Lu et Chipman [I.16]* ont proposé une écriture de la matrice de Mueller d'un élément dichroïque de la forme:

$$[M_D] = \begin{bmatrix} m_{D_{00}} & m_{D_{01}} & m_{D_{02}} & m_{D_{03}} \\ m_{D_{10}} & m_{D_{11}} & m_{D_{12}} & m_{D_{13}} \\ m_{D_{20}} & m_{D_{21}} & m_{D_{22}} & m_{D_{23}} \\ m_{D_{30}} & m_{D_{31}} & m_{D_{32}} & m_{D_{33}} \end{bmatrix} = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & [m_D] \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.7})$$

où $[m_D]$ est la matrice réduite 3x3 du diatténuateur. Les éléments $m_{D_{ij}}$ sont reliés aux grandeurs définies auparavant par:

$$T_0 = m_{D_{00}} \quad (\text{I.2.8})$$

$$D = \frac{\sqrt{m_{D_{01}}^2 + m_{D_{02}}^2 + m_{D_{03}}^2}}{m_{D_{00}}} \quad (\text{I.2.9})$$

$$\vec{D} = D\hat{D} = \frac{1}{m_{D_{00}}} \begin{bmatrix} m_{D_{01}} \\ m_{D_{02}} \\ m_{D_{03}} \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.10})$$

avec \hat{D} le vecteur unité représentant l'axe du dichroïsme. La matrice $[m_D]$ est définie par:

$$[m_D] = \sqrt{1-D^2} [I_3] + (1-\sqrt{1-D^2}) \hat{D}\hat{D}^T \quad (\text{I.2.11})$$

où $[I_3]$ est la matrice identité 3x3.

On représente sur la Figure I.4 l'action d'un polariseur linéaire parfait sur une lumière non polarisée:

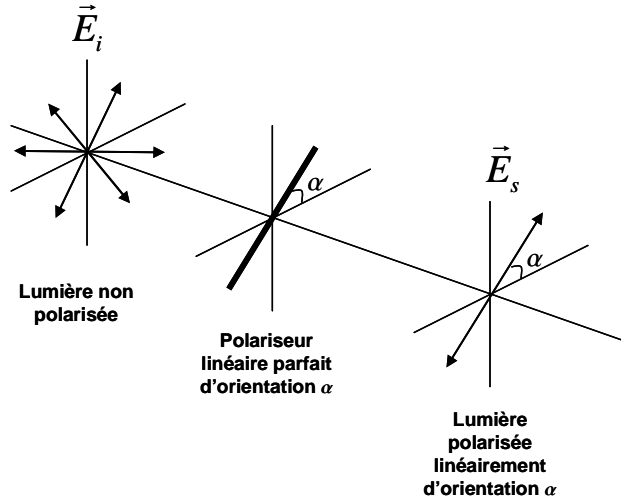


Figure I.4: Action d'un polariseur linéaire parfait sur une onde non polarisée.

Des exemples de matrices de Jones et de Mueller de diatténuateurs sont donnés dans l'Annexe 3. On peut citer quelques exemples de polariseurs linéaires utilisés dans la pratique: les polaroids (matériaux synthétiques, contraste 100:1), les polariseurs à base de calcite (type polariseur Glan-Thomson, contraste 100000:1) et une nouvelle génération de polariseurs à base de nanoparticules d'argent (ColorPol@, contraste 1000000:1 pour les meilleurs). Les polariseurs ont des caractéristiques différentes en termes d'acceptance angulaire et de réponse spectrale.

2.2.2- Élément déphaseur

Un élément déphaseur (ou biréfringent ou retardateur) homogène agit quand à lui différemment sur les phases des composantes orthogonales du champ électrique incident. Une des composantes du champ électrique subit donc un retard de phase par rapport à l'autre composante. Cela a pour effet de modifier l'état de polarisation incident, quel qu'il soit, mais sans affecter l'intensité de l'onde lumineuse. Si φ_1 et φ_2 sont les déphasages associés aux états propres de l'élément biréfringent, alors le déphasage global (ou retardance) occasionné par cet élément est:

$$R = |\varphi_1 - \varphi_2| \quad \text{avec} \quad 0 \leq R \leq 180^\circ \quad (\text{I.2.12})$$

Comme pour l'élément dichroïque, les états propres de l'élément déphaseur peuvent être soit linéaires, circulaires ou elliptiques et on parlera dans ce cas de biréfringents linéaires, circulaires ou elliptiques. Le cas le plus général est donc celui d'un biréfringent elliptique. On définit le vecteur retardance \vec{R} tel que:

$$\vec{R} = R \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_H \\ R_{45^\circ} \\ R_C \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.13})$$

où R_H est la retardance entre les polarisations linéaires horizontale et verticale, R_{45° la retardance entre les polarisations linéaires à $+45^\circ$ et à -45° , et R_C la retardance entre les polarisations circulaires droite et gauche. Les composantes du vecteur \vec{R} peuvent être reliées aux paramètres α_R et ε_R qui sont respectivement l'azimut (orientation) et l'ellipticité (caractère plus ou moins linéaire) de l'état propre portant le déphasage minimal (axe rapide):

$$\vec{R} = R \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon_R) \cos(2\alpha_R) \\ \cos(2\varepsilon_R) \sin(2\alpha_R) \\ \sin(2\varepsilon_R) \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.14})$$

La connaissance du vecteur \vec{R} permet de caractériser complètement l'élément déphaseur. *Lu et Chipman [I.16]* ont aussi proposé une écriture de la matrice de Mueller d'un élément déphaseur de la forme:

$$[M_R] = \begin{bmatrix} m_{R_{00}} & m_{R_{01}} & m_{R_{02}} & m_{R_{03}} \\ m_{R_{10}} & m_{R_{11}} & m_{R_{12}} & m_{R_{13}} \\ m_{R_{20}} & m_{R_{21}} & m_{R_{22}} & m_{R_{23}} \\ m_{R_{30}} & m_{R_{31}} & m_{R_{32}} & m_{R_{33}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m_R] \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.15})$$

où $[m_R]$ est la matrice réduite 3x3 du déphaseur. Les éléments $m_{R_{ij}}$ sont reliés aux grandeurs définies auparavant par:

$$R = \cos^{-1} \left(\frac{\text{tr}([M_R])}{2} - 1 \right) \quad (\text{I.2.16})$$

$$\vec{R} = \frac{R}{2 \sin(R)} \begin{bmatrix} m_{R_{23}} - m_{R_{32}} \\ m_{R_{31}} - m_{R_{13}} \\ m_{R_{12}} - m_{R_{21}} \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.17})$$

et la matrice $[m_R]$ est définie par:

$$(m_R)_{ij} = \delta_{ij} \cos(R) + R_i R_j (1 - \cos(R)) \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{ijk} R_k \sin(R) \quad (\text{I.2.18})$$

où δ_{ij} est l'opérateur *delta de Kronecker* et ε_{ijk} est l'opérateur de *permutation de Levi-Civita*. On représente sur la Figure I.5 l'action d'un biréfringent linéaire sur une onde polarisée rectilignement:

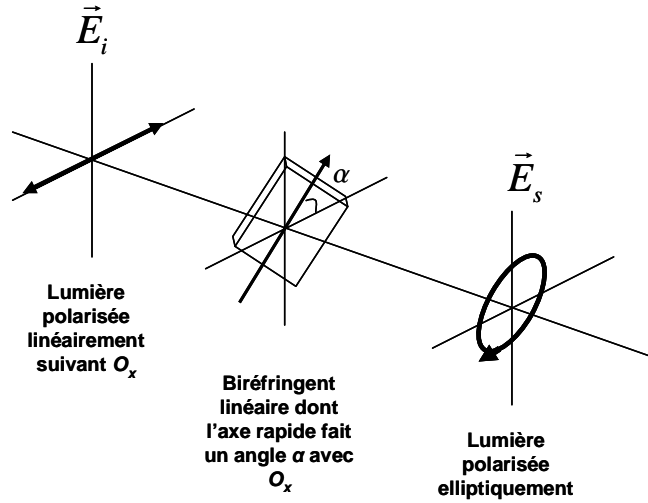


Figure I.5: Action d'un biréfringent linéaire sur une onde polarisée rectilignement.

Des exemples de matrices de Jones et de Mueller de retardateurs sont donnés dans l'Annexe 4. Parmi les exemples de retardateurs couramment utilisés, on peut citer les lames d'onde (quart d'onde quand $R=90^\circ$ et demi-onde quand $R=180^\circ$) qui sont des lames à faces parallèles taillées de manière adéquate dans un matériau anisotrope et dont l'épaisseur est adaptée à la longueur d'onde de travail. Quelques dispositifs qui permettent de modifier l'anisotropie (modulateurs électro-optiques, photo-élastiques,...) ont également été développés. Ils possèdent l'avantage de pouvoir contrôler précisément le déphasage. Parmi eux, les cellules à cristaux liquides sont le plus souvent utilisées, l'intérêt majeur de ces dispositifs étant, outre leur faible coût, la possibilité d'ajuster le retard ou l'axe optique du déphaseur avec de faibles tensions de commande, et cela de manière très rapide.

2.2.3- Elément dépolarisant

Les éléments traités auparavant (diatténuateurs et déphaseurs) sont des éléments qui transforment un état totalement polarisé en un autre état totalement polarisé (action déterministe). Cependant, dans certains cas, un système optique peut transformer un état totalement polarisé en un état partiellement polarisé: on dit alors que le milieu introduit de la dépolarisation. Cela peut être le cas lorsque:

- la lumière possède une large bande spectrale
- le milieu fluctue pendant le temps de la mesure
- le milieu n'est pas homogène spatialement pour l'onde
- le milieu génère des phénomènes de diffusion qui engendrent une "perte de mémoire" de la polarisation incidente

Lorsque l'on se situe dans un des cas présentés ci-dessus, le milieu ne peut plus être représenté par une matrice de Jones, mais seulement par une matrice de Mueller. Le cas le plus simple est

celui d'un dépolariseur total qui transforme un vecteur de Stokes quelconque en vecteur de Stokes correspondant à une lumière totalement dépolarisée (I.1.10):

$$K \begin{bmatrix} S_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [M_{\Delta total}] \cdot \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad \text{avec } K \leq 1 \quad (\text{I.2.19})$$

et donc cela impose:

$$[M_{\Delta total}] \propto \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.20})$$

Si le dépolariseur est partiel, sa matrice de Mueller peut s'écrire de la forme:

$$[M_{\Delta partiel}^{iso}] \propto \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \quad \text{avec } 0 \leq |a| \leq 1 \quad (\text{I.2.21})$$

Dans le cas (I.2.21), le milieu dépolarise de la même manière n'importe quel état de polarisation incidente (dépolariseur isotrope). Il se peut que dans certains cas le milieu dépolarise différemment selon les états de polarisation incidents (dépolariseur anisotrope), et dans ce cas sa matrice de Mueller doit avoir la forme:

$$[M_{\Delta partiel}^{ani}] \propto \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad \text{avec } 0 \leq |a|, |b|, |c| \leq 1 \quad (\text{I.2.22})$$

Le cas (I.2.22) représente la matrice du dépolariseur anisotrope sous forme diagonale, c'est-à-dire que les axes propres de dépolarisation sont suivant S_1 , S_2 , S_3 . La forme la plus générale d'un dépolariseur est donc la suivante :

$$[M_{\Delta}] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m_{\Delta}] \end{bmatrix} \quad \text{avec } [m_{\Delta}]^T = [m_{\Delta}] \quad (\text{I.2.23})$$

où $[m_{\Delta}]$ est la matrice réduite 3x3 (symétrique) dont la diagonalisation donne les trois facteurs de dépolarisation principaux et les trois axes de dépolarisation orthogonaux. Pour quantifier le pouvoir dépolarisant d'un dépolariseur $[M_{\Delta}]$, on peut utiliser le facteur de dépolarisation moyen [I.16]:

$$\Delta = 1 - \frac{|a| + |b| + |c|}{3} \quad \text{avec } 0 \leq \Delta \leq 1 \quad (\text{I.2.24})$$

et on distingue les différents cas:

- $\Delta = 0$: l'élément n'est pas dépolarisant
- $0 < \Delta < 1$: l'élément est un dépolariseur partiel
- $\Delta = 1$: l'élément est un dépolariseur total

L'action d'un dépolariseur partiel est représentée sur la Figure I.6:

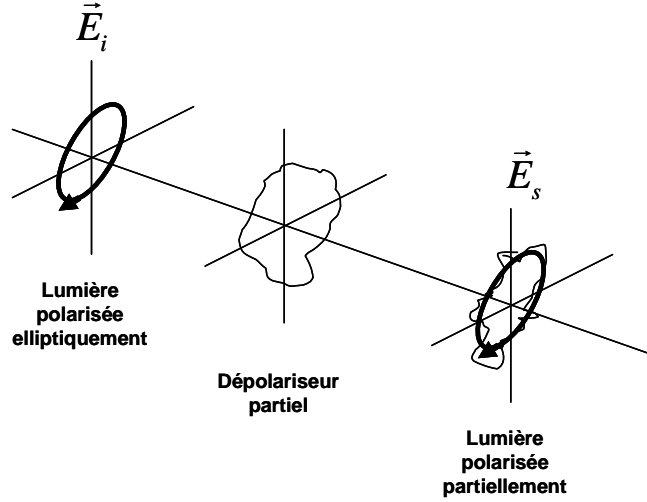


Figure I.6: Action d'un dépolariseur partiel sur une lumière polarisée elliptiquement.

2.3- Décomposition des matrices de Mueller

La matrice de Mueller d'un milieu tout à fait quelconque est composée de 16 éléments indépendants. Cette matrice contient tous les effets cités dans la partie précédente et ne permet pas, à première vue, de les discriminer. Pour cela, plusieurs techniques de décomposition d'une matrice de Mueller ont été développées dans le but de séparer les effets de dichroïsme, biréfringence et dépolarisation.

2.3.1- Milieu non-dépolarisant: matrice de Mueller-Jones

On peut toujours associer une matrice de Mueller non-dépolarisante $[M_J]$ à une matrice de Jones $[T]$ par la relation:

$$[M_J] = [A] \cdot ([T] \otimes [T]^*) \cdot [A]^{-1} \quad (\text{I.2.25})$$

où \otimes désigne le produit tensoriel, $*$ l'opérateur conjugué complexe et $[A]$ la matrice:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.26})$$

La réciproque n'est cependant pas immédiate. En effet, une matrice de Jones contient 7 paramètres indépendants (parties réelles et imaginaires des quatre éléments de la matrice moins la phase absolue) et une matrice de Mueller quelconque $[M]$ en contient 16. Pour pouvoir associer une matrice de Jones à une matrice de Mueller, il faut donc que cette dernière contienne seulement 7 paramètres indépendants; elle est appelée dans ce cas matrice de Mueller-Jones. En particulier, cela signifie qu'elle ne dépolarise pas, ce qui paraît évident car la dépolarisation ne peut pas être traitée par le formalisme de Jones. De nombreux auteurs ont travaillé sur les conditions pour qu'une matrice de Mueller soit une Mueller-Jones, et on retiendra ceux d'*Anderson et Barakat* [I.17] qui ont établi une condition nécessaire et suffisante. Il s'agit de construire une matrice $[N]$ de coefficient N_{ij} à partir de $[M]$ telle que:

$$[F] = [A]^{-1} \cdot [M] \cdot [A] \quad (\text{I.2.27})$$

$$N_{ij,kl} = F_{ik,jl} \quad \text{avec } i,j,k,l=1,2 \quad (\text{I.2.28})$$

Cette matrice $[N]$ est diagonalisable et possède 4 valeurs propres réelles λ_i ($i=0,1,2,3$). *Anderson et Barakat* ont établi que $[M]$ est une matrice de Mueller-Jones si et seulement si:

$$\lambda_0 = m_{00} \quad \text{et} \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \quad (\text{I.2.29})$$

donc que $[N]$ ne possède qu'une seule valeur propre non nulle. Dans le cas d'une matrice de Mueller-Jones, seuls les effets de diatténuation et de biréfringence sont présents, et il s'agit de les discriminer. *Gil et Bernabeu* [I.18] ont proposé une décomposition polaire d'une matrice de Mueller Jones $[M_J]$ en un produit d'une matrice représentant un polariseur elliptique partiel $[M_D]$ (Annexe 3) et d'un biréfringent elliptique $[M_R]$ (Annexe 4):

$$[M_J] = [M_R] \cdot [M_D] \quad (\text{I.2.30})$$

On peut noter que la décomposition $[M'_J] = [M'_D] \cdot [M'_R]$ serait aussi applicable mais conduirait à des résultats différents du point de vue des propriétés polarimétriques du système. En effet, les invariants sont la diatténuation D et la retardance R , mais les caractéristiques des vecteurs propres (azimut, ellipticité) du diatténuateur diffèrent d'une décomposition à l'autre.

On peut aussi citer une autre forme de décomposition d'un milieu non-dépolarisant [I.19], qui stipule qu'un milieu non-dépolarisant représenté par $[M_J]$ peut se factoriser de la manière suivante:

$$[M_J] = [M_{LR_1}] \cdot [M_{\psi\Delta}] \cdot [M_{LR_2}]^T \quad (\text{I.2.31})$$

où $[M_{LR_1}]$, $[M_{LR_2}]$ sont des matrices de Mueller de biréfringents linéaires et $[M_{\psi\Delta}]$ la matrice de Mueller d'une surface ellipsométrique plane. Cette décomposition est valable pour toute matrice de Mueller non-dépolarisante. Elle est particulièrement adaptée lorsque la configuration expérimentale s'approche d'une configuration où un biréfringent linéaire, une surface ellipsométrique et un autre biréfringent linéaire sont placés en cascade. Cela a été démontré expérimentalement lors de l'étude ellipsométrique *in situ* de couches minces à travers des fenêtres sous contraintes pouvant présenter de la biréfringence [I.20].

2.3.2- Milieu dépolarisant: décomposition de Lu et Chipman

Dans le cas le plus général, un milieu représenté par la matrice de Mueller $[M]$ possède à la fois des propriétés de dichroïsme, de biréfringence et de dépolarisation. Le but est de séparer ces différents effets noyés dans la matrice "brute" $[M]$. *Lu et Chipman [I.16]* ont proposé une décomposition de la matrice de Mueller $[M]$ en un produit de trois matrices de Mueller (associées aux éléments optiques élémentaires) de la manière:

$$[M] = [M_\Delta] \cdot [M_R] \cdot [M_D] \quad (\text{I.2.32})$$

où $[M_\Delta]$ représente la matrice de Mueller d'un dépolariseur, $[M_R]$ celle d'un retardateur (I.2.15) et $[M_D]$ celle d'un diatténuateur (I.2.7). La matrice représentant le dépolariseur diffère de celle donnée en (I.2.23) et s'écrit:

$$[M_\Delta] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & [m_\Delta] \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.33})$$

où \vec{P}_Δ est appelé vecteur polarisance du dépolariseur. L'origine de l'introduction du vecteur polarisance tient au fait qu'une matrice de Mueller générale contient 16 paramètres indépendants. Or un diatténuateur est décrit par 4 paramètres ($T_0, D, \alpha_D, \varepsilon_D$), un retardateur par 3 paramètres ($R, \alpha_R, \varepsilon_R$) et un dépolariseur de la forme (I.2.23) par 6 paramètres (3 facteurs de dépolarisation et 3 directions associées). Pour avoir une description cohérente, il faut donc rajouter 3 degrés de liberté au dépolariseur, ce qui est réalisé en introduisant le vecteur polarisance du dépolariseur \vec{P}_Δ .

Nous détaillons à présent le calcul des propriétés polarimétriques liées à chaque effet (dichroïsme, biréfringence, dépolarisation) dans le cas de la décomposition de Lu et Chipman. En explicitant le produit de matrice (I.2.32), il vient:

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & [m_\Delta] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & [m_R] \end{bmatrix} \cdot T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & [m_D] \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.34})$$

et donc $[M]$ peut s'écrire sous la forme:

$$[M] = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{P} & [m] \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.35})$$

où \vec{P} est le vecteur polarisance de la matrice $[M]$, \vec{D} le vecteur diatténuation et $[m]$ la matrice de Mueller réduite (3x3) de coefficients:

$$[m] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.36})$$

Le vecteur diatténuation \vec{D} et la transmittance non polarisée T_0 sont directement lisibles sur la matrice de Mueller "brute" $[M]$ et on a:

$$T_0 = m_{00} \quad (\text{I.2.37})$$

$$\vec{D} = \frac{1}{m_{00}} \begin{bmatrix} m_{01} \\ m_{02} \\ m_{03} \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.38})$$

Or, on sait d'après (I.2.7) et (I.2.11) que la matrice d'un diatténuateur est complètement déterminée si on connaît T_0 et \vec{D} . La matrice du diatténuateur $[M_D]$ dans la décomposition (I.2.32) est donc connue.

La deuxième étape consiste à déterminer la matrice du dépolariseur. Il faut donc pour cela déterminer le vecteur \vec{P}_Δ et la matrice réduite $[m_\Delta]$. Connaissant $[M_D]$ et dans le cas où cette dernière n'est pas singulière, on peut construire la matrice $[M']$ telle que:

$$[M'] = [M] \cdot [M_D]^{-1} = [M_\Delta] \cdot [M_R] \quad (\text{I.2.39})$$

et on a:

$$[M'] = \begin{bmatrix} I & \vec{D}^T \\ \vec{P}_\Delta & [m'] \end{bmatrix} \quad \text{avec } [m'] = [m_\Delta] \cdot [m_R] \quad (\text{I.2.40})$$

On peut déduire l'expression du vecteur \vec{P}_Δ :

$$\vec{P}_\Delta = \begin{bmatrix} m'_{10} \\ m'_{20} \\ m'_{30} \end{bmatrix} = \frac{\vec{P} - [m] \vec{D}}{1 - D^2} \quad \text{avec } \vec{P} = \frac{1}{m_{00}} \begin{bmatrix} m_{10} \\ m_{20} \\ m_{30} \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.41})$$

Pour déterminer la matrice $[m_\Delta]$, on forme la matrice $[m'] \cdot [m']^T$ qui vérifie:

$$[m'] \cdot [m']^T = [m_\Delta] \cdot [m_R] ([m_\Delta] \cdot [m_R])^T = [m_\Delta]^2 \quad (\text{I.2.42})$$

car $[m_R]^{-1} = [m_R]^T$. Si on appelle ξ_1 , ξ_2 et ξ_3 les valeurs propres de la matrice $[m'] \cdot [m']^T$, alors les valeurs propres de $[m_\Delta]$ sont $\sqrt{\xi_1}$, $\sqrt{\xi_2}$ et $\sqrt{\xi_3}$ et on peut donc écrire (théorème de Cayley-Hamilton):

$$[m_\Delta] = \pm \left[[m'] \cdot [m']^T + (\sqrt{\xi_1 \xi_2} + \sqrt{\xi_2 \xi_3} + \sqrt{\xi_1 \xi_3}) [I_3] \right]^{-1} \times \left[(\sqrt{\xi_1} + \sqrt{\xi_2} + \sqrt{\xi_3}) [m'] \cdot [m']^T + \sqrt{\xi_1 \xi_2 \xi_3} [I_3] \right] \quad (\text{I.2.43})$$

où le signe + ou - correspond au signe du déterminant de la matrice $[m']$. On forme ainsi la matrice $[M_\Delta]$ grâce à (I.2.41) et (I.2.43).

La dernière étape consiste à déterminer la matrice du retardateur. On l'obtient simplement par la relation:

$$[M_R] = [M_A]^{-1} \cdot [M'] \quad (\text{I.2.44})$$

La décomposition de Lu et Chipman permet de remonter à chaque matrice élémentaire $[M_A]$, $[M_R]$ et $[M_D]$, et donc de déterminer l'ensemble des propriétés polarimétriques du milieu d'étude: $(T_0, D, \alpha_D, \varepsilon_D)$ pour l'effet d'atténuation, $(R, \alpha_R, \varepsilon_R)$ pour l'effet de déphasage et les trois facteurs et axes associés à la dépolarisation. A noter que dans notre cas, on utilisera plutôt l'indice de dépolarisation P_D [I.21] pour évaluer le pouvoir de dépolarisation moyen du milieu, qui est directement accessible à partir de la matrice "brute" $[M]$:

$$P_D = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=0}^3 m_{ij}^2 - m_{00}^2}{3m_{00}^2}} \quad \text{avec } 0 \leq P_D \leq 1 \quad (\text{I.2.45})$$

On distingue différents cas selon la valeur de l'indice de dépolarisation:

- $P_D = 0$: l'élément est un dépolariseur total
- $0 \leq P_D \leq 1$: l'élément est un dépolariseur partiel
- $P_D = 1$: l'élément n'est pas dépolarisant

Pour conclure avec la décomposition de Lu et Chipman, on peut mettre en avant la possibilité, d'une part, de séparer les effets dépolarisants des effets non-dépolarisants et, d'autre part, de distinguer parmi ces derniers les propriétés d'atténuation et de déphasage de l'onde électromagnétique à la traversée d'un échantillon. Cependant, de part sa nature (produit de matrices), la décomposition de Lu et Chipman suppose un arrangement bien particulier en cascade du milieu considéré (Figure I.7).

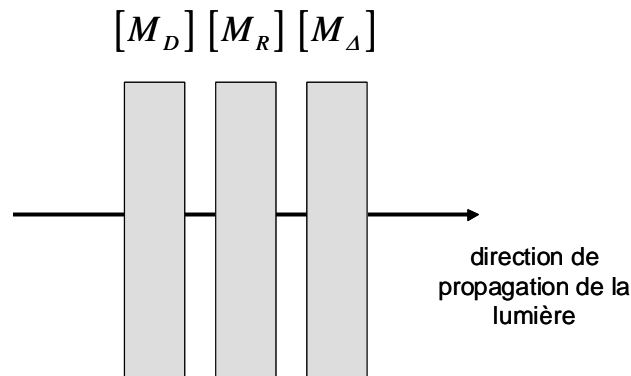


Figure I.7: Ordre de la traversée des éléments supposé par la décomposition de Lu et Chipman.

Cela ne correspond pas toujours à des situations expérimentales "réelles" et il faut donc imaginer d'autres types de décomposition plus proches de situations pouvant être rencontrées en pratique.

2.3.3- Autres formes de décomposition en produit

2.3.3.1- Décompositions "forward" et "reverse"

Lu et Chipman [I.16] ont été les premiers à énoncer la possibilité d'envisager des arrangements différents (6 au total) de l'ordre des composants optiques élémentaires lors d'une décomposition en produit:

$$[M] = [M_{\Delta_1}] \cdot [M_{R_1}] \cdot [M_{D_1}] \quad (\text{I.2.46.a})$$

$$[M] = [M_{\Delta_2}] \cdot [M_{D_2}] \cdot [M_{R_2}] \quad (\text{I.2.46.b})$$

$$[M] = [M_{R_3}] \cdot [M_{\Delta_3}] \cdot [M_{D_3}] \quad (\text{I.2.46.c})$$

$$[M] = [M_{D_4}] \cdot [M_{R_4}] \cdot [M_{\Delta_4}] \quad (\text{I.2.46.d})$$

$$[M] = [M_{R_5}] \cdot [M_{D_5}] \cdot [M_{\Delta_5}] \quad (\text{I.2.46.e})$$

$$[M] = [M_{D_6}] \cdot [M_{\Delta_6}] \cdot [M_{R_6}] \quad (\text{I.2.46.f})$$

La décomposition (I.2.46.a) a focalisé leur intérêt car elle donne tout le temps des résultats physiquement réalisables, et permet de séparer les effets dépolarisant ($[M_{\Delta}]$) des effets non-dépolarisant ($[M_R], [M_D]$). Elle a longtemps été utilisée et a prouvé sa pertinence dans plusieurs expériences d'imagerie polarimétrique. Dix ans plus tard, *Morio et Goudail [I.22]* ont séparé les 6 arrangements en deux familles : la famille F_{AD} (a, b, c) où le diatténuateur précède le dépolariseur, et la famille F_{DA} (d, e, f) où le diatténuateur suit le dépolariseur. Au sein d'une même famille, les valeurs de R , D et Δ sont invariantes (seuls les axes propres diffèrent) mais elles sont différentes d'une famille à l'autre. On voit donc que le choix d'une décomposition ou d'une autre va donner des caractéristiques différentes et donc que la réalité sera plus ou moins bien décrite. Il est démontré dans [I.22] qu'avec la forme du diatténuateur (I.2.7) et du dépolariseur (I.2.33), les décompositions de la famille F_{AD} donnent des résultats toujours physiques alors que celles de la famille F_{DA} peuvent donner des résultats non-physiques (en particulier dans le cas d'un milieu avec un fort dichroïsme et une forte dépolarisation). Ce problème a été résolu par *Ossikovski [I.23]*, qui a précisé les formes du diatténuateur et du dépolariseur pour les décompositions de la famille F_{DA} (dénommées décompositions "reverse" contrairement aux décompositions "forward" de la famille F_{AD}) telles que:

$$[M_D] = m_{00} \begin{bmatrix} 1 & \vec{P}^T \\ \vec{P} & [m_P] \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [M_{\Delta}] = \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{0} & [m_{\Delta}] \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.47})$$

Avec ces formes, les matrices données par les décompositions inverses sont toujours physiques. La validation expérimentale de ce type de décomposition a été effectuée dans [I.24, I.25].

2.3.3.2- Décomposition symétrique

En général, la forme d'un dépolariseur naturel est la suivante (forme canonique):

$$[M_{\Delta}] = \begin{bmatrix} I & \vec{O}^T \\ \vec{O} & [m_{\Delta}] \end{bmatrix} \quad (\text{I.2.48})$$

c'est-à-dire que dans ses axes propres, le dépolariseur a une forme diagonale. Or les décompositions énoncées auparavant font intervenir soit un vecteur polarisance (pour les décompositions "forward") soit un vecteur diatténuation (pour les décompositions "reverse") dans l'expression de la matrice du dépolariseur. Il était donc naturel qu'une décomposition où cette dernière est diagonale voit le jour. Cela a été effectué toujours par *Ossikovski* [I.26] qui, s'inspirant de la forme normale définie par *Shridar et Simon* [I.13], propose une décomposition symétrique de la forme:

$$[M] = [M_{D_2}] \cdot [M_{R_2}] \cdot [M_{\Delta d}] \cdot [M_{R_1}]^T \cdot [M_{D_1}] \quad (\text{I.2.49})$$

où $[M_{\Delta d}]$ est une matrice diagonale de la forme:

$$[M_{\Delta d}] = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad \text{avec } 0 \leq |a|, |b|, |c| \leq I \quad (\text{I.2.50})$$

Cette décomposition a, elle aussi, été validée expérimentalement dans [I.27]. Cette décomposition semble bien adaptée à des configurations expérimentales telles que l'étude des modifications polarimétriques engendrées par un milieu biologique étudié en réflexion diffuse.

Pour résumer, on peut noter que plusieurs décompositions ont été validées mathématiquement et expérimentalement. Elles correspondent chacune à des arrangements différents des composants optiques élémentaires qui vont décrire le milieu d'étude. L'interprétation d'une matrice de Mueller quelconque va dépendre du type de décomposition choisi. Il convient donc d'utiliser celle qui est la plus fidèle à la situation expérimentale considérée, ce qui nécessite d'avoir une connaissance grossière à priori de la réponse du milieu.

2.3.4- Décompositions en somme

Cloude [I.8] a été le premier à proposer la décomposition d'une matrice quelconque $[M]$ en somme de matrices non-dépolarisantes $[M_i]$, telle que:

$$[M] = \frac{I}{2} (\lambda_0 [M_0] + \lambda_1 [M_1] + \lambda_2 [M_2] + \lambda_3 [M_3]) \quad (\text{I.2.51})$$

où $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ et λ_3 sont les valeurs propres de la matrice $[N]$ associée à $[M]$ ((I.2.27) et (I.2.28)). Les matrices $[M_i]$ sont formées à partir des vecteurs propres associés à chaque λ_i . Chaque matrice $[M_i]$ peut ensuite être décomposée en éléments optiques élémentaires (diatténuateurs, retardateurs) par la décomposition polaire (I.2.30).

Dans le cas très particulier où le milieu, en plus d'effets déterministes (dichroïsme et biréfringence), dépolarise de manière isotrope ($\lambda_0 \neq 2m_{00}$ et $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 \neq 0$), *Kostinski [I.28]* a proposé une décomposition du type:

$$[M] = [M_J] + [M_{\Delta}^{idéal}] \quad (I.2.52)$$

où $[M_J]$ est la matrice de Mueller-Jones associée à la valeur propre λ_0 et $[M_{\Delta}^{idéal}]$ la matrice d'un dépolariseur idéal tel que:

$$[M_{\Delta}^{idéal}] = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec } d = \frac{2}{3}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \quad (I.2.53)$$

On peut ainsi séparer les effets déterministes des effets de dépolarisation. Cependant, dans le cas où la dépolarisation est anisotrope ($\lambda_0 \neq 2m_{00}$ et $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3 \neq 0$), on ne peut plus utiliser un tel type de décomposition.

Le formalisme des décompositions en somme a été ré-envisagé par *Gil [I.29]*. Il considère la situation où plusieurs effets déterministes interviennent parallèlement (c'est-à-dire spatialement au sein du faisceau lumineux) comme représenté sur la Figure I.8:

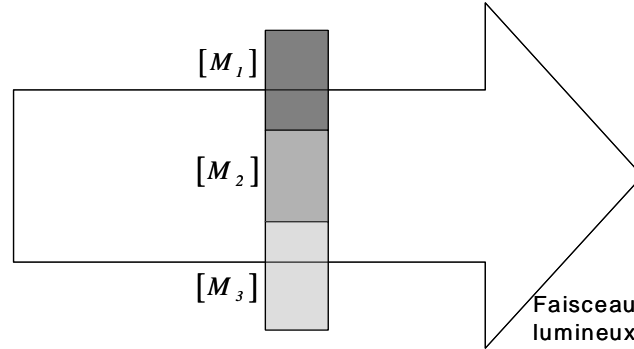


Figure I.8: Superposition incohérente d'effets déterministes représentés par les matrices $[M_1]$, $[M_2]$ et $[M_3]$.

La matrice de Mueller mesurée s'exprime de la manière suivante:

$$[M] = \sum_i p_i [M_i] \quad \text{avec } \sum_i p_i = 1 \quad (I.2.54)$$

où p_i représente la fraction au sein du faisceau de l'élément non-dépolarisant représenté par la matrice $[M_i]$. La lumière est dépolarisée par superposition incohérente des différents effets. Il est donc convenable d'exprimer une matrice $[M]$ comme une combinaison linéaire de plusieurs matrices non-dépolarisantes, le but ici étant de remonter aux différents effets déterministes plutôt que d'évaluer la dépolarisation engendrée par le milieu. Cette décomposition a été appliquée expérimentalement par *Foldyna [I.30]*, dans le cadre de la caractérisation de "wafers" en microélectronique.

2.4- Evaluation et filtrage du bruit expérimental

La mesure d'une matrice de Mueller expérimentale est forcément entachée de bruit. L'erreur faite sur la matrice de Mueller se répercute sur les paramètres physiques associés, issus de la décomposition en éléments simples.

Dans le cas d'un milieu non-dépolarisant ($\lambda_0 = 2m_{00}$ et $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$), la décomposition de Cloude (I.2.51) permet de filtrer une partie du bruit expérimental. En effet, le bruit de mesure peut conduire à des valeurs $\lambda_0 \approx 2m_{00}$ et $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_3 \approx 0$. En particulier, les valeurs λ_1 , λ_2 et λ_3 peuvent être négatives, ce qui correspondrait à une matrice non physique. Une manière de filtrer ce bruit expérimental est de mettre toutes les valeurs propres λ_1 , λ_2 et λ_3 égales à 0 et de faire l'analyse sur la matrice $\frac{\lambda_0}{2}[M_0]$. On peut ensuite effectuer une décomposition polaire sur cette dernière pour remonter aux propriétés physiques de dichroïsme et de biréfringence. Si le milieu d'étude est dépolarisant, cette opération de filtrage ferait perdre une partie de l'information de dépolarisation, et n'est donc pas adaptée. Il faut se doter d'indicateurs capables de discriminer le bruit de mesure de l'effet physique bien réel qu'est la dépolarisation [I.31].

Dans le cas général d'un milieu dépolarisant, il n'existe pas de techniques permettant de filtrer le bruit expérimental. Le seul moyen d'évaluer l'influence de ce dernier est de simuler du bruit de mesure, de le propager sur la matrice de Mueller (via un modèle), d'extraire les paramètres par le type de décomposition choisi et de regarder la statistique associée à ces derniers [I.32].

2.5- Conclusions

Nous avons vu dans cette partie comment interpréter une matrice de Mueller tout à fait générale correspondant à un milieu quelconque. Nous cherchons à modéliser ce milieu par des éléments optiques simples (diatténuateurs, retardateurs, dépolariseurs) qui ont une action bien définie sur la lumière incidente. Les effets étant "noyés" dans la matrice de Mueller globale, il s'agit de les évaluer correctement en les décomposant de manière adéquate. La décomposition à choisir doit être la plus proche de la configuration expérimentale envisagée. Les décompositions en produit ("forward", "reverse" et symétrique) supposent que les éléments constituant le milieu d'étude sont organisés séquentiellement dans un ordre bien précis. Les décompositions en somme sont, quand à elles, dédiées à la description d'un milieu en termes d'éléments non-dépolarisants placés en parallèle. Elles servent également à filtrer le bruit expérimental, dans le cas d'un milieu non-dépolarisant. Les formalismes associés aux différentes décompositions, succinctement abordés dans cette partie, sont bien résumés dans [I.33] et [I.34].

3- Techniques expérimentales relatives à la polarimétrie de Mueller

Cette partie présente les différentes configurations expérimentales existantes permettant de mesurer une matrice de Mueller. On ne présente que les polarimètres de Mueller complets (qui mesurent les 16 coefficients de la matrice), car ils sont les seuls capables de caractériser de la manière la plus générale possible un échantillon.

3.1- Principes généraux des polarimètres de Mueller

Les polarimètres de Mueller sont tous basés sur le même schéma de base. Ce schéma consiste tout d'abord en une source lumineuse et un générateur d'états de polarisation (PSG) qui permettent d'envoyer des états de polarisation connus sur un milieu d'étude. Après interaction avec ce dernier, les états de polarisation modifiés sont décodés à l'aide d'un analyseur d'états de polarisation (PSA). L'intensité lumineuse est ensuite mesurée par un détecteur (Figure I.9).

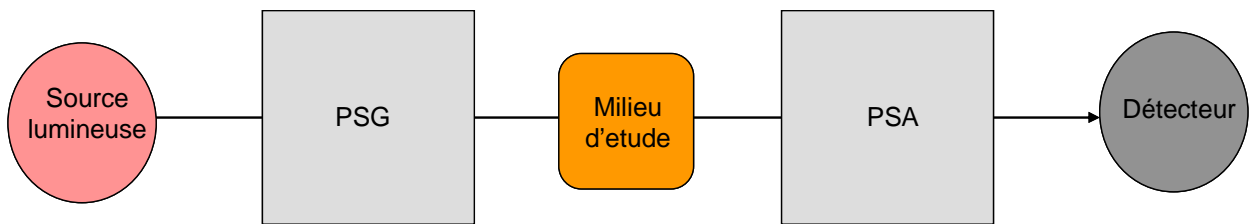


Figure I.9: Schéma de base d'un polarimètre de Mueller.

Pour pouvoir mesurer une matrice de Mueller complète, il faut que le PSG génère au moins 4 vecteurs de Stokes linéairement indépendants et que le PSA analyse au moins 4 vecteurs de Stokes linéairement indépendants. Bien sûr, rien n'empêche d'en générer un nombre supérieur à 4, ce qui permettrait de surdéterminer le système et donc d'augmenter la précision sur la mesure des coefficients m_{ij} , mais cela se ferait au détriment du temps de mesure, dans le cas où les états de polarisation sont générés de manière séquentielle.

Les états de polarisation choisis pour le PSG et le PSA ne sont en général pas choisis arbitrairement mais sont déterminés dans un souci de minimisation de la propagation du bruit de mesure. On sent bien que pour mesurer avec précision une matrice de Mueller qui représente la réponse polarimétrique complète d'un milieu, il va falloir générer des états de polarisation les plus différents possibles pour voir comment le milieu d'étude les modifie. Cela permet en effet d'avoir des mesures les moins redondantes possibles et donc de minimiser la propagation du bruit expérimental sur la matrice finale. Nous donnons quelques considérations mathématiques pour illustrer cet argument. Pour cela, on définit la matrice de modulation $[W]$ dont les colonnes sont les vecteurs de Stokes formés par le PSG. De même, on définit la matrice d'analyse $[A]$ dont les colonnes sont les vecteurs de Stokes formés par le PSA. Les intensités mesurées par le détecteur sont les coefficients d'une matrice $[B]$. Si $[M]$ est la matrice de Mueller de l'échantillon inconnu, on a la relation:

$$[B] = [A] \cdot [M] \cdot [W] \quad (\text{I.3.1})$$

et donc la matrice de l'échantillon est obtenue en inversant le système :

$$[M] = [A]^{-1} \cdot [B] \cdot [W]^{-1} \quad (\text{I.3.2})$$

Dans le cas où on génère et analyse plus de 4 vecteurs de Stokes (N par exemple) et donc que les matrices $[W]$ et $[A]$ sont de dimension $(4 \times N)$ et $(N \times 4)$ respectivement, alors on utilisera une pseudo-inversion pour les matrices $[A]$ et $[W]$. Mathématiquement parlant, une matrice de Mueller $[M]$ est accessible à partir de mesures d'intensités lumineuses seulement si les matrices $[W]$ et $[A]$ sont inversibles. Cependant, pour garantir au système de mesure la plus forte immunité possible face au bruit expérimental, il faut en plus que les matrices $[W]$ et $[A]$ soient bien conditionnées, c'est-à-dire qu'elles soient le plus éloignées possible de matrices singulières (non inversibles).

Des outils permettant d'évaluer la qualité des matrices à inverser dans le cadre de polarimètres de Stokes et de Mueller ont été développés et utilisés. Pour optimiser l'instrument en présence de bruit additif, le critère le plus couramment utilisé est le nombre de conditionnement $C([A])$ [I.35-37], défini dans le cas d'une matrice carrée $[A]$ comme:

$$C([A]) = \|[A]^{-1}\| \cdot \|[A]\| \quad (\text{I.3.3})$$

où $\|[A]\|$ représente la norme de la matrice $[A]$. Ce critère, appliqué aux matrices $[W]$ et $[A]$, sert à minimiser à la fois les erreurs relatives et absolues [I.25]. Il s'agit de choisir les propriétés des composants qui constituent le PSG et le PSA de manière à minimiser le nombre de conditionnement. Toujours en présence de bruit additif, le critère *EWV* défini par *Sabatke* [I.38] permet d'appréhender la redondance des équations mises en jeu pour résoudre le système (I.3.2), ce qui n'est pas visible avec le nombre de conditionnement. Il permet donc d'évaluer l'apport de la surdétermination d'un système d'équations. Nous reviendrons en détail sur le critère *EWV* car il sera utilisé lors de l'étude sur l'optimisation du polarimètre instantané. En présence de bruit multiplicatif, un critère récemment défini par *Lara* [I.39] se substitue au nombre de conditionnement, mais est lié à une configuration bien particulière (faible signal détecté).

Une autre spécificité liée à la mise en place d'un polarimètre de Mueller est la nécessité de prendre en compte les erreurs systématiques inhérentes aux imperfections des éléments utilisés dans le PSG, le PSA et le détecteur. Elles sont en général sources d'erreurs importantes sur les éléments de la matrice de Mueller si elles ne sont pas prises en compte dans ce que l'on appelle la phase d'étalonnage de l'instrument. Deux solutions ont été adoptées dans la littérature pour effectuer l'étalonnage d'un polarimètre de Mueller. L'une consiste à identifier les sources d'erreurs et à les inclure dans les matrices $[W]$ et $[A]$ initialement supposées parfaites. Cela passe donc par une modélisation détaillée de l'instrument, ce qui ne peut se faire que dans le cas où l'on est capable d'identifier avec précision les imperfections des éléments [I.40-44]. L'autre méthode, développée par *Compain* [I.45], s'est avérée utile lorsque la modélisation de l'instrument devient trop délicate. Cette méthode, qui s'appelle "auto-calibration par la méthode des valeurs propres", considère l'instrument comme une boîte noire, mais est capable de déterminer les matrices $[W]$ et $[A]$ à partir de quelques mesures sur des échantillons de

référence (lames à retard, polariseurs). Ce système est donc très souple et permet d'obtenir de bonnes précisions, mais suppose une grande stabilité de l'instrument dans le temps ou alors la possibilité de prendre en compte les variations des matrices $[W]$ et $[A]$ avec le temps (température, stabilité de la source, ...). Dans le cas du polarimètre instantané, cette méthode n'a pas été utilisée à cause de la trop forte instabilité de nos éléments, en particulier face à la température (comportement non linéaire). En outre, le polarimètre instantané étant composé d'éléments facilement modélisables, l'étalonnage par un modèle a été retenu et sera présenté dans la suite du manuscrit.

3.2- Présentation de quelques configurations existantes

Il existe plusieurs configurations expérimentales de polarimètres de Mueller, la différence se faisant sur le choix de la source, des éléments composants le PSG et le PSA, du détecteur, et de tout autre élément pouvant être inséré dans le montage. Cela dépend de l'information recherchée par l'utilisateur. Les polarimètres peuvent être en transmission (étude de milieux transparents), mais aussi en configuration de réflexion/diffusion. La matrice de Mueller seule fournit des informations intéressantes, mais il est souvent nécessaire de mesurer ces matrices en fonction de la longueur d'onde, des coordonnées spatiales ou encore de l'angle d'incidence, dans le but de fournir une description encore plus complète d'un échantillon.

Les polarimètres spectroscopiques [I.46, I.47] sont capables de mesurer la matrice de Mueller d'un échantillon en fonction de la longueur d'onde. L'instrument décrit dans [I.46] et représenté sur la Figure I.10 mesure les coefficients de la matrice de Mueller de 400 nm à 800 nm avec une résolution de 1 nm en approximativement 1 s . Une source large bande (lampe blanche) associée à un système dispersif pour la détection (réseau de diffraction + caméra CCD) est nécessaire pour ce type de mesure. Le système doit être construit de manière à être bien étalonné sur toute la plage de longueur d'onde étudiée (PSG et PSA achromatiques).

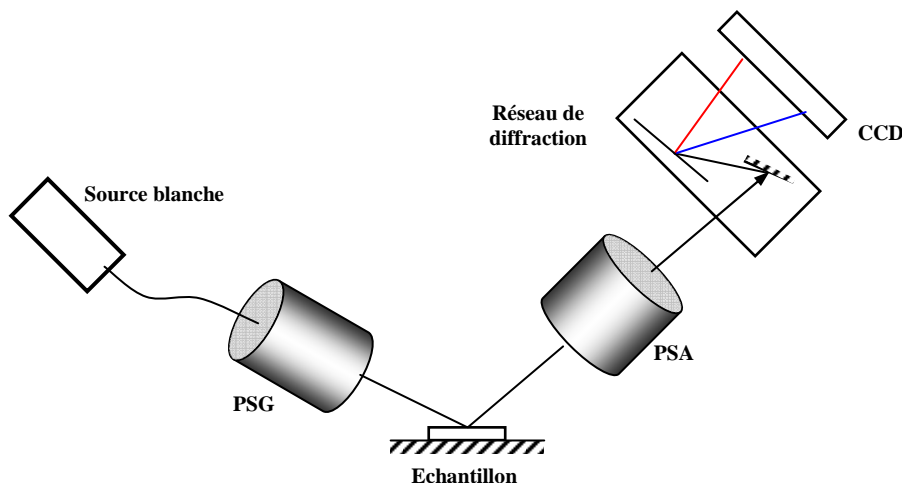


Figure I.10: Polarimètre de Mueller spectroscopique décrit dans [I.46].

Ce type de polarimètre est très performant pour l'étude de couches minces en configuration d'ellipsométrie, car l'information en fonction de la longueur d'onde permet d'obtenir des modèles d'ajustement (épaisseurs et indices des couches, homogénéité) bien plus précis qu'en

éclairage monochromatique. Une version commerciale de cet instrument (MM16 de la société Horiba Jobin-Yvon) a été développée.

Un autre type de polarimètre qui présente un fort intérêt applicatif est le polarimètre de Mueller imageur [I.25, I.48, I.49]. Il permet d'avoir une représentation des variations spatiales de la matrice de Mueller sur une portion d'échantillon. On peut ainsi obtenir des images codées en diatténuation, retardance et dépolarisation qui, dans certains cas, présentent des contrastes supérieurs à une simple image en intensité ou entre polariseurs croisés/parallèles. Un exemple de polarimètre imageur est présenté sur la Figure I.11 et est détaillé dans [I.25].

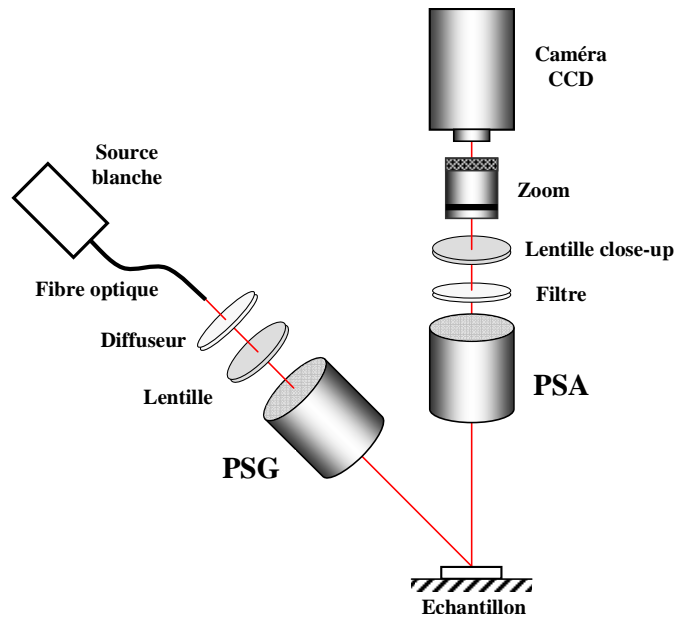


Figure I.11: Polarimètre de Mueller imageur décrit dans [I.25].

Il s'agit d'imager une partie de l'échantillon sur une caméra CCD à l'aide d'un zoom. Le polarimètre décrit sur la Figure I.11 permet de décrire une portion de l'échantillon de 4 cm de diamètre, et la mesure prend environ 10 s . L'éclairage est quasi-monochromatique mais peut se faire à plusieurs longueurs d'onde (filtres interférentiels). Les polarimètres imageurs sont surtout utilisés à des fins de diagnostic médical (altérations cutanées, maladies du foie, cancer du col de l'utérus, défauts de la rétine...). On peut également citer un autre type de polarimètre développé récemment et encore à l'essai, qui couple la microscopie confocale à la polarimétrie de Mueller, et qui permet ainsi d'avoir une représentation en 3D des propriétés polarimétriques d'un échantillon [I.50].

Une dernière configuration récemment mise en œuvre est présentée brièvement ici. Il s'agit du polarimètre de Mueller résolu en angle représenté sur la Figure I.12 et détaillé dans [I.51, I.52]. Ce polarimètre permet de mesurer les matrices de Mueller pour des angles polaires allant de 0° à 60° et pour des angles azimutaux allant de 0° à 360° , le tout mesuré en environ 1 s . Pour cela, la lumière est focalisée sur l'échantillon avec un objectif de microscope de forte ouverture numérique ($0,95$) et le plan focal arrière de l'objectif est imagé sur une caméra CCD. On obtient ainsi des images en distribution angulaire au lieu d'images en distribution spatiale (obtenues dans le cas du système imageur décrit juste avant). L'avantage d'utiliser un tel objectif de microscope est, outre de pouvoir générer simultanément une large gamme d'angles polaires et

azimutaux, d'éclairer une zone de l'échantillon de l'ordre de $50\ \mu\text{m}$ de diamètre seulement. Ce polarimètre a été développé dans le but de caractériser des structures périodiques inférieures à la longueur d'onde de manière optique pour la microélectronique [I.51, I.52].

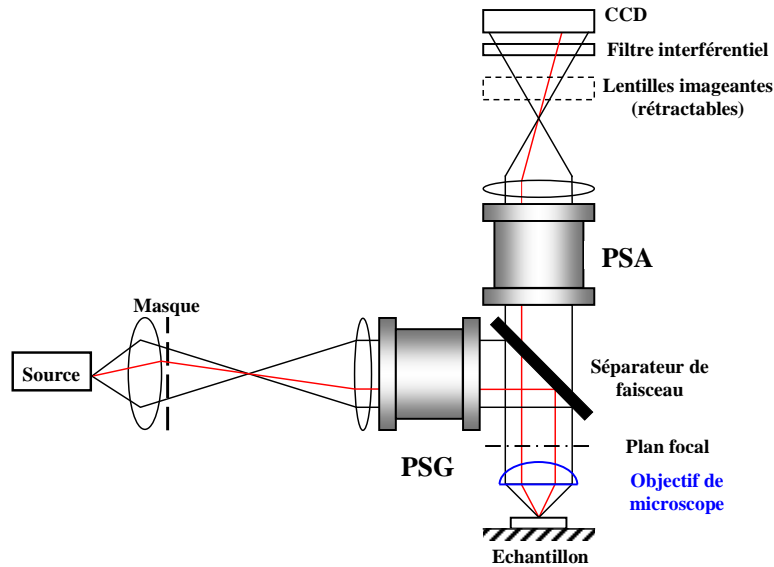


Figure I.12: Polarimètre de Mueller résolu en angle décrit dans [I.52].

Nous avons présenté dans cette partie quelques configurations de polarimètres de Mueller qui ont des schémas bien différents les uns des autres, car ils cherchent à coupler des informations différentes (spectrale, spatiale, angulaire) à la matrice de Mueller. Nous n'avons pas encore décrit en détail les éléments constituant le PSG et le PSA qui sont choisis spécifiquement en fonction de la configuration retenue, car ils doivent présenter des propriétés adaptées à cette dernière: c'est l'objet de la partie suivante.

3.3- Méthodes de génération et d'analyse d'états de polarisation

En général, pour mettre en forme la polarisation d'une onde lumineuse, des éléments dichroïques et déphaseurs sont utilisés, dont les orientations relatives et/ou le contrôle du déphasage permettent de maîtriser les états de polarisation que l'on souhaite créer.

Les éléments dichroïques sont des polariseurs linéaires qui peuvent être de différents types. Les polariseurs cristallins ont une très bonne extinction (contraste 100000:1), mais à cause de leur forte épaisseur ont une acceptation angulaire faible ($< 5^\circ$) et sont donc exclus des dispositifs d'imagerie nécessitant la collecte de faisceaux ayant des incidences très différentes. Les polariseurs à base de polymères ont pour leur part une acceptation angulaire élevée (20°), mais des extinctions plus faibles (contraste 100:1). Une nouvelle technologie de polariseurs à base de nanoparticules d'argent présente beaucoup d'avantage: extinction élevée (contraste $> 100000:1$), forte acceptation angulaire (20°) et bonne stabilité en longueur d'onde.

Les différences les plus notables entre les PSG (et PSA) des différents polarimètres développés jusqu'à présent se situent au niveau des éléments permettant de moduler la phase de l'onde lumineuse. Nous citons quelques exemples en précisant les avantages et inconvénients des

différentes méthodes. Une première manière de moduler la polarisation est d'utiliser des lames de phases tournantes [I.53]. Les lames de phase présentent l'avantage d'être peu sensibles à l'angle d'incidence et à la température et ont une bonne tenue au flux. Par contre, la modulation est de fait peu rapide (rotation séquentielle avec moteurs pas à pas) et, pour des applications spectroscopiques, ces lames doivent être rendues achromatiques, ce qui rend leur modélisation plus compliquée [I.54]. Pour permettre des acquisitions plus rapides, une configuration avec des compensateurs tournants à grande vitesse associés à plusieurs canaux de détection a été développée [I.55]. Cette configuration permet d'obtenir une matrice de Mueller spectroscopique en environ 200 ms, mais présente l'inconvénient d'être beaucoup plus encombrante. Une autre manière de moduler la polarisation consiste à utiliser des modulateurs photo-élastiques [I.56] ou électro-optiques type cellule de Pockels [I.57]. Ce type de modulation, bien que rapide, est effectué avec des éléments sensibles à l'angle d'incidence et à la température et souvent non-homogènes. Les récents développements en polarimétrie de Mueller utilisent maintenant pratiquement tous des modulateurs à base de cristaux liquides [I.36, I.46]. Ces matériaux peu coûteux présentent en effet l'avantage d'un contrôle électrique des modifications de la polarisation avec de faibles tensions, et de passer d'un état à un autre très rapidement. Ils présentent par contre l'inconvénient d'être peu homogènes, et donc d'être délicats à modéliser (problème résolu en utilisant la méthode de *Compain*), mais aussi d'avoir une variation spectrale de leurs propriétés importante, ce qui peut être gênant pour une étude spectroscopique. Les cellules à cristaux liquides nématiques agissent comme des lames de phase dont le retard est ajustable par une tension électrique. Le temps de passage d'un état à un autre se fait en environ 100 ms. Les cellules à cristaux liquides ferroélectriques agissent, quant à elles, comme des lames à retard fixe, mais dont l'axe rapide peut basculer d'un certain angle (en général aux alentours de 45°) en fonction de la tension appliquée. Ces éléments ont des temps de transition bien plus courts que les nématiques (environ 100 μ s), mais présentent les mêmes inconvénients. Pour construire une version spectroscopique d'un polarimètre de Mueller avec des cristaux liquides, il faut leur associer des lames à retard fixe judicieusement choisies [I.46, I.58]. De tels polarimètres permettent l'acquisition d'une matrice de Mueller spectroscopique en moins de 50 ms.

3.4- Conclusions

Nous avons vu dans cette partie que plusieurs configurations de polarimètres de Mueller existent dans la littérature. Toutes les configurations obéissent au même principe de base: une source lumineuse, un générateur d'états de polarisation (PSG), le milieu d'étude, un analyseur d'état de polarisation (PSA) et un détecteur. Les différences sont liées à l'information que l'on souhaite coupler à la matrice de Mueller (spectrale, spatiale, angulaire). Au sein d'une même configuration, l'utilisateur a le choix des éléments composants le PSG et le PSA. Tous reposent sur une génération séquentielle d'états de polarisation. Ceux-ci sont choisis de manière à optimiser l'instrument en termes d'étalonnage, de temps de mesure, d'encombrement et de précision.

Conclusion

Ce premier chapitre nous a permis tout d'abord de décrire le formalisme mathématique matriciel qui traite des modifications de l'état de polarisation d'une onde lumineuse. La matrice de Mueller, matrice à 16 coefficients réels, représente la réponse polarimétrique globale d'un milieu d'étude et permet d'avoir de l'information pour caractériser ce dernier. Ce formalisme est le seul capable d'appréhender un milieu le plus général possible et permet de traiter des phénomènes de dépolarisation qui sont souvent présents lors de l'interaction d'une lumière polarisée avec un milieu naturel.

Nous avons ensuite décrit les effets polarimétriques élémentaires qui sont au nombre de trois: le dichroïsme qui est liée à l'influence du milieu sur l'amplitude du champ électrique incident, la biréfringence qui est liée à l'influence du milieu sur la phase du champ électrique et la dépolarisation qui est liée à l'influence du milieu sur l'évolution déterministe ou aléatoire de l'amplitude et de la phase du champ électrique. En général, tous ces effets sont mélangés et il s'agit de les séparer. Nous avons présenté plusieurs outils qui ont été développés pour, d'une part, s'assurer de la cohérence d'une mesure grâce à des indicateurs capables de vérifier la physicité d'une matrice de Mueller et, d'autre part, de modéliser un milieu quelconque avec des composants optiques élémentaires. Il existe des décompositions en produit (polaire, *Lu et Chipman*, "reverse", symétrique) et des décompositions en somme (*Cloude, Gil*). Ces décompositions sont utiles pour filtrer le bruit expérimental, mais surtout pour fournir une représentation la plus réaliste possible d'un milieu d'étude.

La dernière partie de ce chapitre visait à présenter les différentes configurations existantes de polarimètres de Mueller. La différence entre les configurations vient du fait que toutes ne cherchent pas à coupler les mêmes grandeurs à la matrice de Mueller. Certaines sont destinées à fournir une information spectroscopique, d'autres une information spatiale ou encore une information angulaire. Des différences sont aussi présentes dans la manière de coder les états de polarisation nécessaires pour mesurer une matrice de Mueller complète. Un objectif général affiché par les scientifiques qui développent ces techniques est la possibilité de faire une mesure le plus rapidement possible avec un système le moins encombrant possible, stable et facile à étalonner. On peut noter qu'actuellement, tous les polarimètres de Mueller ont des systèmes de codage en polarisation qui génèrent des états séquentiellement, et les analysent soit séquentiellement, soit simultanément en multipliant les canaux de détection pour faire des mesures en parallèle.

Nous proposons dans cette thèse de développer un polarimètre de Mueller dont le codage en polarisation se ferait simultanément mais sur une seule voie, en utilisant la longueur d'onde comme support de la polarisation. De cette manière, on s'affranchirait de la nécessité de coder la polarisation de manière séquentielle, et le temps d'acquisition ne dépendrait plus que du temps d'acquisition du détecteur, qui peut être potentiellement très court ($<ms$). L'appareil ne comporterait d'ailleurs aucuns éléments actifs, et serait donc peu encombrant et facile d'utilisation. L'objet du chapitre suivant est de décrire l'instrument que l'on appelle polarimètre de Mueller instantané. Nous détaillons le principe, l'étalonnage, la stabilisation et l'optimisation de cet instrument qui est d'un nouveau type dans la communauté des polarimètres de Mueller.

Chapitre II

Le polarimètre de Mueller instantané

Introduction

Nous avons évoqué dans le chapitre précédent le fait que le temps d'acquisition d'une matrice de Mueller est à ce jour limité par le temps nécessaire à générer et analyser les différents états de polarisation. Nous souhaitons utiliser le domaine spectral pour coder les états de polarisation de manière parallèle, ce qui permettrait de mesurer une matrice de Mueller à partir d'un seul spectre $I(\lambda)$, dont l'acquisition peut être très rapide selon le capteur utilisé (inférieure à la *ms*).

Oka [II.1] et *Kebabian* [II.2-4] ont été les premiers à utiliser le principe du codage spectral de la polarisation pour développer des polarimètres de Stokes instantanés, capables de mesurer les 4 paramètres de Stokes d'une lumière incidente sur une certaine plage de longueur d'onde à partir d'un seul signal $I(\lambda)$. Il s'agissait d'utiliser une lumière polychromatique avec des lames de phase épaisses pour associer à chaque longueur d'onde un état de polarisation. Plusieurs instruments ont ensuite été développés sur ce principe par d'autres équipes [II.5-10]. La configuration proposée par *Oka* a évolué [I.11, I.12] et a donné lieu à des systèmes capables d'évaluer instantanément l'évolution spectrale d'une partie des coefficients d'une matrice de Mueller [I.13], et plus récemment des paramètres ellipsométriques [I.14]. Simultanément au développement de notre polarimètre instantané, *Hagen* proposait également l'idée d'utiliser ce principe pour réaliser un polarimètre spectroscopique instantané de Mueller complet [I.15]. A notre connaissance, aucune version expérimentale de ce polarimètre n'a encore été développée.

Nous décrivons dans ce chapitre le développement théorique et expérimental d'un polarimètre de Mueller basé sur le principe du codage spectral de la polarisation. Ce polarimètre doit permettre de mesurer en une seule acquisition les 16 coefficients d'une matrice de Mueller à une longueur d'onde donnée.

La partie 1 décrit le principe du codage en longueur d'onde et son application à la mesure d'une matrice de Mueller. Nous y détaillons la configuration expérimentale choisie, en justifiant le choix des éléments du montage.

La partie 2 traite des erreurs systématiques associées à la configuration expérimentale. L'influence de ces erreurs est évaluée et les corrections mises en œuvre pour s'en affranchir sont présentées. La limitation de l'instrument pour l'étude de milieux dont les propriétés polarimétriques varient sensiblement avec la longueur d'onde est également pointée.

Les erreurs de phases, de part leur forte influence et leur spécificité, font l'objet d'une partie à part entière. La partie 3 présente donc la méthode de correction des phases, effectuée à partir de milieux connus. Cette méthode, spécifique à ce nouveau type de polarimètre, est validée sur des échantillons de référence.

La partie 4 discute de la stabilité de l'instrument par rapport aux contraintes extérieures (température, contraintes mécaniques appliquées à la fibre optique) et présente les techniques développées pour le stabiliser.

Finalement, la partie 5 propose deux moyens théoriques d'optimiser le système, à savoir le choix de la configuration optimale des lames de phase et le développement d'un polarimètre à deux voies de détection, permettant la mesure simultanée de deux signaux grâce à un prisme de Wollaston.

1- Présentation du polarimètre

1.1- Principe du polarimètre instantané

1.1.1- Principe du codage en longueur d'onde

Considérons une source polychromatique de largeur $\Delta\lambda$ centrée autour de λ_0 (avec $\Delta\lambda \ll \lambda_0$) et une lame de phase dont le retard est:

$$\phi = \frac{2\pi\Delta n_{(\lambda)}e}{\lambda} \quad (\text{II.1.1})$$

avec e l'épaisseur de la lame et Δn sa biréfringence. En effectuant un développement de Taylor à l'ordre 1 autour de λ_0 de l'expression du déphasage (II.1.1), nous obtenons:

$$\phi = \frac{2\pi\Delta n_{(\lambda_0)}e}{\lambda_0} - \frac{2\pi\Delta n_{(\lambda_0)}e}{\lambda_0^2}(\lambda - \lambda_0) + \frac{2\pi\left(\frac{\partial\Delta n}{\partial\lambda}\right)_{\lambda_0}e}{\lambda_0}(\lambda - \lambda_0) + o(\lambda^2) \quad (\text{II.1.2})$$

ce qui peut s'écrire plus simplement:

$$\phi = \phi_0 + 2\pi f_0\lambda \quad (\text{II.1.3})$$

où f_0 est la "fréquence" que l'on associe à l'épaisseur e , qui est proportionnelle à cette dernière. Ainsi, chaque longueur d'onde de la source va produire son propre déphasage et va donc avoir son propre état de polarisation. Pour illustrer ce fait, considérons une lame de phase d'épaisseur e placée entre polariseurs croisés, dont l'axe rapide fait un angle de 45° avec la direction du polariseur d'entrée (Figure II.1):

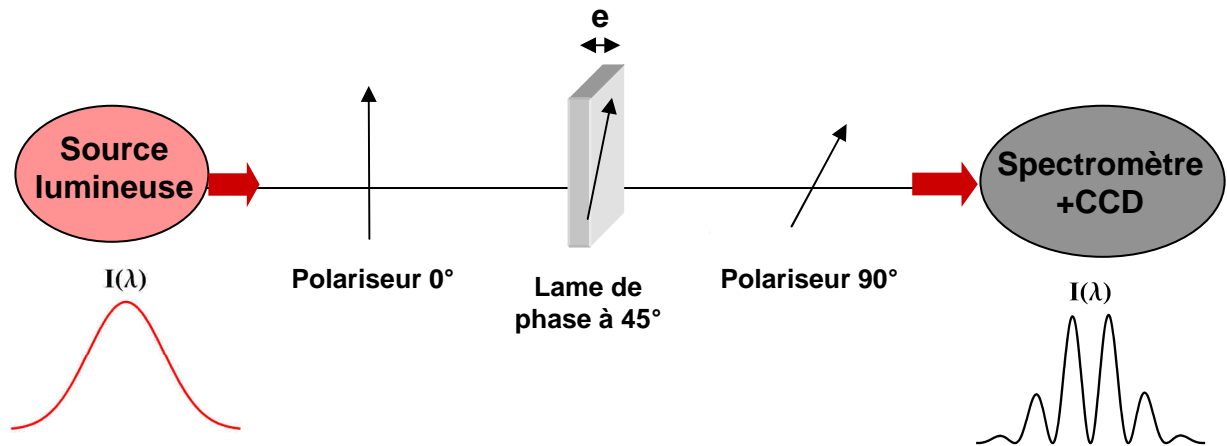


Figure II.1: Lame de phase d'épaisseur e placée entre polariseurs croisés, et dont l'axe rapide fait un angle de 45° avec le polariseur d'entrée. La lame est éclairée en lumière polychromatique et la détection est effectuée avec un spectromètre couplé à une barrette CCD.

L'intensité mesurée sur un détecteur composé d'un spectromètre et d'une barrette CCD est périodique et s'écrit:

$$I(\lambda) = \frac{I}{4} [1 - \cos(\phi_0 + 2\pi f_0 \lambda)] \quad (\text{II.1.4})$$

ce qui donne le spectre $I(\lambda)$ représenté en détail sur la Figure II.2, où la forme du spectre de la source a été enlevée:

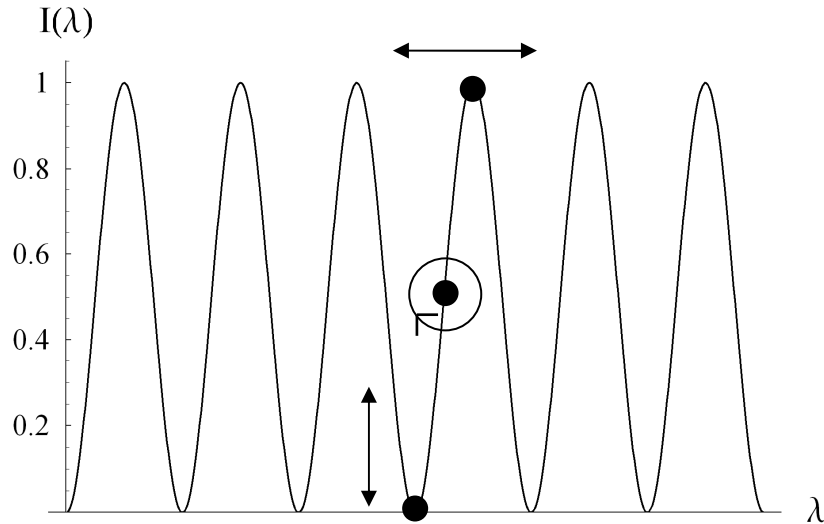


Figure II.2: Intensité lumineuse normalisée détectée dans la configuration de la Figure II.1. Les états de polarisation correspondant à 3 longueurs d'onde particulières sont représentés.

Nous avons choisi une lame de phase dont le déphasage permet de générer 6 cannelures (avec $\phi_0 = 0$), ce qui correspond à peu près à notre configuration expérimentale. Il est donc, comme nous le verrons, nécessaire d'utiliser des lames suffisamment épaisses pour générer un nombre conséquent d'oscillations. La Figure II.2 est interprétable en termes d'états de polarisation: les longueurs d'ondes telles que l'intensité est nulle (maximale) correspondent à des états de polarisation linéaires à la sortie de la lame, dont la direction est parallèle au polariseur d'entrée (de sortie). Entre ces deux longueurs d'onde particulières, les états de polarisation à la sortie de la lame sont elliptiques (circulaires pour la longueur d'onde moyenne des deux précédentes). On crée donc un nombre d'états de polarisation égal au nombre de points correspondant à une période du signal $I(\lambda)$. Cette génération se fait de manière simultanée au sein du faisceau et ne nécessite aucun élément actif dans le montage. Le système de détection permet de disperser tous les états de polarisation générés dans une direction spatiale (barrette CCD), et de manière parallèle.

Si on applique une transformée de Fourier au signal $I(\lambda)$, on obtient un pic dans l'espace de Fourier à la fréquence f_0 . La valeur absolue de la transformée de Fourier de $I(\lambda)$ est notée $|F\{I(\lambda)\}|$.

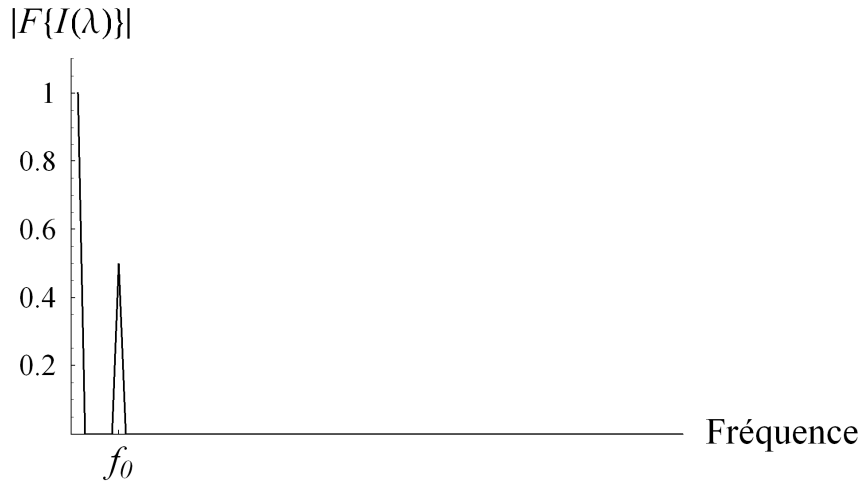
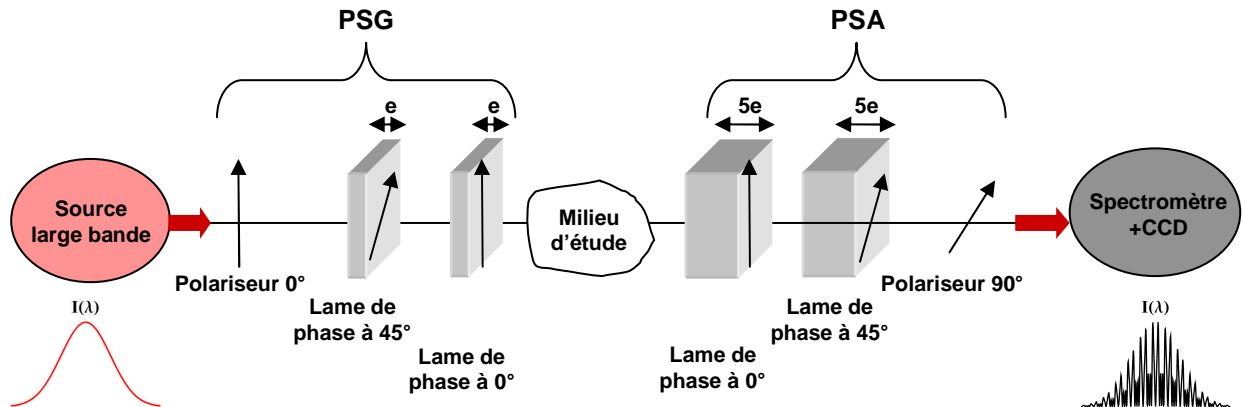


Figure II.3: Valeur absolue de la transformée de Fourier normalisée du signal de la Figure II.2.

Avec une lame de phase, on peut générer un certain nombre d'états de polarisation. Cependant, nous avons vu dans le chapitre I que pour obtenir une matrice de Mueller, il faut générer au moins 4 vecteurs de Stokes linéairement indépendants pour le codage et décodage de la polarisation. Pour remonter à une matrice de Mueller complète par ce principe, il nous faut utiliser une configuration de lames de phase particulière, qui est décrite à présent.

1.1.2- Calcul de la matrice de Mueller dans la configuration $(e, e, 5e, 5e)$

La configuration mise en œuvre nécessite l'utilisation de plusieurs lames de phase, dont les épaisseurs et les orientations des axes optiques sont choisies de manière judicieuse. Le système de codage en polarisation (PSG) est constitué d'un polariseur linéaire orienté à 0° suivi de deux lames de phase identiques d'épaisseur e , respectivement orientées à 45° et 0° . Le système d'analyse en polarisation (PSA) est constitué de deux lames de phases identiques d'épaisseur $5e$, respectivement orientées à 0° et 45° , et d'un polariseur linéaire d'orientation 90° . Les lames de phase du PSG et du PSA sont constituées du même matériau. La configuration est notée $(e, e, 5e, 5e)$, en référence aux épaisseurs des lames. Le schéma de principe est représenté sur la Figure II.4:


 Figure II.4: Schéma de principe du polarimètre instantané dans la configuration $(e, e, 5e, 5e)$.

Grâce au formalisme de Mueller, on peut écrire l'action d'un tel système sur un vecteur de Stokes incident \vec{S}_i décrivant une lumière non polarisée:

$$\vec{S}_s = [P(90^\circ)] \cdot [R(5\phi, 45^\circ)] \cdot [R(5\phi, 0^\circ)] \cdot [M] \cdot [R(\phi, 0^\circ)] \cdot [R(\phi, 45^\circ)] \cdot [P(0^\circ)] \cdot \vec{S}_i \quad (\text{II.1.5})$$

où $[P(\theta)]$ est la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire orienté à un angle θ , $[R(\phi, \theta)]$ est la matrice d'un biréfringent linéaire de retard ϕ dont l'axe rapide fait un angle θ avec l'axe de référence et $[M]$ est la matrice de Mueller du milieu d'étude, de coefficients notés m_{ij} ($i, j=0, \dots, 3$). L'intensité lumineuse détectée est le premier paramètre (S_0) du vecteur de Stokes de sortie du système \vec{S}_s , et s'écrit:

$$\begin{aligned} 32 I(\lambda) = & 8m_{00} + 4m_{02} - 4m_{20} - 2m_{22} + (8m_{01} - 4m_{21}) \cos(2\pi f_0 \lambda) \\ & - (4m_{02} - 2m_{22}) \cos(2 \times 2\pi f_0 \lambda) + 2m_{12} \cos(3 \times 2\pi f_0 \lambda) - 4m_{11} \cos(4 \times 2\pi f_0 \lambda) \\ & - (8m_{10} + 4m_{12}) \cos(5 \times 2\pi f_0 \lambda) - 4m_{11} \cos(6 \times 2\pi f_0 \lambda) + 2m_{12} \cos(7 \times 2\pi f_0 \lambda) \\ & - (m_{22} - m_{33}) \cos(8 \times 2\pi f_0 \lambda) + 2m_{21} \cos(9 \times 2\pi f_0 \lambda) + (4m_{20} + 2m_{22}) \cos(10 \times 2\pi f_0 \lambda) \\ & + 2m_{21} \cos(11 \times 2\pi f_0 \lambda) - (m_{22} + m_{33}) \cos(12 \times 2\pi f_0 \lambda) - (4m_{03} - 2m_{23}) \sin(2 \times 2\pi f_0 \lambda) \\ & - 2m_{13} \sin(3 \times 2\pi f_0 \lambda) + 2m_{13} \sin(7 \times 2\pi f_0 \lambda) + (m_{23} + m_{32}) \sin(8 \times 2\pi f_0 \lambda) \\ & - 2m_{13} \sin(9 \times 2\pi f_0 \lambda) - (4m_{30} + 2m_{32}) \sin(10 \times 2\pi f_0 \lambda) - 2m_{31} \sin(11 \times 2\pi f_0 \lambda) \\ & - (m_{23} - m_{32}) \sin(12 \times 2\pi f_0 \lambda) \end{aligned} \quad (\text{II.1.6})$$

ce qui peut être écrit sous la forme simplifiée:

$$I(\lambda) = \text{Re} \left[V_0^{\text{Re}} + \sum_{n=1}^{12} (V_n^{\text{Re}} - jV_n^{\text{Im}}) \cdot e^{j(2\pi n f_0 \lambda)} \right] \quad (\text{II.1.7})$$

où V_n^{Re} et V_n^{Im} sont des combinaisons linéaires des m_{ij} . Pour simplifier dans un premier temps, la phase ϕ_0 dans (II.1.3) a été considérée comme nulle. L'intensité lumineuse $I(\lambda)$ est donc un signal périodique composé de plusieurs fréquences multiples entières de la fréquence de référence f_0 générée par une lame unique d'épaisseur e . Avec la configuration $(e, e, 5e, 5e)$, on peut générer 13 fréquences allant de 0 à $12f_0$. On remarque que les éléments de la matrice de Mueller du milieu inconnu sont les coefficients de la combinaison linéaire des signaux périodiques composant le signal $I(\lambda)$. En appliquant une transformée de Fourier au signal $I(\lambda)$, il découle que les m_{ij} sont liés aux amplitudes des pics de la transformée de Fourier en partie réelle (termes en cosinus) et en partie imaginaire (termes en sinus). Les relations entre les m_{ij} et les amplitudes des pics de Fourier (qui sont égales à V_n^{Re} et V_n^{Im}) sont présentées dans le Tableau II.1, dans le cas de la configuration idéale $(e, e, 5e, 5e)$, avec la phase $\phi_0=0$.

Partie Réelle		Partie Imaginaire	
Fréquence	$V^{\text{Re}} (\times 64)$	Fréquence	$V^{\text{Im}} (\times 64)$
0	$16m_{00} + 8m_{02} - 8m_{20} - 4m_{22}$	0	0
f_0	$8m_{01} - 4m_{21}$	f_0	0
$2f_0$	$-4m_{02} + 2m_{22}$	$2f_0$	$-4m_{03} + 2m_{23}$
$3f_0$	$2m_{12}$	$3f_0$	$-2m_{13}$
$4f_0$	$-4m_{11}$	$4f_0$	0
$5f_0$	$-8m_{10} - 4m_{12}$	$5f_0$	0
$6f_0$	$-4m_{11}$	$6f_0$	0
$7f_0$	$2m_{12}$	$7f_0$	$2m_{13}$
$8f_0$	$-m_{22} + m_{33}$	$8f_0$	$m_{23} + m_{32}$
$9f_0$	$2m_{21}$	$9f_0$	$-2m_{31}$
$10f_0$	$4m_{20} + 2m_{22}$	$10f_0$	$-4m_{30} - 2m_{32}$
$11f_0$	$2m_{21}$	$11f_0$	$-2m_{31}$
$12f_0$	$-m_{22} - m_{33}$	$12f_0$	$-m_{23} + m_{32}$

Tableau II.1: Relation entre l'amplitude des pics de Fourier (parties réelles et imaginaires) et les m_{ij} dans la configuration idéale ($e, e, 5e, 5e$) avec $\phi_0 = 0$.

Ces relations peuvent être écrites sous la forme matricielle suivante:

$$\vec{V} = [P] \cdot \vec{X} \quad (\text{II.1.8})$$

où \vec{V} est un vecteur composé de l'amplitude des pics de Fourier en partie réelle et imaginaire de la manière suivante $\vec{V} = [V_0^{\text{Re}} \ V_1^{\text{Re}} \ V_2^{\text{Re}} \ \dots \ V_{12}^{\text{Re}} \ V_1^{\text{Im}} \ V_2^{\text{Im}} \ \dots \ V_{12}^{\text{Im}}]^T$, \vec{X} un vecteur composé des coefficients de la matrice de Mueller de l'échantillon $\vec{X} = [m_{00} \ m_{01} \ m_{02} \ m_{03} \ \dots \ m_{30} \ m_{31} \ m_{32} \ m_{33}]^T$ et $[P]$ est la matrice de passage de dimension (25x16), explicitée dans l'Annexe 5. Les composantes du vecteur \vec{V} peuvent se calculer de la manière suivante:

$$V_n^{\text{Re}} = |F\{I(\lambda)\}(nf_0)| \cdot \cos(\text{Arg}(nf_0)) \quad (\text{II.1.9.a})$$

$$V_n^{\text{Im}} = |F\{I(\lambda)\}(nf_0)| \cdot \sin(\text{Arg}(nf_0)) \quad (\text{II.1.9.b})$$

où $|F\{I(\lambda)\}(nf_0)|$ est la valeur absolue du pic de fréquence nf_0 et $\text{Arg}(nf_0)$ son argument. La mesure des pics de Fourier permet de remonter aux m_{ij} grâce à la pseudo-inversion de l'équation (II.1.8):

$$\vec{X} = ([P]^T \cdot [P])^{-1} \cdot [P]^T \cdot \vec{V} \quad (\text{II.1.10})$$

Une condition nécessaire pour remonter à tous les m_{ij} à partir de la mesure des pics de Fourier est que la matrice de passage $[P]$ soit inversible. Cette matrice ne dépend que du choix des épaisseurs relatives des lames du PSG et du PSA. Plusieurs configurations d'épaisseur permettent l'inversion du système (II.1.10), la configuration ($e, e, 5e, 5e$) ayant été retenue car elle fournit une inversion du système avec des pics équidistants dans l'espace de Fourier. Dans la partie 5 de ce chapitre, nous étudierons plus en détail les motivations du choix de la configuration d'épaisseur pour un polarimètre de Mueller instantané.

Nous avons donc trouvé une configuration qui permet théoriquement de mesurer une matrice de Mueller complète d'un échantillon à partir d'un signal $I(\lambda)$, et donc pendant un temps ne dépendant que de la durée d'acquisition de ce signal, qui peut être potentiellement très courte. Cette technique permet de mesurer les m_{ij} à la longueur d'onde centrale λ_0 de la fenêtre d'analyse. Nous précisons que la validité de cette approche suppose que les m_{ij} soient indépendants de la longueur d'onde sur la plage de détection. Il serait d'ailleurs simple en pratique de vérifier cette hypothèse en recalculant le spectre $I(\lambda)$ et en le comparant à celui mesuré. Nous détaillons à présent la configuration expérimentale retenue pour l'instrument.

1.2- Montage expérimental dans la configuration (e,e,5e,5e)

Le choix judicieux de la configuration d'épaisseur des lames de codage et décodage permet d'obtenir un système inversible. Cependant, la configuration expérimentale (choix de la source, du détecteur, du matériau et de l'épaisseur de référence pour les lames) doit respecter quelques conditions. Tout d'abord, les m_{ij} étant supposés être indépendants de la longueur d'onde, une fenêtre d'analyse spectrale suffisamment étroite a été choisie pour ne pas être trop limitée par les échantillons d'étude. En effet, si les propriétés polarimétriques de l'échantillon évoluent de manière sensible avec la longueur d'onde, la mesure sera entachée d'erreur. Dans le paragraphe II.2.2.2 de ce chapitre, cette erreur sera quantifiée. D'autre part, il est nécessaire de générer un signal correspondant à la fréquence fondamentale f_0 qui comprenne suffisamment de cannelures dans la fenêtre d'analyse choisie, dans le but d'avoir une bonne précision en effectuant la transformation de Fourier du signal $I(\lambda)$. Enfin, il faut avoir une résolution spectrale de détection suffisante pour le pic de plus haute fréquence ($12f_0$), c'est-à-dire qu'il faut d'une part respecter le critère de Nyquist et d'autre part s'assurer que la réponse du système de détection n'atténue pas trop ce pic.

Pour respecter ces conditions, le système de détection utilisé est un spectromètre à fente avec un réseau de 1200 traits/mm (blazé à 750 nm) couplé à une caméra CCD (ICCD-Max de Princeton Instrument). La caméra comprend 512×512 pixels, et est équipée d'un shutter électronique commandé par un contrôleur (ST-133), lui-même associé à un générateur de délai (DG-535). Les caractéristiques temporelles de l'acquisition sont commandées par le logiciel *WinSpec*. Les durées d'ouverture temporelle de détection peuvent s'étendre de la nanoseconde à la seconde, avec un taux de répétition aux alentours de la milliseconde (temps de rafraîchissement de la caméra). La fenêtre d'analyse spectrale donnée par ce système a une largeur de 11 nm . La résolution spectrale est d'environ 0.02 nm avec une fente d'entrée du spectromètre de $50 \mu\text{m}$, valeur dont le choix sera discuté plus tard lors de l'étude de la fonction réponse du détecteur. La source lumineuse est une diode super-luminescente (BWC-SLD11@ de BWTek) de longueur d'onde centrale 829 nm et de largeur à mi-hauteur 15 nm . La largeur du faisceau lumineux est d'environ 1 mm . Les lames de codage et de décodage utilisées sont des lames de calcite, car sa biréfringence élevée ($\Delta n = 0.166$ à 830 nm) permet d'utiliser des épaisseurs pas trop élevées. Nous avons choisis de générer 6 cannelures pour la fréquence fondamentale ce qui correspond à des épaisseurs d'environ 2.08 mm pour les lames de codage et 10.40 mm pour les lames de décodage. Avec les caractéristiques choisies, le signal de plus haute fréquence à $12f_0$ est échantillonné avec 7 points, ce qui respecte largement le critère de Nyquist. Les polariseurs d'entrée et de sortie sont des polariseurs ColorPol@ (CODIXX) à base de nanoparticules d'argent, de contraste 1000:1 avec une acceptance angulaire de $\pm 20^\circ$.

Un diaphragme est positionné devant le PSA, et permet de sélectionner uniquement la lumière peu diffusée (cf parties III.3.2.2 et III.5.4.2). Une fibre optique multimodes est utilisée en détection, et permet d'avoir une injection fixe dans le spectromètre. Cependant, pour éviter les problèmes de compétition entre modes, la lumière est décochée par un milieu diffusant (cf partie II.4.3). De plus, le milieu d'étude est imagé sur ce même milieu diffusant dans le but de s'affranchir des effets de cohérence (cf partie III.3.2.2). Le milieu d'étude est donc imagé grâce à une lentille L_1 de focale 4cm sur le milieu diffusant en rotation rapide, lui-même imagé avec une lentille L_2 de focale 2cm à l'entrée de la fibre optique multimodes. Le milieu diffusant utilisé a un cône de diffusion vers l'avant d'environ 10° , ce qui permet de ne pas perdre de flux car toute la lumière est collectée par la lentille L_2 . La lumière est ensuite projetée à la sortie de la fibre sur la fente d'entrée du détecteur. Le schéma du montage complet est représenté Figure II.5.

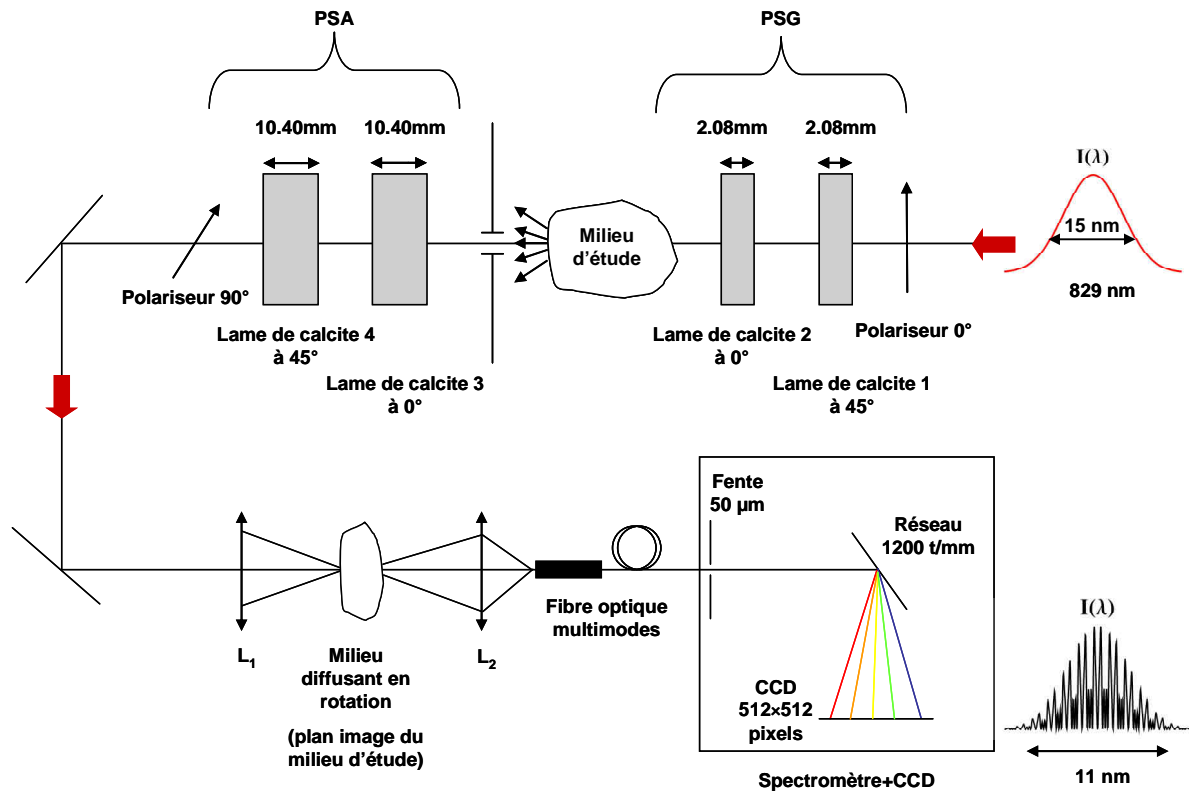


Figure II.5: Montage expérimental du polarimètre instantané en transmission dans la configuration $(e,e,5e,5e)$.

Nous pouvons, avec ce montage, faire des acquisitions de matrices de Mueller à 829nm en des temps de l'ordre de la μs , pour avoir un bon rapport signal à bruit. Cependant, la situation réelle s'éloigne du cas idéal car l'inversion du système (II.1.10) ne peut pas être réalisée avec précision si on ne prend pas en compte les défauts liés aux éléments composants le système. Le paragraphe suivant liste donc les erreurs systématiques associées à ce type d'instrument, et propose des solutions pour les prendre en compte.

2- Erreurs systématiques associées au polarimètre

Nous avons choisi d'étalonner le polarimètre via un modèle, qui est décrit par les équations (II.1.3) et (II.1.6). Nous devons évaluer toute source de déviation par rapport à ce

modèle. Cela impose de caractériser les erreurs liées aux lames de calcite et aux polariseurs, celles liées au système de détection ainsi que celles liées au milieu d'étude. Nous identifions les différentes sources d'erreur puis évaluons leur influence sur la matrice de Mueller et enfin proposons des solutions pour s'en affranchir.

2.1- Erreurs liées au système de détection

Pour se rendre compte de l'influence du système de détection (fibre+spectromètre+CCD), nous avons comparé les signaux $I(\lambda)$ théorique et expérimental (Figure II.6), sans échantillon d'étude (vide).

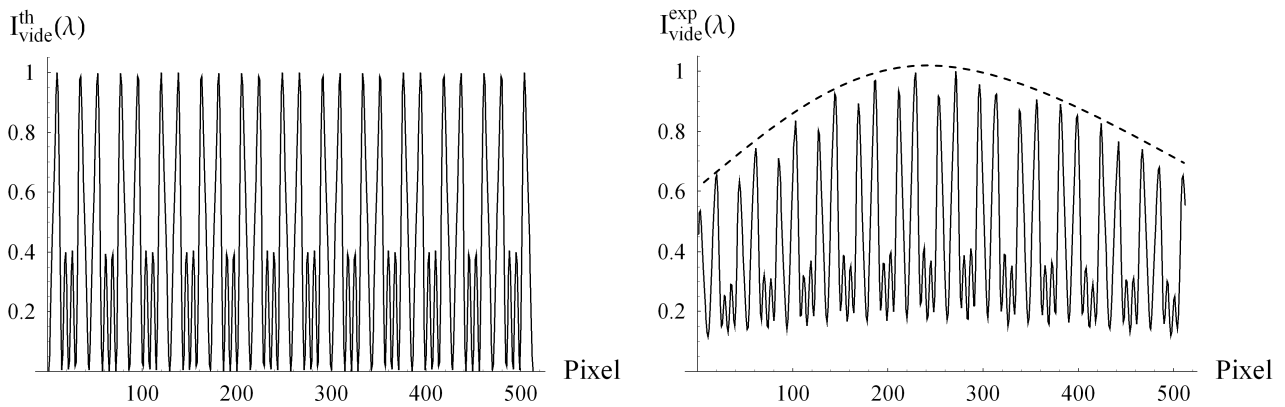


Figure II.6: Comparaison des signaux théorique $I_{vide}^{th}(\lambda)$ et expérimental $I_{vide}^{exp}(\lambda)$ (dans le cas d'une fente ouverte à $50\mu m$) pour le vide.

On remarque que le signal expérimental a un contraste plus faible que le signal théorique (de contraste égal à 1). De plus, le signal expérimental contient une enveloppe, matérialisée sur la Figure II.6, que l'on appellera $s^{syst}(\lambda)$, liée aux effets combinés de la source, de la fibre optique, et du système spectromètre+CCD. Nous détaillons tout d'abord l'influence de ces deux effets ainsi que leur correction, puis nous pointons d'autres effets nuisibles liés au système de détection, non visibles sur la Figure II.6.

2.1.1- Fonction réponse du détecteur

Le détecteur du montage est constitué d'un spectromètre à fente couplé à une caméra CCD. Il présente donc une certaine limite de résolution due, dans un premier temps, à l'ouverture de la fente, puis, si celle-ci est suffisamment fermée, au pouvoir de résolution du système spectromètre+CCD. Les signaux analysés étant périodiques, il faut s'assurer que la fréquence la plus élevée soit correctement décrite. La fonction réponse du détecteur a pour effet d'atténuer les pics de Fourier de manière croissante avec la fréquence de ces derniers. Cela correspond à une perte de contraste sur le signal $I(\lambda)$, observée sur la Figure II.6. Le problème est que pour gagner en résolution, il faut fermer la fente mais cela signifie un signal détecté plus faible et donc plus de bruit. Nous avons donc calculé la transformée de Fourier du signal donné par le vide en fonction de l'ouverture de la fente d'entrée du spectromètre. Nous représentons l'évolution de

l'amplitude du pic de fréquence $12f_0$ (pic de plus haute fréquence) en fonction de l'ouverture de la fente (Figure II.7).

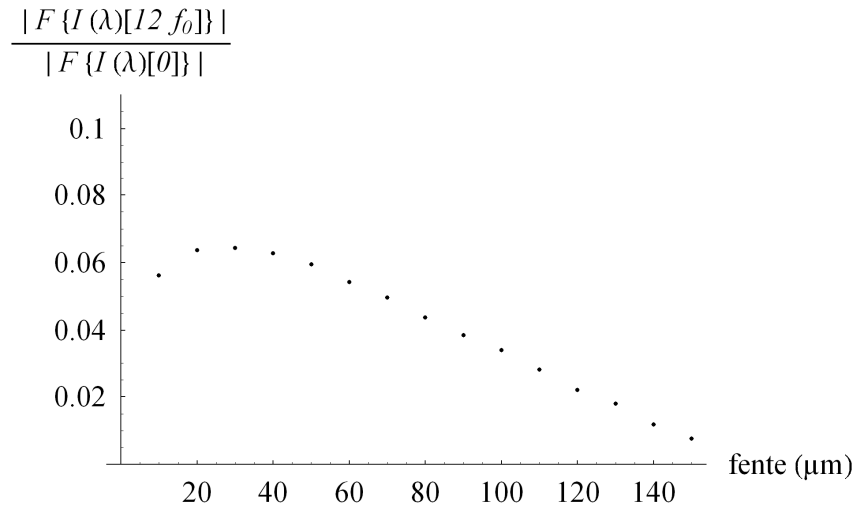


Figure II.7: Amplitude normalisée du pic de fréquence $12f_0$ en fonction de l'ouverture de la fente d'entrée du spectromètre.

L'atténuation du pic de fréquence $12f_0$ est minimale pour une ouverture de la fente d'environ $30\mu m$, ce qui correspond à la limite de résolution du système réseau+CCD. Pour des largeurs de fente trop étroites, le signal détecté est par contre très faible et donc très bruité. De plus, le phénomène de diffraction intervient, ce qui explique le comportement pour la fente à $10\mu m$. Pour garantir une résolution correcte avec un signal suffisamment important, la largeur de la fente utilisée dans la suite sera $50\mu m$.

La fonction réponse du détecteur est définie dans notre étude par le rapport entre les valeurs absolues des pics de Fourier expérimental et théorique. Les valeurs absolues des transformées de Fourier des signaux représentés en Figure II.6 sont données sur la Figure II.8, ainsi que la fonction réponse normalisée par rapport à la composante continue, calculée à partir des pics de fréquence $2f_0$, $4f_0$, $6f_0$, $10f_0$ et $12f_0$.

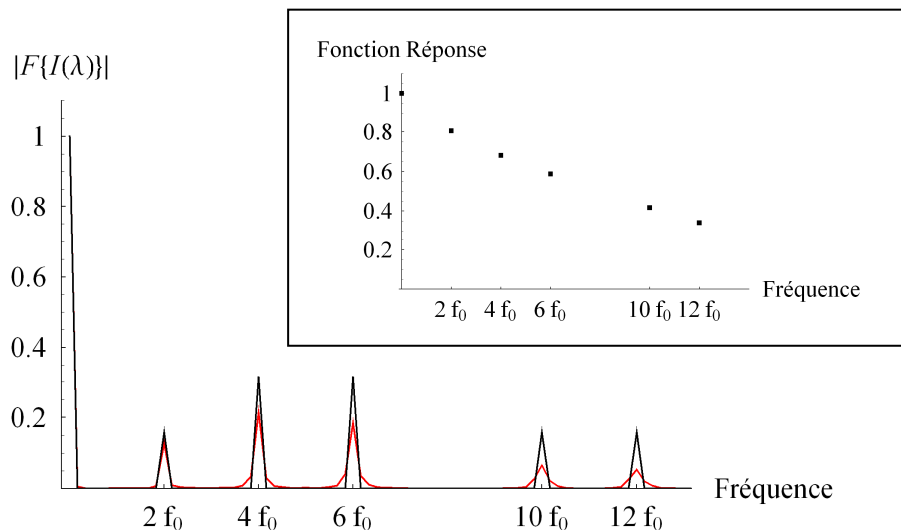


Figure II.8: Comparaison des transformées de Fourier des signaux de la Figure II.6. Le signal théorique est en noir et le signal expérimental en rouge. L'encadré représente la fonction réponse du détecteur.

Le détecteur occasionne donc une forte atténuation des pics à haute fréquence, le pic à $12f_0$ étant réduit de plus de moitié par rapport au cas idéal.

Pour évaluer l'influence de cette atténuation sur la mesure de la matrice de Mueller, nous simulons l'inversion du système (II.1.10) avec une atténuation des pics dans l'espace de Fourier selon la forme de la réponse représentée dans l'encadré de la Figure II.8. Le vide est utilisé comme échantillon de test (matrice théorique égale à l'identité 4×4). La matrice de Mueller calculée est:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.275 & 0 \\ 0 & 0.725 & 0 & 0 \\ 0.055 & 0 & 0.339 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.339 \end{pmatrix} \quad (\text{II.2.1})$$

La matrice calculée s'éloigne donc très fortement de la matrice théorique et il est donc absolument nécessaire de prendre en compte cette atténuation dans le traitement de l'information. En effet, la résolution expérimentale ne peut pas être améliorée, car limitée par le système spectromètre+CCD.

Un moyen simple de corriger l'effet de la fonction réponse est d'utiliser un milieu connu car on peut théoriquement obtenir les rapports d'amplitudes entre les différents pics de Fourier grâce aux relations du Tableau II.1. Les rapports d'amplitude entre les pics sont très dépendants des coefficients de la matrice de Mueller, et nécessitent donc une très bonne connaissance du milieu. Le vide est le milieu le plus parfaitement connu, et présente en plus l'avantage d'être composé de pics bien espacés et de fortes amplitudes (bon rapport signal à bruit). Bien que le signal du vide ne comporte pas toutes les fréquences de 0 à $12f_0$, il en comprend 5 qui sont régulièrement espacées à l'exception près que le pic de fréquence $8f_0$ n'existe pas pour ce milieu. Il est donc possible de calculer les coefficients de correction pour les pics de fréquence 0, $2f_0$, $4f_0$, $6f_0$, $10f_0$ et $12f_0$, les rapports étant donnés dans le Tableau II.2, en prenant comme référence le pic de fréquence $4f_0$. Ce pic est pris comme référence car, comme on le verra par la suite, son amplitude ne dépend pas des erreurs de phases et il est de forte amplitude pour le signal du vide.

fréquence	Rapport théorique entre l'amplitude du pic et celui de fréquence $4f_0$
0	3
$2f_0$	0.5
$6f_0$	1
$10f_0$	0.5
$12f_0$	0.5

Tableau II.2: Rapports théoriques entre l'amplitude des pics de fréquence 0, $2f_0$, $6f_0$, $10f_0$, $12f_0$ et celui de fréquence $4f_0$ pour le signal donné par le vide.

Les coefficients correctifs pour chaque pic sont déterminés en comparant les rapports expérimentaux aux rapports théoriques. Les coefficients correctifs associés aux pics de fréquence f_0 , $3f_0$, $5f_0$, $7f_0$, $8f_0$, $9f_0$ et $11f_0$ sont déterminés en interpolant par des fonctions linéaires les valeurs des coefficients correctifs associés aux pics de fréquence 0 , $2f_0$, $4f_0$, $6f_0$, $10f_0$ et $12f_0$ calculés expérimentalement. La correction obtenue est représentée en termes de coefficients multiplicateurs avec normalisation par rapport au pic de fréquence $4f_0$ (Figure II.9).

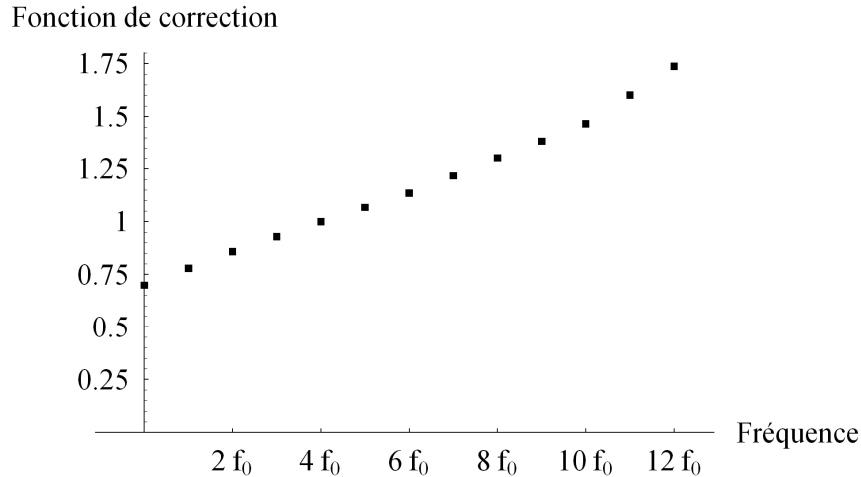


Figure II.9: Fonction de correction de l'amplitude des pics de Fourier normalisée par rapport au pic de fréquence $4f_0$ calculée à partir des pics de fréquence 0 , $2f_0$, $4f_0$, $6f_0$, $10f_0$ et $12f_0$ du signal associé au vide.

Lors de la procédure d'extraction de la matrice de Mueller, tous les pics de Fourier doivent d'abord être normalisés par rapport au pic de fréquence $4f_0$ et ensuite être multipliés par leur coefficient correctif associé, calculé à partir du signal du vide (Figure II.9). L'intérêt d'avoir une normalisation par rapport à un des pics réside également dans le fait que l'on s'affranchit des fluctuations temporelles d'intensité de la source. Ces dernières imposent en général l'utilisation d'une voie de référence dans les polarimètres séquentiels, ce qui est contraignant. Le polarimètre instantané n'est pas sensible aux fluctuations temporelles d'intensité lumineuse, ce qui est une caractéristique de robustesse de l'instrument. Cependant, il est sensible, par la nature du codage, aux fluctuations de l'intensité lumineuse avec la longueur d'onde, ce qui est abordé à présent.

2.1.2- Influence de l'enveloppe du signal

La version préliminaire de notre polarimètre utilisait un miroir d'injection pour envoyer le faisceau dans le spectromètre. Cependant, cette solution présentait des inconvénients car elle était trop sensible à l'angle d'injection, qui peut varier si le faisceau est dévié par un élément du montage. Nous avons donc décidé d'utiliser une fibre optique qui garantit un cône d'injection fixé à la sortie de la fibre, et donc une injection constante dans le spectromètre. La fibre utilisée est une fibre multimodes car elle permet d'avoir un flux lumineux important. Or, le fait d'utiliser une fibre multimodes la rend très sensible à l'angle d'injection dans la fibre. Les interférences entre les modes peuvent créer des sur-structures sur l'enveloppe du signal de la source, qui varient en fonction de l'angle d'injection. L'intensité théorique (II.1.7) donnée par le polarimètre de Mueller s'écrit, en tenant compte de l'enveloppe:

$$I(\lambda) = s^{syst}(\lambda) \cdot \text{Re} \left[V_0^{\text{Re}} + \sum_{n=1}^{12} (V_n^{\text{Re}} - jV_n^{\text{Im}}) \cdot e^{j(2\pi n f_0 \lambda)} \right] \quad (\text{II.2.2})$$

La forme de l'enveloppe $s^{syst}(\lambda)$, obtenue sans les lames de codage et décodage, est représentée sur la Figure II.10:

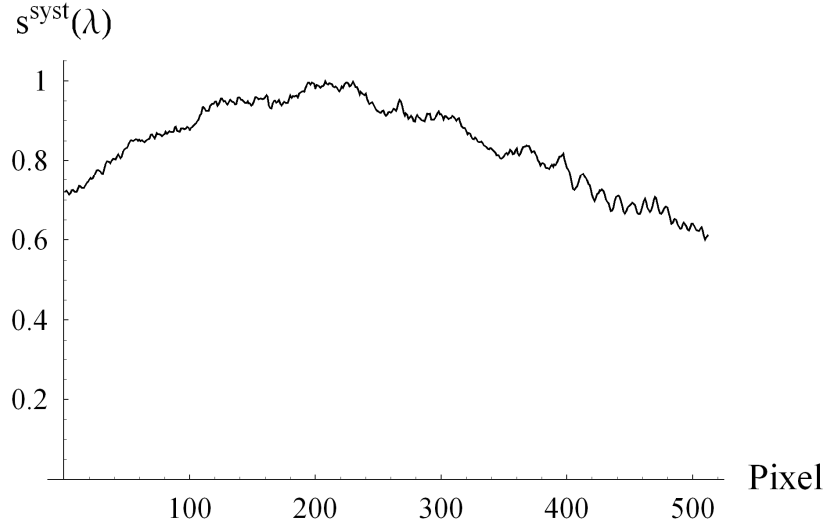


Figure II.10: Forme normalisée du signal $s^{syst}(\lambda)$ associé au système source+fibre optique+spectromètre+CCD.

Ce signal présente des structures qui vont polluer le signal $I(\lambda)$ propre au milieu d'étude. En effet, la transformée de Fourier de l'expression (II.2.2) implique une convolution entre la transformée de Fourier de l'enveloppe $s^{syst}(\lambda)$ et celle du signal $I(\lambda)$ associé uniquement au milieu. L'information est donc altérée dans l'espace de Fourier, ce qui se retrouve sur la matrice de Mueller. Nous simulons l'influence du signal $s^{syst}(\lambda)$ de la Figure II.10 sur l'inversion du système (II.1.10), dans le cas où le milieu d'étude est le vide. La matrice de Mueller calculée est:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.020 & 0.003 & 0.019 \\ -0.018 & 1.001 & 0.018 & 0.003 \\ 0.005 & -0.007 & 0.996 & 0.016 \\ 0.000 & -0.002 & 0.003 & 1.030 \end{pmatrix} \quad (\text{II.2.3})$$

Il faut trouver un moyen de s'affranchir de cette enveloppe. Le moyen le plus simple est la mesure de $s^{syst}(\lambda)$ sans les lames de codage et décodage. Cela nécessite une très grande stabilité de ce signal, car il serait contraignant d'enlever et remettre les lames de calcite à chaque mesure. Nous avons donc cherché un moyen de mesurer ce signal dans la configuration réelle du montage. Nous avons remarqué que, pour le signal du vide dans un premier temps, il est possible d'accéder à $s^{syst}(\lambda)$ en faisant la somme de deux signaux, $I^\perp(\lambda)$ et $I''(\lambda)$, correspondant à la situation où le polariseur de sortie est respectivement à 90° et 0° . Il est ainsi plus simple d'orienter le polariseur de sortie à 90° et 0° que d'agir sur les lames de calcite. Une fois le signal mesuré, il faut diviser le signal $I(\lambda)$ du milieu étudié par l'enveloppe $s^{syst}(\lambda)$. Nous verrons dans la partie présentant les tests sur les milieux de référence l'influence de cette correction sur la matrice de Mueller du vide.

2.1.3- Autres influences du système de détection

Les polariseurs d'entrée et de sortie du montage ont un contraste d'environ 1000:1, et sont donc des polariseurs légèrement partiels. Nous avons vérifié que cet effet n'a pas d'influence sur la mesure théorique d'une matrice de Mueller par le polarimètre instantané, dans le cas où aucun autre élément agissant sur la polarisation n'intervient après le polariseur de sortie. Or, le réseau, qui est un réseau métallique utilisé en réflexion, a lui-même une influence polarimétrique, en raison de l'orientation préférentielle produite par son motif, et il peut donc être modélisé par un polariseur partiel. Dans ce cas, des erreurs peuvent apparaître sur la matrice de Mueller expérimentale. Le pouvoir polarisant du réseau a été mis en évidence expérimentalement car nous avons vu la présence de cannelures avec le système optique composé simplement du polariseur d'entrée suivi d'une lame de calcite à 45° , c'est-à-dire sans projeter les états de polarisation générés. Pour que l'effet de polarisation du réseau n'intervienne pas, il faut soit aligner le polariseur de sortie du PSA avec l'axe de polarisation du réseau, soit dépolariiser la lumière avec un milieu diffusant. Cette dernière solution a été retenue car elle permet aussi, grâce à la perte de cohérence induite par le milieu diffusant, de s'affranchir d'un autre problème posé par la fenêtre de protection de la caméra CCD, qui génère des interférences de type Fabry-Pérot et qui viennent se superposer au signal $I(\lambda)$ donné par le milieu.

Nous avons jusqu'à présent identifié les sources d'erreurs systématiques associées aux éléments constituant le système de détection. Il s'agit principalement de l'atténuation des pics de Fourier occasionnée par la fonction réponse du détecteur, qui peut être corrigée en utilisant le signal du vide comme référence. Un autre effet est celui de l'enveloppe $s^{sys}(\lambda)$ générée par le système source + fibre optique + spectromètre + CCD. La présence de sur-structures affecte la précision de la mesure. Pour s'en affranchir, on peut mesurer le signal du vide pour deux orientations du polariseur de sortie (0° et 90°). La somme de ces deux signaux donne directement le signal $s^{sys}(\lambda)$, qui doit ensuite être enlevé du signal $I(\lambda)$ correspondant au milieu d'étude. Nous avons également mis en évidence le rôle joué par le réseau et la caméra CCD, dont les effets n'interviennent pas lorsque l'on utilise un milieu diffusant dans le montage, et justifie donc son utilisation.

Cependant, le milieu d'étude peut être lui aussi source d'erreur systématique, par l'intermédiaire de deux phénomènes:

- les interférences générées par des réflexions multiples dans le milieu
- l'évolution de ses m_{ij} avec la longueur d'onde dans la fenêtre d'analyse

2.2- Erreurs liées au milieu d'étude

2.2.1- Réflexions multiples dans le milieu

Dans la configuration en transmission et en incidence normale telle que nous l'avons développée, le problème posé par des réflexions multiples à l'intérieur du milieu d'étude peut s'avérer être une source d'erreur systématique importante. En effet, il suffit de regarder par exemple le signal généré par une lame de phase d'étude (lame de quartz) d'épaisseur $1mm$ dont

les faces ne sont pas traitées antireflets, placée entre polariseurs croisés (Figure II.11). Les cannelures observées ne correspondent pas à l'évolution du déphasage avec la longueur d'onde, comme c'est le cas avec les lames de calcite utilisées dans le montage polarimétrique, car le déphasage occasionné par une telle lame de quartz ne pourrait pas générer une fréquence si élevée. De plus, le contraste du signal est très faible comparé à celui des signaux donnés par les lames de calcite placées entre polariseurs croisés. Par contre, ce signal correspond parfaitement au signal donné par un "interféromètre" de Fabry-Pérot d'épaisseur $d = 1\text{mm}$ (avec un indice optique $n = 1.5$), de faible coefficient de réflexion ($R = 0.025$), que l'on peut modéliser par une fonction d'Airy telle que:

$$s^{FP}(\lambda) = \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{2\pi nd}{\lambda}\right)} \quad \text{avec} \quad F = \frac{4R}{(1-R)^2} \quad (\text{II.2.4})$$

Nous devons donc considérer, dans cas le plus général, que l'enveloppe $s(\lambda)$ du signal expérimental $I(\lambda)$ résulte de la contribution des effets du système source+fibre optique+spectromètre+CCD mais aussi des possibles réflexions multiples, de telle sorte que:

$$s(\lambda) = s^{syst}(\lambda) \cdot s^{FP}(\lambda) \quad (\text{II.2.5})$$

Ce signal va générer une erreur importante sur la matrice de Mueller, à cause de sa superposition au signal $I(\lambda)$ généré par le milieu supposé parfait.

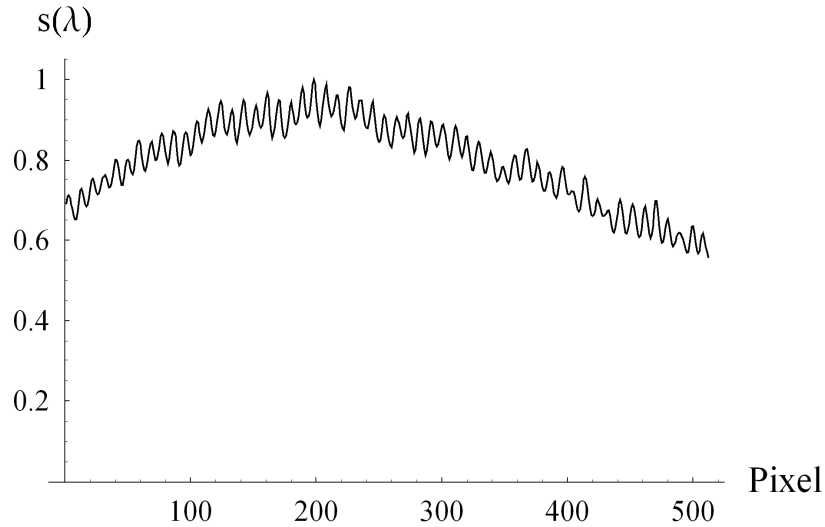


Figure II.11: Signal $s(\lambda)$ donné par une lame de quartz d'étude d'épaisseur 1mm placée entre polariseurs croisés.

D'une manière générale, le problème des réflexions multiples se posera dès que le signal d'interférences Fabry-Pérot sera composé d'au moins une fréquence comprise entre f_0 et $12f_0$. C'est le cas pour des milieux d'indice $n \approx 1.5$ dont l'épaisseur est comprise entre 0.1mm et 1.5mm . Le problème peut aussi intervenir lorsque l'épaisseur est plus forte car la fréquence du signal devient tellement importante que l'échantillonnage de notre système de détection est insuffisant et donc un phénomène de repliement peut avoir lieu. Le problème pourra aussi être présent dans des configurations où le milieu d'étude est compris entre plusieurs lames de verres d'épaisseurs différentes par exemple, et dans ce cas le signal $s(\lambda)$ peut devenir compliqué (cas des cellules à cristaux liquides par exemple). On voit donc que ce problème est susceptible d'intervenir très souvent.

Pour évaluer l'influence du signal $s(\lambda)$, nous simulons l'effet du spectre de la Figure II.11 dans l'inversion du système (II.1.10), le milieu d'étude étant un biréfringent circulaire de retard 24° (lame de quartz en question):

Matrice de Mueller théorique	Matrice de Mueller avec influence de $s(\lambda)$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.913 & -0.406 & 0 \\ 0 & 0.406 & 0.913 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -0.024 & -0.007 & 0.011 \\ -0.017 & 0.914 & -0.389 & 0.022 \\ -0.001 & 0.392 & 0.906 & -0.003 \\ 0.017 & -0.065 & -0.023 & 1.010 \end{pmatrix}$
$P_D = 1.000$ $D = 0$ $R = 24.00^\circ$ $\epsilon_R = -45.0^\circ$	$P_D = 0.998$ $D = 0.027$ $R = 23.34^\circ$ $\epsilon_R = -42.0^\circ$

Tableau II.3: Matrice de Mueller théorique et paramètres issus de la décomposition de Lu et Chipman pour un biréfringent circulaire de retard 24° et matrice de Mueller de ce même milieu et paramètres associés calculés par le système (II.1.10) avec influence du spectre $s(\lambda)$.

L'erreur peut devenir importante sur certains coefficients; il faut donc trouver un moyen de s'affranchir du signal $s(\lambda)$.

Dans le cas d'un milieu biréfringent, comme c'est le cas ici, il est possible d'utiliser la même démarche que dans le paragraphe 2.1.2 (somme des signaux $I^\perp(\lambda)$ et $I''(\lambda)$ associés au milieu) pour calculer $s(\lambda)$. Le signal $I(\lambda)$ associé au milieu d'étude doit ensuite être divisé par le signal calculé $s(\lambda)$. Dans le cas de la lame de quartz (Figure II.11), on montre sur la Figure II.12 l'effet de cette correction sur la transformée de Fourier du signal $I(\lambda)$ associé à ce milieu, dans la configuration complète du montage.

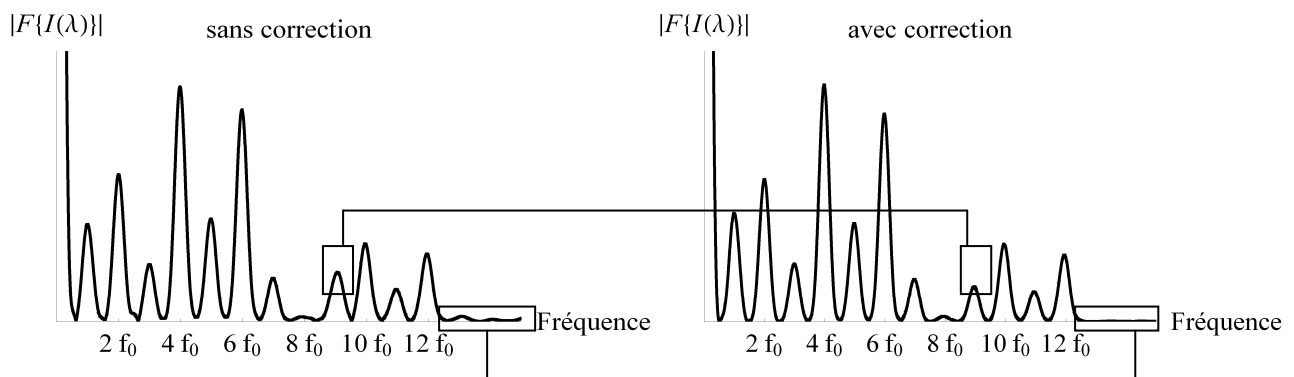


Figure II.12: Transformée de Fourier du signal $I(\lambda)$ associé à la lame de quartz utilisée comme échantillon d'étude avec et sans correction par le signal d'interférences $s(\lambda)$.

La correction a pour effet majeur d'atténuer le pic de fréquence $9f_0$ qui correspond à la fréquence du signal Fabry-Pérot généré par la lame de quartz. Dans un deuxième temps, on remarque une amélioration de la forme générale des pics (pas de lobes secondaires, meilleur contraste) car on

supprime aussi l'effet de la convolution. Une meilleure précision sur la mesure de la matrice de Mueller est attendue, ce qui sera démontré dans la partie traitant du test sur les milieux de référence. Par ailleurs, le formalisme du calcul $I^\perp(\lambda) + I^\parallel(\lambda)$ sera explicité dans le cas d'un milieu quelconque dans la partie 5 de ce chapitre, traitant du polarimètre à 2 voies de détection.

2.2.2- Evolution des m_{ij} en longueur d'onde: limite de validité du polarimètre

Le principal inconvénient du polarimètre de Mueller instantané est sa limitation à l'étude de milieux dont les m_{ij} varient peu avec la longueur d'onde dans la fenêtre d'analyse. En effet, une évolution des propriétés polarimétriques du milieu avec la longueur d'onde a pour effet d'élargir les pics dans l'espace de Fourier, ce qui occasionne un chevauchement entre les pics adjacents, et donc de l'erreur. Le modèle développé fait l'hypothèse que les m_{ij} sont strictement indépendants de la longueur d'onde. Cependant, le système admet une certaine tolérance de l'évolution des coefficients de Mueller dans la fenêtre d'analyse. Pour évaluer la tolérance de notre système, nous avons réalisé quelques simulations sur un milieu test en fonction de l'évolution de ses coefficients de Mueller avec la longueur d'onde. Le milieu test choisi est une lame de phase quart d'onde en quartz à différents ordres. Plus l'ordre est élevé (c'est-à-dire plus la lame est épaisse), plus l'évolution des m_{ij} sur la fenêtre d'analyse est importante. Pour se placer dans le cas le plus général, nous comparons l'évolution du déphasage $\Delta\phi_{cod}$ sur la fenêtre d'analyse occasionné par une lame de calcite de codage d'épaisseur e , à l'évolution du déphasage $\Delta\phi_{test}$ occasionné par la lame test. Ces évolutions s'écrivent, d'après (II.1.3):

$$\Delta\phi_{cod} = 2\pi f_0^{cod} \Delta\lambda \quad (\text{II.2.6})$$

$$\Delta\phi_{test} = 2\pi f_0^{test} \Delta\lambda \quad (\text{II.2.7})$$

où $\Delta\lambda$ est la largeur de la fenêtre d'analyse (11nm), et f_0^{cod} et f_0^{test} sont les fréquences de référence respectivement associées à une lame de calcite de codage et la lame de quartz test. Nous donnons quelques valeurs issues de la décomposition de Lu et Chipman sur les matrices simulées, en particulier les paramètres indice de dépolarisation (P_D), retardance (R) et azimut (α_R), qui sont théoriquement $P_D = 1$, $R = 90^\circ$ et $\alpha_R = 20^\circ$. Les résultats sont présentés dans le Tableau II.4.

ordre	$\Delta\phi_{test}/\Delta\phi_{cod}$ (%)	P_D	$R(^{\circ})$	$\alpha_R(^{\circ})$
0	0.06	1.000	90.00	20.00
5	0.64	1.000	89.89	20.01
10	1.23	0.999	89.93	20.02
20	2.41	0.998	89.84	20.03
50	5.93	0.990	89.34	19.99
100	11.81	0.966	87.35	19.80

Tableau II.4: Simulation de l'influence sur les paramètres polarimétriques P_D , R et α_R de l'évolution en longueur d'onde des m_{ij} d'une lame quart d'onde en quartz à différents ordres.

Remarque: L'évolution du déphasage $\Delta\phi$ est liée à deux contributions: l'épaisseur de la lame et la dispersion $\left(\frac{\partial \Delta n}{\partial \lambda}\right)_{\lambda_0}$ (II.1.2). La dispersion à la longueur d'onde $\lambda_0 = 829\text{nm}$ est $-0.00067 \mu\text{m}^{-1}$

pour le quartz et $0.017 \mu\text{m}^{-1}$ pour la calcite [II.16]. La contribution de la dispersion à l'évolution du déphasage sur la fenêtre d'analyse n'est donc pas négligeable par rapport à celle liée à l'épaisseur. Cette contribution devra être prise en compte pour vérifier la validité de l'étude d'un échantillon par le polarimètre de Mueller instantané.

D'après le Tableau II.4, le polarimètre admet une certaine tolérance de l'évolution du milieu d'étude avec la longueur d'onde. Nous pouvons raisonnablement dire que l'évolution du déphasage occasionné par le milieu d'étude sur la fenêtre d'analyse doit être inférieure à 5% de celui occasionné par les lames de codage du polarimètre. Avec le système développé dans cette thèse, le polarimètre pourra donc mesurer avec précision des échantillons dont le produit $\Delta n.e$ est inférieur à $20\mu\text{m}$ (pour une dispersion négligeable). Pour étendre le domaine de validité du polarimètre, il faudrait que la fréquence de référence f_0 soit la plus élevée possible mais il faut se méfier dans ce cas de la trop forte atténuation des pics à haute fréquence par la réponse du détecteur. Un compromis doit donc être trouvé, qui dépend des échantillons qui vont être caractérisés par l'instrument.

Nous avons mis en évidence les erreurs pouvant être induites par le milieu d'étude: il s'agit des phénomènes qui occasionnent une réponse spectrale non-uniforme de la part du milieu, c'est-à-dire un signal d'interférence de type Fabry-Pérot et l'évolution des propriétés polarimétriques du milieu dans la fenêtre d'analyse spectrale. A présent, nous étudions les erreurs provenant des éléments du PSG et du PSA, c'est-à-dire des lames de calcite et des polariseurs.

2.3- Erreurs liées aux éléments du PSG et PSA

2.3.1- Erreurs d'alignements

La configuration idéale suppose que les lames soient parfaitement alignées dans la configuration $(45^\circ, 0^\circ, 0^\circ, 45^\circ)$ par rapport à la position de référence 0° donnée par le polariseur d'entrée, et que le polariseur de sortie soit à 90° du polariseur d'entrée. Cependant, il est nécessaire d'évaluer l'impact d'erreurs d'alignements des lames de codage et décodage $(\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3, \Delta\theta_4)$ ainsi que du polariseur de sortie $(\Delta\theta_p)$. Il apparaît que dans le cas du polarimètre instantané, les expressions théoriques de l'intensité $I(\lambda)$ incluant ces erreurs d'alignements sont très compliquées et seraient donc peu utilisables. Nous avons donc simulé des erreurs d'alignements sur les différents éléments pour évaluer leur impact sur la matrice de Mueller d'un échantillon particulier calculée selon (II.1.10). Le vide est choisi comme échantillon test. Les simulations ont été réalisées pour des erreurs angulaires de 0.5° , qui est l'ordre de grandeur des erreurs que l'on peut faire sans système d'alignement précis, puis pour des erreurs de 0.05° , qui sont les erreurs pouvant résulter d'une procédure d'alignement motorisée. Les résultats sont présentés dans le Tableau II.5.

Un mauvais alignement va créer sur le signal du vide des fréquences supplémentaires qui ne devraient pas exister. Des pics apparaissent dans l'espace de Fourier et lors de l'inversion, ce défaut se retrouve sur certains coefficients de la matrice de Mueller. Une combinaison d'erreurs provenant de tous les éléments du montage peut donner des valeurs des m_{ij} assez éloignées de la théorie (écart de 0.05 pour des erreurs angulaires de 0.5°). Ces erreurs doivent donc être absolument prises en compte dans l'inversion du système. Cependant, nous nous sommes aperçus qu'avec notre polarimètre de Mueller instantané, il n'existe pas de méthode pour

remonter aux erreurs d'angles à partir d'un signal de référence (vide par exemple), et qu'il est encore plus difficile de les inclure dans la matrice de passage $[P]$. Il faut donc limiter ces erreurs avec une procédure précise d'alignement des axes rapides. Les simulations nous montrent qu'avec une procédure dont l'erreur d'alignement sur un élément se situerait aux alentours de 0.05° , l'erreur maximale faite sur les coefficients de Mueller serait tout à fait acceptable (inférieure à 0.005).

$\Delta\theta_1(^{\circ})$	$\Delta\theta_2(^{\circ})$	$\Delta\theta_3(^{\circ})$	$\Delta\theta_4(^{\circ})$	$\Delta\theta_p(^{\circ})$	Matrice de Mueller du vide
0	0	0	0	0	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
0.5	0	0	0	0	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.017 & -0.017 & 0.982 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.982 \end{pmatrix}$
0	0.5	0	0	0	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.018 & 0 \\ -0.017 & 0.017 & 1.017 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.017 \end{pmatrix}$
0	0	0.5	0	0	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0.017 & 0 \\ 0 & 1 & 0.017 & 0 \\ 0 & -0.018 & 1.017 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.017 \end{pmatrix}$
0	0	0	0.5	0	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.017 & 0 \\ 0 & 1 & -0.017 & 0 \\ 0 & 0 & 0.982 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.982 \end{pmatrix}$
0	0	0	0	0.5	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.017 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
0.5	-0.5	0.5	0.5	0.5	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.002 & 0.998 & 0.034 & 0 \\ 0.035 & -0.052 & 0.964 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.965 \end{pmatrix}$
0.05	-0.05	0.05	0.05	0.05	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.003 & 0 \\ 0.003 & -0.005 & 0.997 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.997 \end{pmatrix}$

Tableau II.5: Simulation de l'influence des erreurs d'alignement des lames de phase ($\Delta\theta_1, \Delta\theta_2, \Delta\theta_3, \Delta\theta_4$) et du polariseur de sortie ($\Delta\theta_p$) pour différentes combinaisons et valeurs des erreurs.

Pour réaliser un alignement précis, les lames de calcite ainsi que le polariseur de sortie ont été montés sur des supports tournants motorisés. La précision des moteurs est de l'ordre de 0.01° . L'alignement du polariseur de sortie à 90° du polariseur d'entrée est réalisé en effectuant

un ajustement polynomial de l'intensité lumineuse moyenne détectée à proximité de l'extinction, puis en se plaçant au minimum de la parabole (Figure II.13).

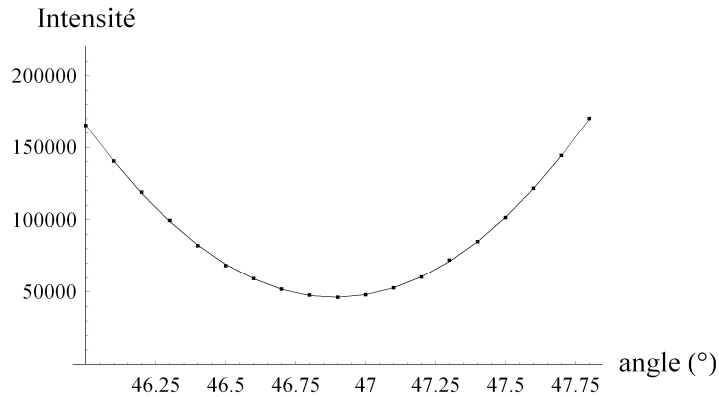


Figure II.13: Croisement du polariseur de sortie avec le polariseur d'entrée par un fit polynomial (courbe en trait plein) autour de l'extinction. Les valeurs des angles sont arbitraires.

Ensuite, la lame de calcite 1 est placée entre les polariseurs croisés par la procédure précédente. Son axe rapide est ajusté proche de l'axe du polariseur d'entrée. Si la lame n'est pas parfaitement alignée avec le polariseur d'entrée, un signal périodique à la fréquence f_0 est détecté (et donc un pic dans l'espace de Fourier). Il faut donc se placer à une position où le signal périodique s'annule. Pour cela nous effectuons également un ajustement polynomial de la valeur du pic de Fourier à la fréquence f_0 autour de la position d'annulation de ce pic. Les simulations nous montrent que l'ajustement polynomial est un très bon ajustement aux alentours de la position d'annulation des cannelures. La position finale est donnée par le minimum de la parabole. La procédure est répétée pour chaque lame indépendamment. Les courbes sont présentées sur la Figure II.14.

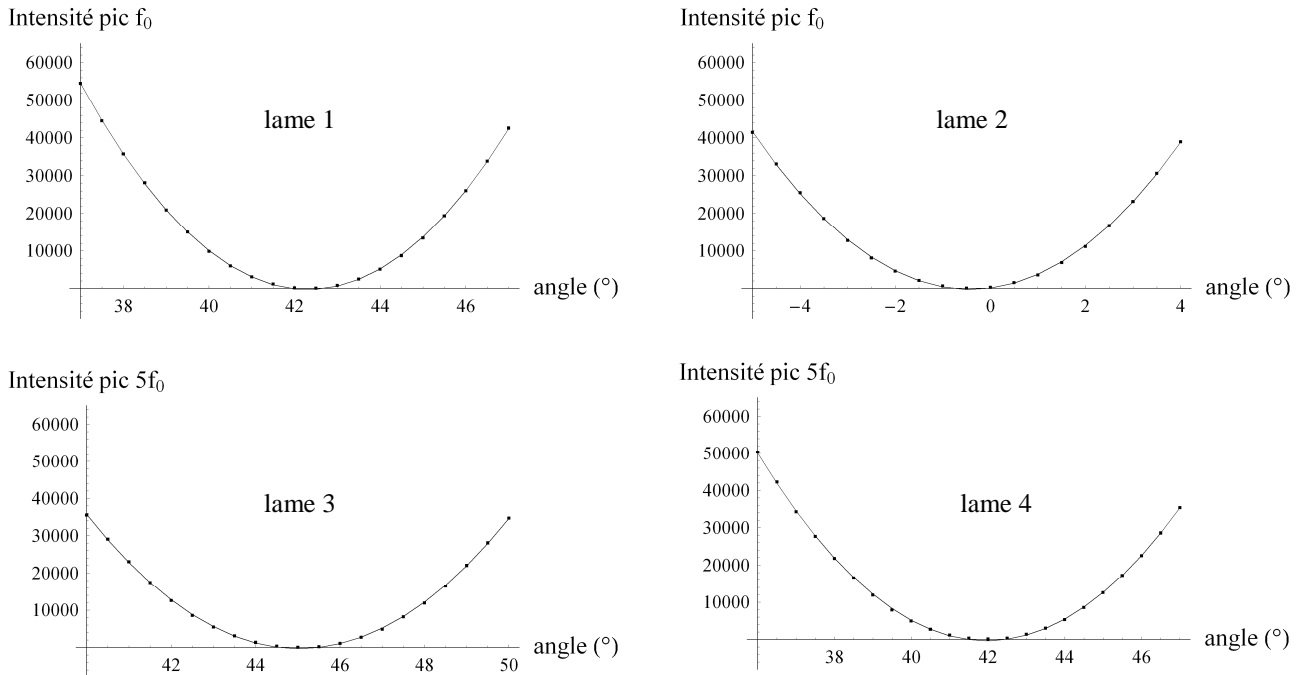


Figure II.14: Alignement des lames de calcite avec l'axe du polariseur d'entrée par un fit polynomial (courbe en trait plein) autour de l'extinction des cannelures. Les valeurs des angles sont arbitraires.

Grâce aux moteurs de précision, les lames 1 et 4 sont ensuite orientées à 45° de la position trouvée par la procédure d'alignement. Nous estimons qu'avec cette procédure, l'erreur absolue pouvant être induite sur l'alignement des éléments ne dépasse pas 0.05° .

Nous avons donc trouvé une procédure qui permet d'aligner précisément les éléments du montage dans la configuration voulue, avec la plus faible erreur possible. Cette étape était nécessaire car il n'est pas possible d'inclure les erreurs d'alignements dans la matrice de passage $[P]$ et donc de les prendre en compte dans le modèle. Nous discutons à présent des autres sources d'erreur liées aux lames de calcite, en particulier les erreurs d'épaisseur.

2.3.2- Epaisseur des lames de calcite

Nous avons distingué deux sources d'erreur pouvant provenir de la réalisation des lames de calcite utilisées pour le codage et le décodage de la polarisation qui sont:

- les défauts d'épaisseur par rapport à la configuration idéale ($e, e, 5e, 5e$)
- le défaut de parallélisme des faces qui pourrait entraîner un moyennage de l'épaisseur.

Il est difficile, à cause de la nature du matériau, de tailler précisément des lames à faces parallèles d'épaisseur donnée dans la calcite. Le constructeur garantit une précision de $0,01mm$ sur les lames de codage et décodage, ce qui est important par rapport à la longueur d'onde. On considère donc des défauts d'épaisseur sur les lames 2, 3 et 4 par rapport à la configuration idéale, la lame 1 d'épaisseur e étant prise comme référence. Cela revient à considérer la configuration ($e, e+\Delta e_2, 5e+\Delta e_3, 5e+\Delta e_4$) et à définir à l'ordre 0 les erreurs de phases ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 telles que:

$$\phi_i = \frac{4\pi\Delta n\Delta e_i}{\lambda_0} - 2\pi \left(\frac{\partial \Delta n}{\partial \lambda} \right)_{\lambda_0} \Delta e_i \quad (i=2,3,4) \quad (\text{II.2.8})$$

L'obtention d'une matrice de Mueller par le système (II.1.10) nécessite la mesure de la partie réelle et imaginaire de chaque pic de l'espace de Fourier, accessible en mesurant leur valeur absolue et leur argument (II.1.9). La présence de phases supplémentaires ϕ_i dans l'expression (II.1.6) va perturber la mesure de l'argument et donc se répercuter sur la matrice de Mueller. L'influence de telles phases sur la mesure de la matrice de Mueller du vide est simulée dans le Tableau II.6.

Nous remarquons une forte influence des erreurs de phases sur la mesure de la matrice de Mueller d'un échantillon. En effet, dans la situation de l'expérience, ces phases peuvent avoir des valeurs bien plus importantes que $0.01rad$, et donc générer encore plus d'erreur. Il faut trouver un moyen de les évaluer. Cependant, ces phases ne sont pas calculables à partir d'une mesure, même précise, de leur épaisseur. Leur mesure ne peut se faire qu'à partir de milieux connus. Le calcul n'étant pas séparable de l'effet de fenêtrage qui sera discuté dans la suite, nous ne présentons pas dans ce paragraphe la méthode de correction de ces phases.

Remarque: Nous avons dans un premier temps considéré des erreurs de phases à l'ordre 0, c'est-à-dire comprises entre $-\pi$ et π . Nous avons donc négligé pour l'instant l'effet d'une erreur d'épaisseur sur l'ordre 1, qui occasionnerait une variation sur les différentes fréquences du signal. Ce point sera abordé dans la partie 3 traitant de la correction des phases.

ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	Matrice de Mueller du vide
0	0	0	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
0.01	0	0	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.002 & 0 & 0 \\ 0.002 & 0 & 1.001 & 0.01 \\ 0.004 & 0 & -0.01 & 1.001 \end{pmatrix}$
0	0.01	0	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.003 & -0.004 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.01 \\ 0 & 0 & -0.01 & 1 \end{pmatrix}$
0	0	0.01	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.003 & -0.004 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.01 \\ 0 & 0 & -0.01 & 1 \end{pmatrix}$

Tableau II.6: Simulation de l'influence des erreurs de phases (ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4) sur la matrice de Mueller du vide. Les phases sont exprimées en radians.

Nous avons par ailleurs vérifié que le faisceau (de largeur $1mm$) voit une épaisseur unique de la lame. Effectivement, les lames de calcite ne sont pas à faces strictement parallèles et peuvent donc générer un moyennage de l'épaisseur comme représenté sur la Figure II.15:

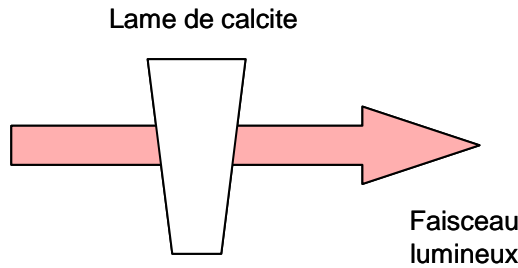


Figure II.15: Moyennage de l'épaisseur dû au défaut de parallélisme des lames de calcite.

Pour vérifier si cet effet est important, nous avons traduit les lames (placées indépendamment entre polariseurs croisés) dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière et enregistré le signal $I(\lambda)$. Une variation de l'épaisseur correspondrait à un déplacement du signal $I(\lambda)$ sur la fenêtre d'analyse. On présente sur la Figure II.16 l'effet de la translation d'une lame de décodage (plus épaisse donc susceptible de voir le phénomène):

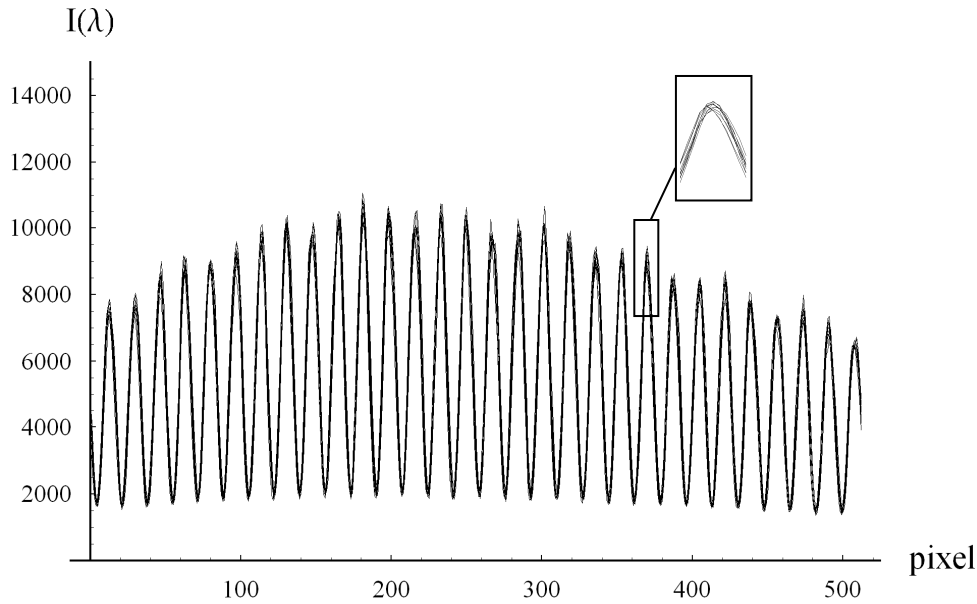


Figure II.16: Superpositions des spectres $I(\lambda)$ d'une lame de décodage placée à 45° entre polariseurs croisés pour 10 positions du faisceau par rapport à la lame. La translation est effectuée sur 10 mm par pas de 1 mm .

On constate qu'il n'y a quasiment pas de variation de l'épaisseur pour une translation du faisceau sur 1 cm . La taille du faisceau étant d'environ 1 mm , on peut en déduire qu'il n'y a pas de moyennage de l'épaisseur dû au défaut de parallélisme des faces des lames de calcite, et donc qu'il n'y a pas d'écart par rapport au modèle sur ce point.

2.3.3- Dichroïsme des lames de calcite

Certains auteurs [II.14, II.17] ont mis en évidence la possibilité d'une erreur induite par la différence de transmission des axes rapides T_f et lents T_s d'une lame de calcite, bien que le matériau présente une diatténuation négligeable. Nous avons donc voulu évaluer l'impact d'un tel phénomène sur la mesure de la matrice de Mueller. Les simulations nous montrent que si l'effet intervient, alors il serait localisé sur quelques éléments de la matrice de Mueller:

$$\begin{pmatrix} 1 & -\alpha & 0 & 0 \\ -\alpha & 1 & \beta & 0 \\ 0 & -\beta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{avec } \alpha = 2\beta \quad (\text{II.2.9})$$

où α et β sont des coefficients qui dépendent du rapport T_f/T_s . Or, nous n'avons jamais remarqué de telles erreurs sur les matrices de Mueller expérimentales. Nous pouvons donc en déduire que l'effet n'intervient pas dans notre système, sans doute grâce à la qualité du traitement antireflets des lames de calcite.

2.4- Expression du déphasage en fonction de la longueur d'onde

Le modèle proposé considère que le déphasage occasionné par les lames de calcite varie de manière linéaire avec la longueur d'onde (II.1.3). Cependant, il faut d'une part s'assurer que de se restreindre à un développement limité du déphasage à l'ordre 1 est raisonnable, et d'autre part, considérer l'effet du fenêtrage du signal dans l'expression du déphasage.

2.4.1- Influence de la dérive en fréquence

Dans le cas d'un développement limité à l'ordre 2 du déphasage occasionné par une lame de calcite d'épaisseur e , l'expression (II.1.3) deviendrait:

$$\phi = \phi_0 + 2\pi f_0 \lambda + 2\pi f_0 \beta \lambda^2 \quad (\text{II.2.10})$$

Dans ce cas, l'expression de l'intensité $I(\lambda)$ serait nettement plus compliquée et la mesure d'une matrice de Mueller ne serait pas aisée. L'ordre 2 dans le développement (II.2.10) correspond à la dérive de la fréquence f_0 dans la fenêtre d'analyse (11nm). Cette dérive en fréquence est évaluable sur le signal expérimental d'une lame de calcite d'épaisseur $5e$, placée entre polariseurs croisés (signal à la fréquence $5f_0$). En mesurant l'écart entre les minima successifs du signal, on peut calculer la fréquence "instantanée" à chaque période du signal. Nous avons tracé l'évolution de cette fréquence en fonction de la position sur la CCD, pour la lame de calcite 4 (Figure II.17) :

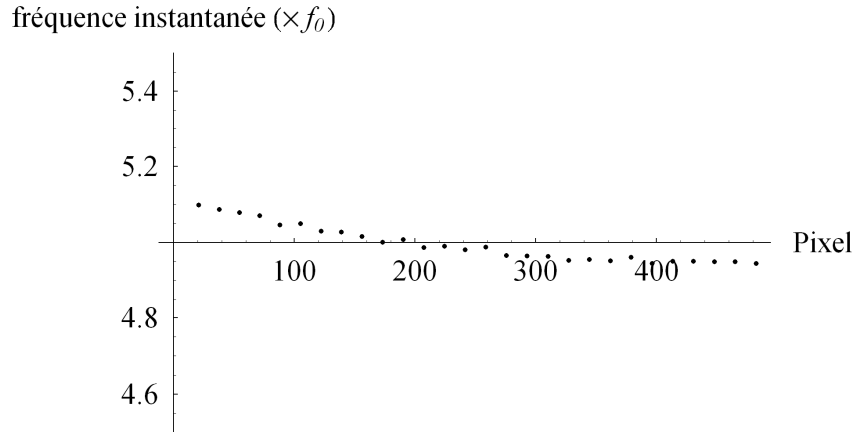


Figure II.17: Evaluation de la dérive en fréquence à partir de la mesure de la fréquence "instantanée" du signal donnée par la lame de calcite 4 placée entre polariseurs croisés, en fonction de la position sur la CCD.

L'étude de la fonction représentée en Figure II.17 donne $\beta \approx 3 \cdot 10^{-4}$. La fréquence moyenne est centrée autour de $5f_0$, avec une légère dérive en fréquence. Dans la suite du manuscrit, nous négligerons cette dérive en fréquence dans le développement limité du déphasage.

2.4.2- Influence du fenêtrage

La détection du signal $I(\lambda)$ est effectuée sur une fenêtre d'analyse spectrale fixe, liée au système spectromètre+CCD. Cet effet de fenêtrage a une influence qu'il faut prendre en compte dans le modèle. En effet, nous avons considéré jusqu'à présent que la phase constante ϕ_0 associée à l'ordre 0 dans le développement (II.1.3) est nulle et que la période de référence f_0 est entière sur la fenêtre d'analyse. Concrètement, pour le signal d'une lame de calcite placée à 45° entre polariseurs croisés, l'ordre 0 dans le développement de la phase correspond à la position du signal dans la fenêtre d'analyse, l'ordre 1 représente la fréquence du signal périodique et l'ordre 2 comme nous venons de le voir représente la dérive de cette fréquence sur la fenêtre d'analyse. La méthode d'inversion du système (II.1.10) est basée sur la mesure des pics de Fourier en parties réelles et imaginaires. Or, la position du signal dans la fenêtre d'analyse et la valeur de la fréquence de référence (qui n'est pas forcément entière) vont influencer sur le rapport entre les parties réelles et imaginaires des pics de Fourier. Il nous faut donc considérer une phase supplémentaire à l'ordre 0 dans le développement du déphasage qui prenne en compte la position du signal dans la fenêtre d'analyse et la valeur de la fréquence de référence. Cette phase est appelée ϕ_{fen} . Le déphasage associé à une lame de calcite d'épaisseur e s'écrit donc :

$$\phi = \phi_{fen} + 2\pi f_0 \lambda \quad (II.2.11)$$

Dans le cas expérimental, il faut également tenir compte des erreurs d'épaisseur sur les lames de calcite. L'expression la plus générale du déphasage doit donc tenir compte d'une erreur de phase supplémentaire à l'ordre 0 et d'une erreur sur la fréquence à l'ordre 1 :

$$\phi = \phi_{fen} + \phi_i + 2\pi f_0 \lambda + 2\pi \Delta f_0 \lambda \quad (II.2.12)$$

Dans un premier temps, nous négligeons l'erreur sur la fréquence (dernier terme de (II.2.12)). Le déphasage occasionné par chaque lame de calcite dans le montage est donc :

$$\begin{aligned} \phi^{lame1} &= \phi_{fen} + 2\pi f_0 \lambda \\ \phi^{lame2} &= \phi_{fen} + \phi_2 + 2\pi f_0 \lambda \\ \phi^{lame3} &= 5\phi_{fen} + \phi_3 + 5 \times 2\pi f_0 \lambda \\ \phi^{lame4} &= 5\phi_{fen} + \phi_4 + 5 \times 2\pi f_0 \lambda \end{aligned} \quad (II.2.13)$$

Nous avons déjà évalué dans le Tableau II.6 l'influence des erreurs de phases ϕ_i sur la matrice de Mueller, nous faisons de même avec la phase ϕ_{fen} . La matrice de Mueller calculée avec une phase $\phi_{fen}=0.01rad$, les phases ϕ_i étant considérées comme nulles, est :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.000 & -0.003 & 0.050 \\ 0.000 & 0.998 & 0.018 & 0.000 \\ 0.001 & 0.000 & 0.992 & 0.120 \\ 0.010 & 0.000 & -0.120 & 0.992 \end{pmatrix} \quad (II.2.14)$$

L'influence de la phase ϕ_{fen} est donc prépondérante sur la précision de la mesure. Il faut donc absolument la prendre en compte.

2.5- Conclusions

Dans cette partie, nous avons pointé toutes les possibles déviations au modèle occasionnées par le système de détection, les éléments du montage et le milieu d'étude. Ces déviations peuvent provenir des défauts des lames de calcite (alignement, épaisseur), du système de détection (fonction réponse, enveloppe du signal, fenêtrage) et du milieu d'étude (interférences Fabry-Pérot, évolution des propriétés avec la longueur d'onde).

Nous avons évalué leur importance sur la mesure d'une matrice de Mueller expérimentale, et prouvé la nécessité de les prendre en compte soit pas des moyens expérimentaux (réglage de l'alignement, utilisation d'une fibre optique et d'un milieu diffusant), soit en les calculant et en les incluant dans le traitement de l'information (fonction réponse, enveloppe du signal).

En ce qui concerne les erreurs de phases ϕ_{fen} , ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 , nous n'avons pas encore proposé de solution. En effet, ces phases nécessitent d'être mesurées avec soin pour obtenir une bonne précision sur la matrice de Mueller. L'étape de correction de ces phases est donc une étape primordiale dans l'utilisation de notre polarimètre instantané, et fait l'objet d'une partie à part entière, qui est abordée à présent.

3- Procédure de correction des phases

Dans un premier temps, nous nous intéressons au traitement numérique du signal détecté, nécessaire à une bonne interprétation des phases. Puis, nous présentons la méthode de calcul des erreurs de phases. La validité de la procédure de correction sera prouvée par la mesure des matrices de Mueller de milieux de référence.

3.1- Traitement numérique du signal

L'utilisation de la transformée de Fourier discrète d'un signal échantillonné nécessite quelques précautions. Il faut s'assurer que la lecture de la valeur de l'amplitude et de l'argument de chaque pic de la transformée de Fourier est correcte. Dans cette partie, nous souhaitons prouver l'apport d'un traitement du signal adéquat pour mesurer de manière précise une matrice de Mueller avec le polarimètre instantané. Nous présentons des simulations où le milieu d'étude est le vide, dans le cas d'un détecteur parfait (pas de fréquence de coupure, pas de bruit) et dans une configuration d'épaisseur assez éloignée du cas idéal ($e, e, 5e, 5e$), dans le but de prouver la robustesse du traitement. Dans la simulation, les épaisseurs sont $e = 2.08mm$ pour les lames de codage et $e = 10.36mm$ pour les lames de décodage. Cela permet d'avoir une fréquence de référence f_0 non entière dans la fenêtre d'analyse et des rapports d'épaisseurs et de fréquences non entiers entre lames de codage et de décodage.

Dans un premier temps, la lecture de la valeur de l'amplitude de chaque pic peut être optimisée en interpolant la transformée de Fourier. En effet, le signal direct est décrit par uniquement 512 points (nombre de pixels de la CCD), ce qui est peu pour décrire les différents pics dans l'espace de Fourier. Il est possible de rajouter des valeurs nulles au signal direct $I(\lambda)$ à ses extrémités, ce qui a pour effet de générer une transformée de Fourier échantillonnée avec

plus de points. En rajoutant un nombre de zéros de telle manière à avoir un signal décrit par 2^{13} points par exemple, la résolution des pics dans l'espace de Fourier est bien meilleure, ce qui permet d'identifier plus correctement la valeur maximale de chaque pic (Figure II.18).

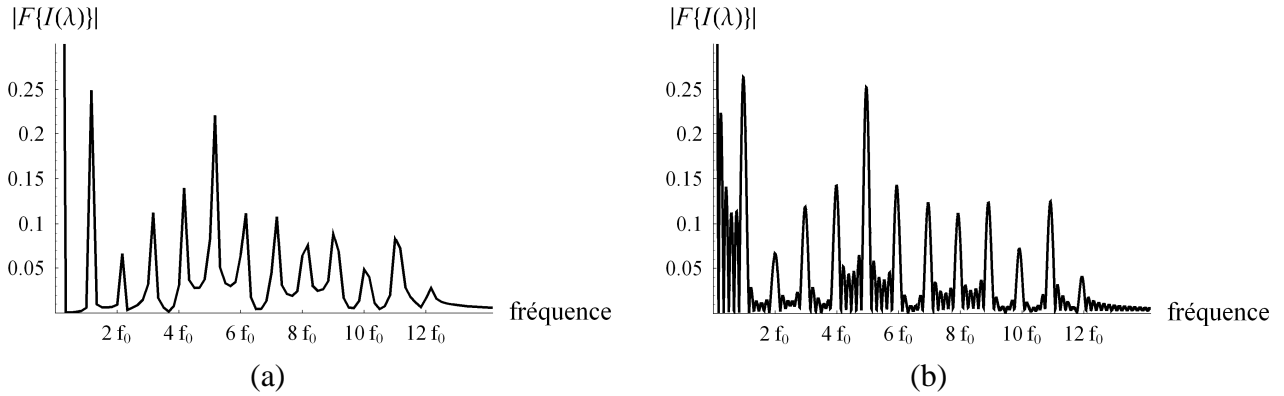


Figure II.18: Amplitude des pics de la transformée de Fourier du signal obtenu avec une lame demi-onde orientée à 30° dans le cas d'un signal direct $I(\lambda)$ non interpolé (a), et interpolé à 2^{13} points (b).

Bien que la lecture de l'amplitude des pics soit améliorée par l'interpolation du signal direct, on voit également que cela met d'avantage en évidence l'effet de "fuites spectrales" de la transformée de Fourier discrète. Cet effet intervient lorsqu'un signal périodique n'est pas échantillonné sur un nombre entier de période, ce qui est le cas ici. Les courbes présentées sur la Figure II.18 sont des transformées de Fourier du signal direct brut, c'est-à-dire tronqué de manière brutale aux limites de la fenêtre d'analyse. Cela peut être représenté par la convolution du signal $I(\lambda)$ avec une fonction porte rectangulaire. Dans l'espace de Fourier, on observe la convolution de la transformée de Fourier du signal $I(\lambda)$ avec la transformée de Fourier de la fonction porte qui est un sinus cardinal, d'où la présence de nombreux lobes secondaires. Ces lobes secondaires perturbent non seulement la lecture de l'amplitude des pics mais surtout celle de l'argument de ces derniers. Pour limiter l'influence des lobes secondaires, il faut coupler à l'interpolation du signal direct l'utilisation d'une fenêtre d'analyse adaptée.

Nous avons donc testé quelques fenêtres classiques utilisées en traitement du signal (*Hamming*, *Hanning*, *Blackman-Harris*). L'évaluation de la robustesse du fenêtrage ne peut se faire que par la simulation de l'étape de correction des phases associées aux erreurs d'épaisseur et au fenêtrage, décrite dans le paragraphe suivant, qui est effectuée grâce à la mesure des arguments de différents pics de Fourier associés à des milieux parfaitement connus (vide et lame demi-onde). La fenêtre doit donc limiter au maximum l'erreur faite sur la mesure de l'argument des pics, causée par les lobes secondaires. Les résultats du calcul de la matrice de Mueller du vide sont présentés dans le Tableau II.7, où on a également représenté les fonctions $|F\{I(\lambda)\}|$ associées.

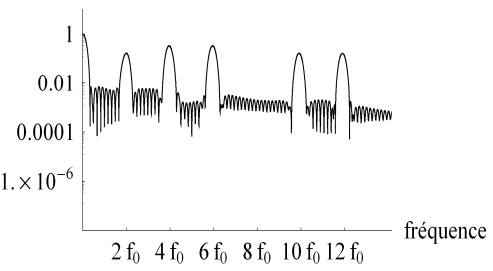
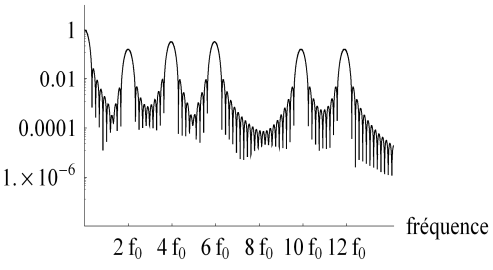
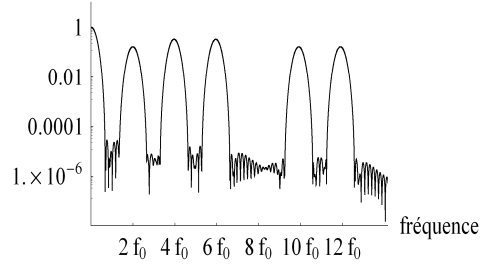
Fenêtre	$\text{Log}[F\{I(\lambda)\}]$	Matrice de Mueller calculée
Hamming $h(n) = 0,53836 - 0,46164 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{N}\right)$		$\begin{bmatrix} 1 & -0.009 & 0.002 & 0 \\ 0.006 & 1.002 & -0.008 & 0.001 \\ -0.002 & 0 & 1.007 & -0.002 \\ 0.005 & -0.004 & -0.008 & 0.986 \end{bmatrix}$
Hanning $h(n) = 0,5 - 0,5 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{N}\right)$		$\begin{bmatrix} 1 & -0.003 & 0 & 0 \\ -0.001 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Blackman-Harris $h(n) = 0,35875 - 0,48829 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{N}\right) + 0,14128 \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot n}{N}\right) - 0,01168 \cdot \cos\left(\frac{6 \cdot \pi \cdot n}{N}\right)$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Tableau II.7: Représentation de la fonction $|F\{I(\lambda)\}|$ et de la matrice de Mueller calculée par la procédure de correction des phases, pour le vide, en fonction du fenêtrage. Nous avons utilisé une représentation en échelle logarithmique pour grossir l'influence des lobes secondaires.

Nous remarquons que plus les lobes secondaires sont atténués, plus l'erreur faite sur la matrice de Mueller est faible. Bien que les lobes principaux soient élargis, on voit que c'est vraiment l'influence des lobes secondaires qui prime sur l'erreur de calcul. Ainsi, avec une fenêtrage de *Blackman-Harris*, l'erreur numérique sur les coefficients de la matrice de Mueller est inférieure à 10^{-3} , ce qui prouve la nécessité d'utiliser une telle fenêtrage lors du traitement du signal expérimental $I(\lambda)$. Ce résultat, obtenu dans le cas idéal, serait peut être à revoir dans le cas où le bruit est important, la fenêtrage de *Blackman-Harris* étant assez sensible au bruit aléatoire.

Nous avons montré que pour que le modèle fonctionne, il faut appliquer un traitement particulier au signal expérimental $I(\lambda)$. L'optimisation de la lecture de l'amplitude des pics de Fourier est réalisée en interpolant le signal de Fourier grâce à l'ajout de valeurs nulles aux extrémités du signal direct. La robustesse de la lecture de l'argument des pics est ensuite garantie par un fenêtrage du signal avec une fenêtre de *Blackman-Harris*. Une fois cette étape réalisée, nous pouvons procéder aux étapes de détermination des erreurs de phases associées aux erreurs d'épaisseur des lames de calcite et au fenêtrage du signal.

3.2- Procédure de détermination des phases

3.2.1- Expression du signal $I(\lambda)$ avec les erreurs

Le cas expérimental diffère de la situation idéale $(e, e, 5e, 5e)$. Les erreurs d'épaisseur des lames de calcite nous amènent à considérer la configuration $(e, e + \Delta e_2, 5e + \Delta e_3, 5e + \Delta e_4)$ et donc des phases ϕ_i associées aux erreurs Δe_i , et le fenêtrage à considérer une phase globale ϕ_{fen} . Le vecteur de Stokes en sortie du PSA résulte du calcul matriciel:

$$\vec{S}_s = [P(90^\circ)] \cdot [R(5\phi + \phi_4, 45^\circ)] \cdot [R(5\phi + \phi_3, 0^\circ)] \cdot [M] \cdot [R(\phi + \phi_2, 0^\circ)] \cdot [R(\phi, 45^\circ)] \cdot [P(0^\circ)] \cdot \vec{S}_i \quad (\text{II.3.1})$$

où ϕ est définie dans (II.2.11). L'intensité lumineuse détectée s'écrit donc de la manière suivante:

$$I(\lambda) = \text{Re} \left[V_0^{\text{Re}} + \sum_{n=1}^{12} (V_n^{\text{Re}} - jV_n^{\text{Im}}) \cdot e^{i\phi_n} \cdot e^{jn(2\pi f_0 \lambda + \phi_{fen})} \right] \quad (\text{II.3.2})$$

où V_n^{Re} et V_n^{Im} sont ici des combinaisons linéaires des m_{ij} mais aussi des phases ϕ_i . Les phases ϕ_n sont des phases supplémentaires qui dépendent des phases ϕ_i . De nouvelles relations entre l'amplitude des pics de Fourier et les coefficients m_{ij} peuvent être établies (Tableau II.8).

Une nouvelle matrice de passage $[P^{\text{erreur}}]$ peut être formée, dont l'expression est donnée en Annexe 6, et qui s'écrit différemment de la matrice idéale $[P]$.

L'argument de chaque pic fait intervenir les phases ϕ_{fen} et ϕ_i . Si on connaît parfaitement les coefficients m_{ij} associés à un milieu, la lecture de l'argument des pics peut potentiellement nous fournir suffisamment d'équations pour déterminer les phases ϕ_{fen} et ϕ_i .

Remarque: L'amplitude du pic de fréquence $4f_0$ ne dépend pas des erreurs de phases.

fréquence	φ_n	$V_n^{\text{Re}} (\text{x64})$	$V_n^{\text{Im}} (\text{x64})$
0	0	$16m_{00} + 8m_{02} \cos(\phi_2) + 8m_{03} \sin(\phi_2)$ $-8m_{20} \cos(\phi_3 - \phi_4) + 8m_{30} \sin(\phi_3 - \phi_4)$ $-4m_{22} \cos(\phi_2) \cos(\phi_3 - \phi_4)$ $+4m_{33} \sin(\phi_2) \sin(\phi_3 - \phi_4)$ $-4m_{23} \sin(\phi_2) \cos(\phi_3 - \phi_4)$ $+4m_{32} \cos(\phi_2) \sin(\phi_3 - \phi_4)$	0
f_0	0	$8m_{01} - 4m_{21} \cos(\phi_3 - \phi_4) + 4m_{31} \sin(\phi_3 - \phi_4)$	0
$2f_0$	ϕ_2	$-4m_{02} + 2m_{22} \cos(\phi_3 - \phi_4)$ $-2m_{23} \sin(\phi_3 - \phi_4)$	$-4m_{03} - 2m_{33} \sin(\phi_3 - \phi_4)$ $+2m_{23} \cos(\phi_3 - \phi_4)$
$3f_0$	$-\phi_2 + \phi_4$	$2m_{12}$	$-2m_{13}$
$4f_0$	ϕ_4	$-4m_{11}$	0
$5f_0$	ϕ_4	$-8m_{10} - 4m_{12} \cos(\phi_2) - 4m_{13} \sin(\phi_2)$	0
$6f_0$	ϕ_4	$-4m_{11}$	0
$7f_0$	$\phi_2 + \phi_4$	$2m_{12}$	$2m_{13}$
$8f_0$	$-\phi_2 + \phi_3 + \phi_4$	$-m_{22} + m_{33}$	$m_{23} + m_{32}$
$9f_0$	$\phi_3 + \phi_4$	$2m_{21}$	$-2m_{31}$
$10f_0$	$\phi_3 + \phi_4$	$4m_{20} + 2m_{22} \cos(\phi_2) + 2m_{23} \sin(\phi_2)$	$-4m_{30} - 2m_{33} \sin(\phi_2) - 2m_{32} \cos(\phi_2)$
$11f_0$	$\phi_3 + \phi_4$	$2m_{21}$	$-2m_{31}$
$12f_0$	$\phi_2 + \phi_3 + \phi_4$	$-m_{22} - m_{33}$	$-m_{23} + m_{32}$

Tableau II.8: Relation entre l'amplitude des pics de Fourier (parties réelles et imaginaires) et les m_{ij} dans la configuration expérimentale ($e, e+\Delta e_2, 5e+\Delta e_3, 5e+\Delta e_4$).

3.2.2- Procédure d'extraction des phases

Dans un premier temps, il est paru naturel de se demander si une simple mesure à vide pouvait permettre d'extraire toutes les phases inconnues. En effet, le vide est le milieu le plus parfaitement connu, sa matrice de Mueller étant strictement égale à la matrice identité 4x4. De plus, ce milieu n'est susceptible d'altérer ni le faisceau (déviation), ni le signal $I(\lambda)$ par sa réponse spectrale.

L'intensité lumineuse dans le cas d'une mesure à vide s'écrit avec les erreurs de phases:

$$\begin{aligned}
 16 I^{\text{vide}}(\lambda) = & 4 - \cos[\phi_2 + \phi_3 - \phi_4] + \cos[2(\phi_{\text{fen}} + 2\pi f_0 \lambda) + \phi_2 + \phi_3 - \phi_4] - 2 \cos[4(\phi_{\text{fen}} + 2\pi f_0 \lambda) + \phi_4] \\
 & - 2 \cos[6(\phi_{\text{fen}} + 2\pi f_0 \lambda) + \phi_4] + \cos[10(\phi_{\text{fen}} + 2\pi f_0 \lambda) + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4] \\
 & - \cos[12(\phi_{\text{fen}} + 2\pi f_0 \lambda) + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4]
 \end{aligned}
 \tag{II.3.3}$$

La mesure de l'argument de chaque pic donne un système d'équations qui permet de mesurer les phases ϕ_{fen} , $\phi_2 + \phi_3$ et ϕ_4 . Ce système, sous forme matricielle, peut s'écrire:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \\ 10 & 1 & 1 \\ 12 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot (\phi_{fen} \quad \phi_2 + \phi_3 \quad \phi_4) = \begin{pmatrix} Arg(2f_0) \\ Arg(4f_0) \\ Arg(6f_0) \\ Arg(10f_0) \\ Arg(12f_0) \end{pmatrix}^{vide} \quad (II.3.4)$$

Malheureusement, une simple mesure à vide ne permet pas de discriminer les phases ϕ_2 et ϕ_3 . La correction des phases ne peut donc pas se faire grâce à une mesure à vide isolée. Cependant, nous avons quand même voulu tirer profit des avantages proposés par la mesure à vide. Outre les atouts précédemment évoqués (milieu parfaitement connu et sans influence), on rappelle que le signal $I^{vide}(\lambda)$ ne possède que 5 pics bien séparés dans l'espace de Fourier et avec des amplitudes importantes. Cela garantit une mesure très fiable de l'argument de chaque pic, mesure qui peut être rapidement perturbée par les pics adjacents en présence de bruit. On accorde donc une très grande confiance à la mesure des phases ϕ_{fen} , $\phi_2 + \phi_3$ et ϕ_4 obtenues avec le vide. Il faut trouver un autre milieu qui permet de séparer les phases ϕ_2 et ϕ_3 . De nombreux milieux de base (polariseurs linéaires, biréfringents linéaires) correctement orientés permettent de faire cette opération. D'après le Tableau II.8, on remarque que l'on peut utiliser, dans le cas où les éléments m_{13} , m_{23} , m_{32} , m_{13} de la matrice de Mueller du milieu choisi sont nuls (ce qui est le cas pour une lame demi-onde et un polariseur linéaire), les pics de fréquence $3f_0$, $7f_0$, $8f_0$, $9f_0$ et $11f_0$ pour séparer les phases ϕ_2 et ϕ_3 . Une méthode robuste pour évaluer la phase ϕ_2 par exemple est d'utiliser les valeurs de ϕ_{fen} , $\phi_2 + \phi_3$ et ϕ_4 trouvées avec le vide et de former les vecteurs colonnes à partir:

- des valeurs mesurées de l'argument des pics $3f_0$, $7f_0$, $8f_0$, $9f_0$ et $11f_0$ avec le signal du milieu étalon:

$$\vec{V}^{mes} = \begin{pmatrix} Arg(3f_0) \\ Arg(7f_0) \\ Arg(8f_0) \\ Arg(9f_0) \\ Arg(11f_0) \end{pmatrix}^{étalon} \quad (II.3.5)$$

- des valeurs calculées de l'argument des pics $3f_0$, $7f_0$, $8f_0$, $9f_0$ et $11f_0$ en faisant varier ϕ_2 :

$$\vec{V}^{calc} = \begin{pmatrix} -\phi_2 + \phi_4^{vide} + 3\phi_{fen}^{vide} \\ \phi_2 + \phi_4^{vide} + 7\phi_{fen}^{vide} \\ -2\phi_2 + \phi_{23}^{vide} + \phi_4^{vide} + 8\phi_{fen}^{vide} \\ -\phi_2 + \phi_{23}^{vide} + \phi_4^{vide} + 9\phi_{fen}^{vide} \\ -\phi_2 + \phi_{23}^{vide} + \phi_4^{vide} + 11\phi_{fen}^{vide} \end{pmatrix} \quad (II.3.6)$$

où ϕ_{23}^{vide} est la somme $\phi_2 + \phi_3$, ϕ_4^{vide} la phase ϕ_4 et ϕ_{fen}^{vide} la phase ϕ_{fen} , calculées à partir du vide.

On réalise ensuite une minimisation au sens des moindres carrés en faisant varier ϕ_2 :

$$\chi^2 = \sum_i |V_i^{mes} - V_i^{calc}|^2 \quad (II.3.7)$$

La valeur minimale de χ^2 correspond à la phase ϕ_2 la plus proche de sa valeur réelle. Il faut cependant choisir le milieu qui permet de faire cette opération de manière la plus précise et la plus robuste.

3.2.3- Choix des milieux étalons

Comme évoqué dans la partie précédente, le premier milieu à utiliser est le vide, qui permet une mesure précise des phases ϕ_{fen} , $\phi_2 + \phi_3$ et ϕ_4 à partir de l'argument des pics de fréquence $2f_0$, $4f_0$, $6f_0$, $10f_0$ et $12f_0$ du signal $I^{vide}(\lambda)$. Il faut trouver un deuxième milieu connu qui permette de discriminer les phases ϕ_2 et ϕ_3 grâce à la mesure de l'argument des pics de fréquence $3f_0$, $7f_0$, $8f_0$, $9f_0$ et $11f_0$ associés au signal $I(\lambda)$ de ce milieu. Nous avons donc testé plusieurs milieux (polariseurs linéaires, lame demi-onde) dans le but d'évaluer celui qui garantit la meilleure séparation des phases ϕ_2 et ϕ_3 . L'amplitude des pics de Fourier varie fortement avec l'orientation des axes propres des polariseurs et de la lame de phase utilisés comme milieux étalons. Pour avoir une mesure correcte de l'argument d'un pic, il faut que celui-ci soit suffisamment important pour ne pas être trop bruité. Pour des orientations multiples de 30° , les pics de Fourier utilisés pour le calcul sont en général de valeur suffisante. Les milieux étalons ont donc été placés à des orientations multiples de 30° et nous avons calculé les phases ϕ_2 et la valeur du χ^2 en fonction de l'orientation de l'élément. Cette procédure a été réalisée pour deux générations de polariseurs linéaires à base de nanoparticules (ColorPol@) et une lame de phase demi-onde d'ordre 0. Les résultats sont présentés dans le Tableau II.9.

Polariseur génération 1			Polariseur génération 2		
orientation	$\phi_2(\text{rad})$	χ^2	orientation	$\phi_2(\text{rad})$	χ^2
30°	0.101	0.0067	30°	0.071	0.0009
60°	0.096	0.0252	60°	0.060	0.0002
120°	0.078	0.0256	120°	0.069	0.0006
150°	0.068	0.0116	150°	0.067	0.0011
210°	0.064	0.0252	210°	0.072	0.0001
240°	0.050	0.0059	240°	0.065	0.0001
300°	0.045	0.0118	300°	0.072	0.0014
330°	0.064	0.0169	330°	0.074	0.0023

Lame demi-onde ordre 0		
orientation	$\phi_2(\text{rad})$	χ^2
30°	0.075	0.0013
60°	0.073	0.0004
120°	0.072	0.0046
150°	0.066	0.0050
210°	0.078	0.0016
240°	0.071	0.0007
300°	0.074	0.0043
330°	0.062	0.0026

Tableau II.9: Calcul de la phase ϕ_2 et du χ^2 associé en fonction de l'orientation de l'élément pour différents étalons (polariseurs linéaires, lame demi-onde ordre 0).

Nous notons que pour le polariseur de génération 1, les valeurs calculées de ϕ_2 varient fortement avec l'orientation de celui-ci. Pourtant, les signaux dans l'espace de Fourier sont très similaires, car tous liés à un polariseur orienté à $k\pi/6$. Le polariseur de génération 1 n'est donc pas fiable pour évaluer la valeur réelle de la phase ϕ_2 , celle-ci étant liée à la lame de calcite 2 et ne doit donc pas varier en fonction de l'orientation du polariseur. Nous notons par ailleurs une valeur du χ^2 importante ce qui prouve que le cadre du modèle n'est pas respecté. L'origine de ces observations provient d'un effet cumulé de traitement antireflets défectueux (observation de cannelures) associé à une possible déviation du faisceau, les nanoparticules d'argent étant placées entre deux fenêtres épaisses pas parfaitement parallèles. Le polariseur de génération 2 génère beaucoup moins de variations de ϕ_2 avec un χ^2 bien plus faible que pour le polariseur de génération 1. De même, la lame demi-onde génère des valeurs de ϕ_2 relativement stables avec des χ^2 faibles. On accorde donc une plus grande confiance à ces deux éléments pour effectuer la correction.

Cependant, du fait que la lame demi-onde soit peu épaisse (ordre 0), celle-ci est moins susceptible de dévier le faisceau incident. De plus, même si la lame n'est pas exactement demi-onde, le calcul de ϕ_2 reste correct. Pour prouver cette affirmation, nous avons réalisé des simulations du calcul de ϕ_2 par cette procédure. L'idée est de générer un signal théorique avec une erreur de phase ϕ_2 connue, et de calculer cette phase par la méthode proposée au dessus (vide et lame de phase). Le Tableau II.10 présente l'écart entre une valeur initiale ϕ_2^{init} et sa valeur calculée ϕ_2^{calc} par la procédure, en fonction du retard de la lame étalon utilisée pour séparer les phases ϕ_2 et ϕ_3 , cette dernière étant orientée à 30° .

Retard de la lame étalon	$\phi_2^{init} - \phi_2^{calc}$ (rad)	χ^2
180°	10^{-7}	10^{-11}
179°	10^{-7}	$1,2 \cdot 10^{-3}$
178°	10^{-7}	$4,8 \cdot 10^{-3}$
177°	10^{-7}	$1,1 \cdot 10^{-2}$
176°	10^{-7}	$2,0 \cdot 10^{-2}$
175°	10^{-7}	$3,0 \cdot 10^{-2}$
170°	10^{-7}	$1,1 \cdot 10^{-1}$

Tableau II.10: Simulation du calcul de l'erreur sur la phase ϕ_2 et du χ^2 associé en fonction du retard de la lame de phase étalon orientée à 30° .

La valeur de ϕ_2 calculée par la procédure (vide+lame de phase) est très proche de la valeur définie en début de la simulation. Même si le χ^2 est de moins en moins bon lorsque l'on s'éloigne du cas de la lame demi-onde, la valeur trouvée pour ϕ_2 est la bonne. La procédure de discrimination des phases ϕ_2 et ϕ_3 est donc très fiable numériquement et ne nécessite pas une connaissance parfaite du milieu étalon, celui-ci pouvant tolérer un écart à la lame demi-onde important (plusieurs $^\circ$). Par ailleurs, nous n'avons pas présenté ici les simulations dans le cas où la lame demi-onde est orientée à des valeurs légèrement différentes de 30° , car les résultats sont inchangés par rapport à ceux présentés dans le Tableau II.10. La lame de phase demi-onde orientée à 30° est donc un bon candidat pour séparer les phases ϕ_2 et ϕ_3 , et a donc été retenue par la suite.

3.2.4- Limite des erreurs d'épaisseurs

A ce stade nous avons considéré que les erreurs de phases ϕ_i sur les lames 2, 3 et 4 sont comprises entre $-\pi$ et $+\pi$, c'est-à-dire que les fréquences générées par les lames sont dans un rapport (1,1,5,5). Si les erreurs d'épaisseurs sont trop importantes, le terme du 1^{er} ordre de (II.1.3) peut varier et les fréquences ne seront plus dans un rapport entier entre elles. Malheureusement, cela complique fortement l'écriture de la matrice de passage $[P^{erreur}]$. Nous souhaitons tout de même évaluer la tolérance de la méthode de correction des phases développée juste avant (qui se limite à l'ordre 0). Pour cela, nous avons réalisé des simulations de calcul d'une matrice de Mueller utilisant la procédure de calcul des erreurs de phases, avec des rapports non entiers entre les fréquences. L'influence d'une fréquence non entière étant prépondérante si celle-ci intervient sur une lame épaisse (lame de décodage), nous avons simulé des erreurs d'épaisseurs croissantes sur la lame 4 et nous avons regardé l'erreur associée sur la mesure de la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire orienté à 30° . Les résultats sont présentés dans le Tableau II.11. Le paramètre utilisé pour évaluer l'erreur est la norme de Frobenius, définie par:

$$\|\Delta M\|_F = \sqrt{\sum_{ij} |m_{ij}^{exp} - m_{ij}^{th}|^2} \quad (\text{II.3.8})$$

% d'erreur d'épaisseur de la lame 4 par rapport à la configuration idéale	$\ \Delta M\ _F$
0.1	0
0.5	0.0045
1	0.0117
2	0.0239
5	0.1205

Tableau II.11: Calcul de l'erreur faite sur la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire orienté à 30° , pour des erreurs d'épaisseurs sur la lame 4 s'éloignant de la configuration idéale.

Une précision acceptable sur la matrice de Mueller est équivalente à une valeur de $\|\Delta M\|_F$ inférieure à 0.02, ce qui correspond à une erreur maximale sur les m_{ij} inférieure à 1%. Il est donc nécessaire d'avoir une erreur d'épaisseur au maximum de 2% par rapport à la configuration où le rapport de fréquence est entier. Cependant, les erreurs pouvant se cumuler sur les lames 2, 3 et 4, nous préconisons d'avoir une erreur inférieure à 1% sur chaque lame pour avoir une précision suffisante sur le résultat.

Pour s'en assurer, nous avons donc caractérisé la fréquence moyenne générée par chaque lame indépendamment, en les plaçant à 45° entre polariseurs croisés. Les lames sont réglées en incidence normale. Les lames 1 et 2 génèrent théoriquement un signal à la fréquence f_0 et les lames 3 et 4 un signal à la fréquence $5f_0$. Il est possible de calculer le rapport des fréquences des lames en examinant la position exacte du pic en question dans l'espace de Fourier. Les résultats des expériences donnent une fréquence fondamentale f_0 qui génère exactement 5.999 cannelures et des rapports entre les fréquences pour les lames 2, 3 et 4: $f_2/f_0 = 1.00$, $f_3/f_0 = 4.98$, $f_4/f_0 = 4.98$. Cela donne des épaisseurs de 2.08mm pour les lames de codage et 10.36mm pour les lames de décodage. Pour faire ce calcul, nous avons tenu compte de la dispersion de la calcite à la longueur d'onde d'étude [II.16]. Les lames présentent donc une déviation des rapports de

fréquence inférieure à 1%, ce qui est acceptable par rapport au modèle que nous avons développé. Il suffit donc de prendre en compte les défauts résiduels à l'ordre 0 (c'est-à-dire les phases ϕ_{fen} et ϕ_i), qui ont pour leur part une forte influence sur la mesure d'une matrice de Mueller.

3.3- Validation sur des échantillons de référence

Pour tester la validité de la procédure de correction des phases développée juste avant, nous avons mesuré les matrices de Mueller de différents échantillons de référence. Nous commençons par montrer l'influence des diverses corrections sur la matrice de Mueller du vide, puis nous regardons les coefficients de la matrice de Mueller pour un polariseur linéaire, un biréfringent linéaire (lame quart d'onde) et un biréfringent circulaire (lame de quartz dont l'axe optique est taillé perpendiculairement aux faces).

3.3.1- Mesure à vide: influence des corrections

On souhaite démontrer l'influence des différentes corrections appliquées pendant la phase d'étalonnage (calcul des erreurs de phases, de la fonction réponse, de l'enveloppe du signal) sur la mesure de la matrice de Mueller à vide. Les résultats sont présentés dans le Tableau II.12.

Correction apportée	Matrice de Mueller expérimentale du vide
aucune correction	$\begin{pmatrix} 1 & -0.026 & 0.513 & -0.237 \\ -0.014 & 0.509 & 0.012 & 0.031 \\ 0.074 & -0.004 & 0.374 & 0.456 \\ 0.432 & -0.004 & -0.436 & 0.389 \end{pmatrix}$
correction de la fonction réponse du détecteur	$\begin{pmatrix} 1 & -0.032 & 0.885 & -0.033 \\ -0.023 & 0.837 & 0.020 & 0.046 \\ 0.097 & -0.010 & 0.933 & 1.127 \\ 1.006 & -0.011 & -1.088 & 0.961 \end{pmatrix}$
correction de la fonction réponse du détecteur + correction des erreurs de phases	$\begin{pmatrix} 1 & -0.022 & 0.014 & -0.009 \\ -0.028 & 1.005 & 0.032 & -0.009 \\ -0.008 & 0.007 & 1.020 & 0.000 \\ -0.003 & -0.010 & 0.014 & 0.991 \end{pmatrix}$
correction de la fonction réponse du détecteur + correction des erreurs de phases+correction de l'enveloppe du signal	$\begin{pmatrix} 1 & -0.002 & 0.007 & -0.003 \\ 0.000 & 1.003 & -0.011 & 0.001 \\ 0.001 & 0.000 & 1.002 & -0.002 \\ -0.006 & 0.002 & 0.012 & 1.004 \end{pmatrix}$

Tableau II.12: Influence des corrections sur la matrice de Mueller du vide. La porte temporelle est ouverte à 10μs avec 100 accumulations de l'intensité $I(\lambda)$. Tous les coefficients sont normalisés par rapport à m_{00} .

L'expérience visant à prouver la validité du modèle et de la méthode d'étalonnage, on s'affranchit du bruit aléatoire en accumulant l'intensité lumineuse 100 fois, la porte temporelle de la caméra étant ouverte à $10\mu s$. Les statistiques réalisées pour évaluer l'influence du bruit aléatoire dans ces conditions donnent un écart type maximal sur la valeur des m_{ij} égal à 0.001 . Les erreurs apparaissant sur les matrices de Mueller du Tableau II.12 sont donc exclusivement liées aux résidus d'erreurs systématiques. La matrice à vide à laquelle nous avons appliqué toutes les corrections a une erreur maximale égale à 0.012 . Cela prouve la validité du modèle et de la méthode d'étalonnage développée. Cependant, le vide présente un signal relativement simple (seulement quelques pics d'amplitudes importantes, bien séparés dans l'espace de Fourier) et il faut tester des milieux plus compliqués, afin d'explorer tous les coefficients de la matrice de Mueller, et prouver ainsi la robustesse de la technique pour différents milieux d'étude.

3.3.2- Polariseur linéaire

Le polariseur linéaire utilisé est un polariseur à base de nanoparticules ColorPol@ (CODIXX) de "deuxième génération". Il présente un contraste de 10000:1 et est traité antireflets à la longueur d'onde d'étude ($829nm$). Le polariseur est placé sur un support rotatif motorisé, ce qui permet de repérer précisément son orientation par rapport au polariseur d'entrée. Les conditions d'acquisition sont les mêmes que pour le vide. Nous avons mesuré les matrices de Mueller pour ce polariseur à des orientations allant de -90° à 90° , par pas de 10° . Les résultats sont présentés sur les Figures II.19 (valeur des coefficients) et II.20 (écart par rapport à la théorie).

Les mesures sur le polariseur linéaire mettent en évidence une erreur maximale sur les coefficients de l'ordre de 0.03 au maximum. Comme attendu, l'erreur faite sur la matrice de Mueller est plus importante que pour le vide, le signal étant plus complexe pour un polariseur. La précision de la mesure reste cependant tout à fait acceptable.

3.3.3- Biréfringent linéaire

De la même manière que pour le polariseur linéaire, nous avons testé l'instrument avec comme échantillon de test une lame quart d'onde à $830nm$ d'ordre 0, traitée antireflets, dont l'axe rapide varie de 0° à 180° , par pas de 10° (lame montée sur un support rotatif motorisé), étudiée en incidence normale. L'intérêt d'utiliser cet élément est d'explorer des coefficients de la matrice de Mueller qui sont toujours nuls dans le cas d'un polariseur linéaire. Les résultats sont présentés sur les Figures II.21 (valeur des coefficients) et II.22 (écart par rapport à la théorie).

Comme dans le cas du polariseur linéaire, la précision de la mesure pour un biréfringent linéaire est inférieure à 0.03 . Cela prouve la robustesse de l'instrument pour l'étude de milieux ayant des matrices de Mueller très différentes.

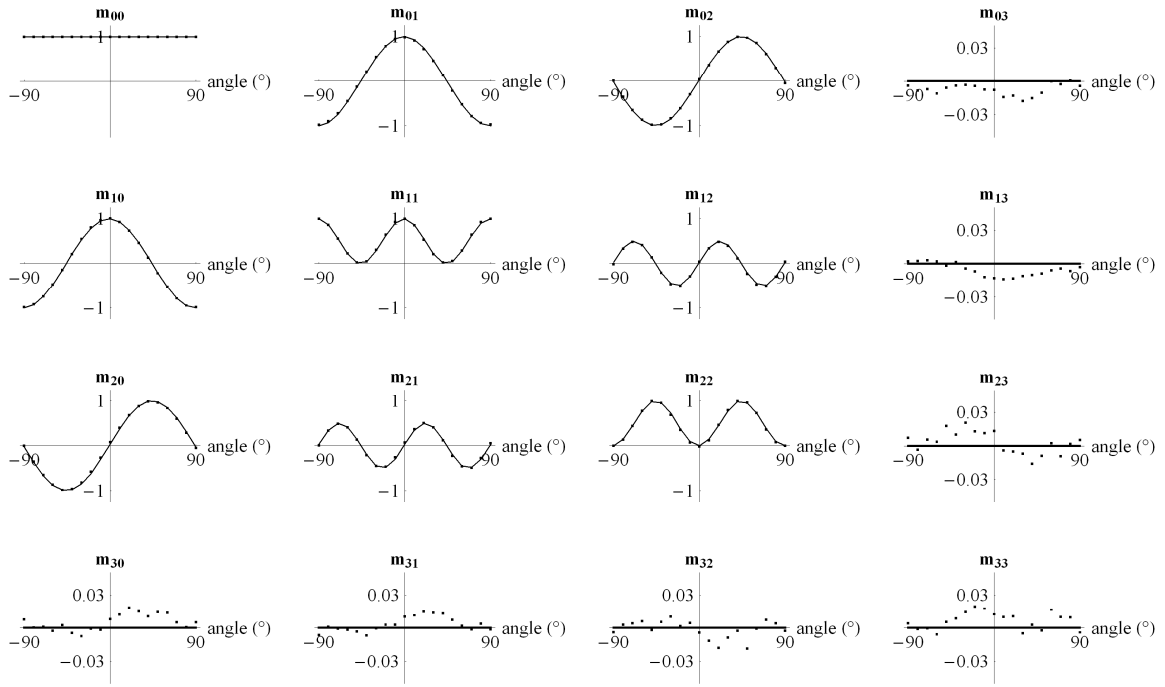


Figure II.19: Coefficients de la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire de référence en fonction de son orientation. Les courbes en traits pleins représentent la valeur théorique des coefficients de Mueller.

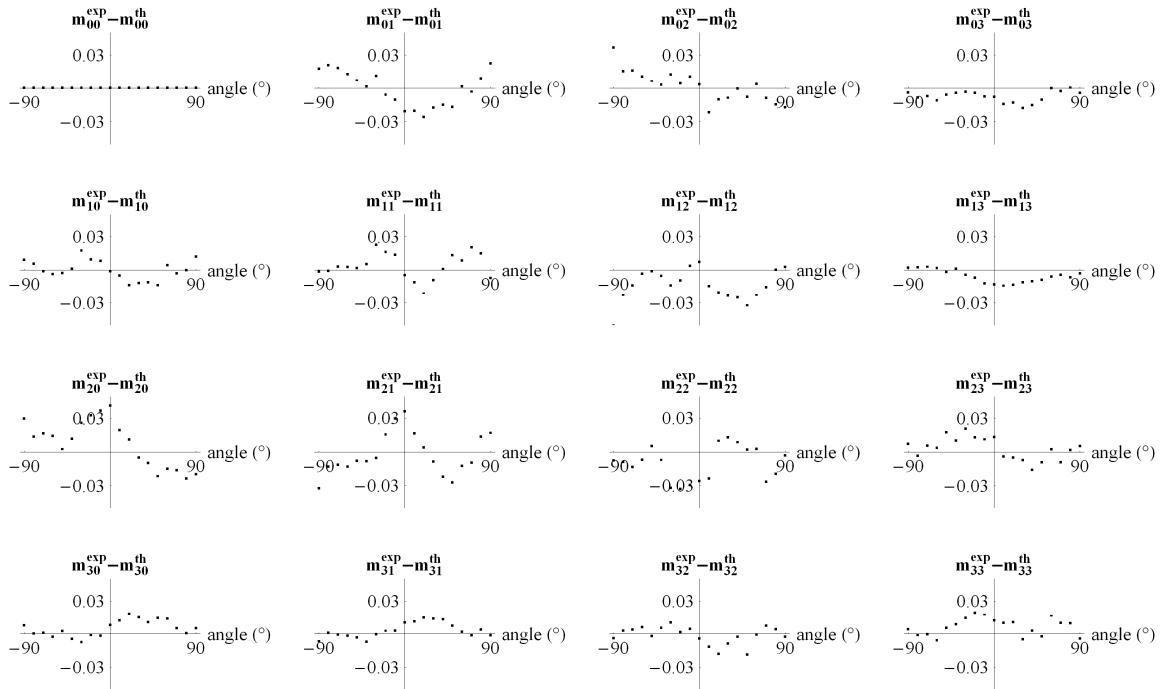


Figure II.20: Comparaison entre les coefficients théoriques et expérimentaux pour le polariseur linéaire de référence.

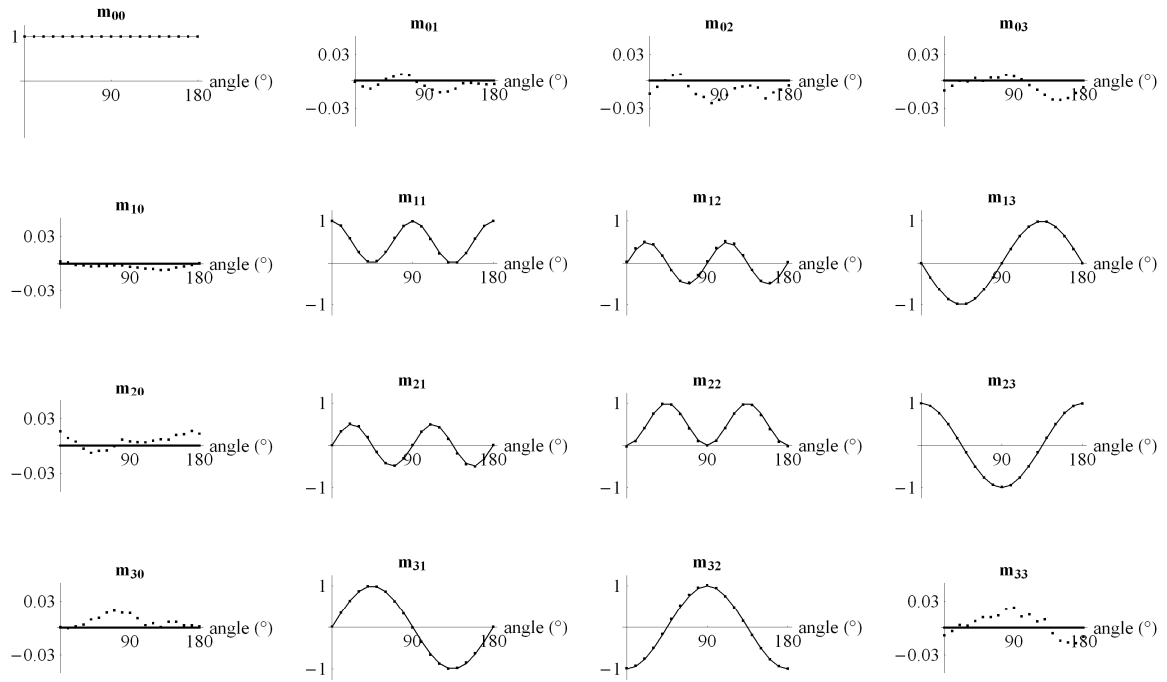


Figure II.21: Coefficients de la matrice de Mueller d'un biréfringent linéaire de référence (lame quart d'onde) en fonction de l'orientation de son axe rapide. Les courbes en traits pleins représentent la valeur théorique des coefficients de Mueller.

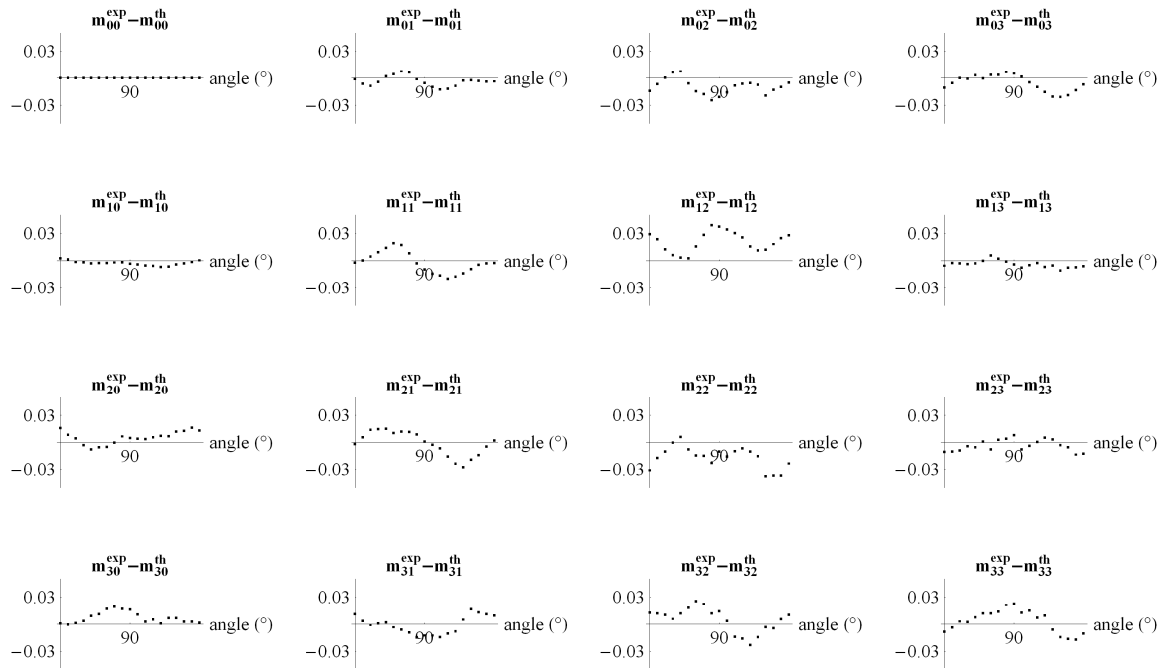


Figure II.22: Comparaison entre les coefficients théoriques et expérimentaux pour le biréfringent linéaire de référence.

3.3.4- Biréfringent circulaire

L'étude d'un biréfringent circulaire vise, d'une part, à compléter la revue des échantillons de référence que nous avons souhaité tester avec l'instrument, et, d'autre part, à prouver la qualité de la correction du signal d'interférences généré par des réflexions multiples dans le milieu d'étude. Le biréfringent circulaire est une lame de quartz d'épaisseur 1mm dont l'axe optique est taillé perpendiculairement à ses faces. Cette lame n'étant pas traitée antireflets, elle génère un signal d'interférences (Figure II.11) qui pollue le signal dans l'espace de Fourier (Figure II.12). On présente donc dans le Tableau II.13 les matrices de Mueller de cet élément avec et sans correction par le signal $s(\lambda)$, lui-même calculé en faisant la somme des signaux $I^{\perp}(\lambda)$ et $I^{\parallel}(\lambda)$ associés à ce milieu. On précise que les autres corrections ont été effectuées (erreurs de phase et fonction réponse). Pour obtenir la matrice de Mueller théorique, nous avons mesuré le pouvoir rotatoire de l'élément avec polariseur et analyseur, ce qui a révélé un retard de 24° pour cet élément.

Matrice de Mueller théorique	Matrice de Mueller expérimentale sans correction de $s(\lambda)$	Matrice de Mueller expérimentale avec correction de $s(\lambda)$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.913 & -0.406 & 0 \\ 0 & 0.406 & 0.913 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & -0.056 & 0.018 & -0.006 \\ -0.019 & 0.926 & -0.386 & -0.012 \\ 0.021 & 0.464 & 0.911 & 0.030 \\ -0.019 & -0.147 & 0.032 & 1.013 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0.023 & 0.022 & -0.009 \\ -0.005 & 0.919 & -0.399 & -0.006 \\ 0.010 & 0.379 & 0.907 & 0.016 \\ -0.010 & -0.014 & 0.017 & 1.004 \end{pmatrix}$
$P_D = 1$ $D = 0$ $R = 24^{\circ}$ $\varepsilon_R = -45.0^{\circ}$	$P_D = 1.017$ $D = 0.059$ $R = 25.3^{\circ}$ $\varepsilon_R = -40.2^{\circ}$	$P_D = 0.996$ $D = 0.033$ $R = 23.0^{\circ}$ $\varepsilon_R = -44.5^{\circ}$

Tableau II.13: Matrices de Mueller et résultats de la décomposition de Lu et Chipman pour une lame de quartz de 1mm d'épaisseur dont l'axe optique est taillé perpendiculairement aux faces (biréfringent circulaire), avec et sans correction par le signal $s(\lambda)$.

La précision de la mesure est dans ce cas également inférieure à 0.03 . Nous notons l'absolue nécessité de corriger le signal d'interférence qui altère, comme il l'était prévisible, fortement la mesure.

3.4- Conclusions

Cette partie visait à présenter la procédure de correction des phases et à valider la procédure entière d'étalonnage de l'instrument, que nous avons développé dans les parties 2 et 3 de ce chapitre. La manière la plus précise et la plus simple pour étalonner l'instrument est d'effectuer les étapes suivantes:

- obtenir le spectre $s^{syst}(\lambda)$ en faisant la somme des signaux $I^\perp(\lambda)$ et $I^\parallel(\lambda)$ du vide et diviser le signal $I(\lambda)$ du milieu étudié par le signal $s^{syst}(\lambda)$.
- interpoler le signal dans l'espace de Fourier en rajoutant des zéros au signal direct et effectuer un fenêtrage du signal avec une fenêtre de *Blackman-Harris*.
- calculer les erreurs de phases associées aux erreurs d'épaisseur des lames et au fenêtrage avec le signal du vide et celui d'une lame demi-onde orientée à 30° .
- calculer la fonction de correction de l'atténuation des pics (liée à la réponse du système de détection) pour les pics de fréquence 0, $2f_0$, $4f_0$, $6f_0$, $10f_0$ et $12f_0$ avec le signal du vide et procéder par interpolation linéaire pour déterminer celle des autres pics.
- procéder à la correction de l'amplitude des pics et à leurs phases grâce aux deux étapes réalisées juste avant.
- dans le cas où le milieu d'étude génère un signal d'interférences par réflexions multiples et si ce milieu ne présente pas de dichroïsme, faire la même démarche que pour $s^{syst}(\lambda)$. La démarche pour les milieux présentant du dichroïsme sera détaillée dans la partie 5 traitant du polarimètre à 2 voies de détection.

La détermination du signal $s^{syst}(\lambda)$, de la fonction réponse et des erreurs de phase est réalisée à partir de signaux fortement moyennés, pour s'affranchir au maximum du bruit aléatoire. On s'assure ainsi d'obtenir des valeurs précises lors de la phase d'étalonnage. Nous précisons que les étapes de correction effectuées ne sont pas corrélées entre elles. La réalisation de ces étapes, associée aux précautions prises pour le montage expérimental détaillées auparavant, garantit une erreur systématique résiduelle sur les coefficients de la matrice de Mueller d'échantillons connus inférieure à 0.03 (pour des matrices normalisées par rapport à m_{00}).

Evidemment, ces valeurs sont obtenues pour des acquisitions moyennées visant à réduire le bruit aléatoire expérimental. L'importance du bruit aléatoire dépend de la puissance de la source, de la performance de la caméra CCD, du milieu d'étude et de la porte temporelle. Dans notre configuration actuelle, l'erreur aléatoire est de l'ordre de 0.001 sur les m_{ij} pour 100 accumulations à $10\mu s$ (équivalent à une acquisition à $1ms$). Pour atteindre une statistique équivalente avec une porte temporelle plus courte (ou un plus faible nombre d'accumulations), il faudra optimiser la configuration expérimentale (source, détecteur).

L'étape d'étalonnage développée ici est simple et donne des résultats suffisamment précis, ce qui permet d'avoir un instrument facile d'utilisation et assez compact. Cependant, il nous faut évaluer sa stabilité dans le temps et par rapport aux contraintes extérieures, ce qui fait l'objet de la partie suivante.

4- Stabilisation du polarimètre

La validité du polarimètre de Mueller instantané a été prouvée expérimentalement et sa précision a été mise en évidence. Les expériences menées sur les milieux de référence ont été réalisées très rapidement après l'étape d'étalonnage (nécessitant uniquement la mesure des signaux du vide et de la lame demi-onde orientée à 30°). Nous garantissons ainsi que les valeurs des phases sont les mêmes entre le moment de l'étalonnage et le moment de la mesure du milieu. Cependant, ces phases sont susceptibles de varier dans le temps à cause des fluctuations de température de l'environnement de l'instrument. Ces variations sont dues à la dilatation thermique de la calcite qui influe sur l'épaisseur des lames et donc sur les valeurs des phases ϕ_{fen} ,

ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 . Pour éviter de réaliser une étape d'étalonnage avant chaque mesure sur un milieu inconnu, nous avons cherché à évaluer les variations de ces phases avec la température, et si il existe un moyen de corriger cette évolution soit directement, soit à partir d'une mesure de température.

A la fin de cette partie, nous évaluons la stabilité de l'instrument par rapport à un autre type de sollicitation extérieure que sont les contraintes mécaniques appliquées à la fibre optique de détection, et nous démontrons la stabilisation apportée par l'utilisation d'un milieu diffusant en rotation rapide situé avant la fibre optique.

4.1- Influence de la température

La température est la contrainte extérieure la plus influente sur la stabilité du polarimètre instantané. En effet, l'épaisseur e d'une lame de calcite, ainsi que sa biréfringence Δn , varient lors d'une variation de température ΔT , et engendrent une variation de déphasage à l'ordre 0 (en omettant les termes liés à la dispersion):

$$\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta n}{\lambda_0} \left(\alpha + \frac{1}{\Delta n} \left(\frac{\partial\Delta n}{\partial T} \right) \right) e \cdot \Delta T \quad (\text{II.4.1})$$

où α est le coefficient de dilatation thermique. Pour la calcite, les valeurs sont, d'après [II.18], $\alpha \approx -5.10^{-6} K^{-1}$ et $\frac{\partial\Delta n}{\partial T} \approx 10.10^{-6} K^{-1}$.

Nous avons montré dans la partie 3 que la phase ϕ_{fen} a une grande influence sur la matrice de Mueller. Pour rester dans des précisions acceptables, il faudrait que la variation de la phase ϕ_{fen} soit inférieure à $0.001 rad$. Cela implique une variation d'épaisseur de la lame de référence inférieure à environ $1 nm$, ce qui équivaut à une variation de température inférieure à environ $0.01^\circ C$. Cette condition est impossible à réaliser dans un environnement de laboratoire. La température va donc nécessairement avoir une influence sur les phases, ce qui peut avoir des conséquences désastreuses sur la matrice de Mueller si aucune correction n'est envisagée. Dans l'hypothèse où toutes les lames se dilatent linéairement de la même manière (c'est-à-dire qu'elles ressentent d'une part la même température et qu'elles ont d'autre part la même liberté de dilatation dans leur support), seule la phase ϕ_{fen} doit théoriquement varier. Cela correspond à une translation homogène du signal $I(\lambda)$ sur la fenêtre d'analyse. Si la phase ϕ_{fen} est mesurable à partir du signal donné par n'importe quel milieu d'étude, ou si elle est déductible d'une mesure de température, nous entrevoyons la possibilité de stabiliser l'instrument. Il faut donc dans un premier temps vérifier l'hypothèse d'une dilatation linéaire.

Nous avons donc évalué la dilatation de chaque lame orientée à 45° entre polariseurs croisés (signal de fréquence f_0 pour les lames de codage et signal à fréquence $5f_0$ pour les lames de décodage). Si l'épaisseur de la lame varie, alors le signal se translate sur la fenêtre d'analyse, ce qui correspond à une variation de l'argument du pic de Fourier associé à la fréquence du signal. L'effet de translation le plus notable étant occasionné par les lames de décodage, qui ont des épaisseurs plus importantes, nous présentons la variation de l'argument du pic de fréquence $5f_0$ en fonction de la température pour la lame 4 (Figure II.23).

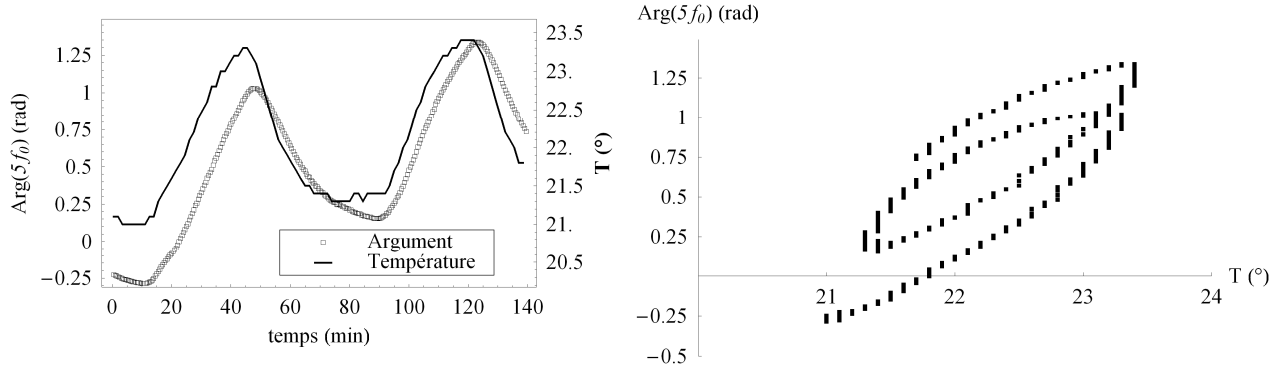


Figure II.23: Evolution de l'argument du pic de Fourier à la fréquence $5f_0$ en fonction de la température. Le signal est celui obtenu avec la lame 4 de décodage placée entre polariseurs croisés, et dont l'axe rapide est orienté à 45° .

La Figure II.23 montre que l'évolution de l'épaisseur de la lame 4 n'est pas linéaire avec la température, mais présente un effet d'hystérésis. Le comportement de la lame 3 a également été mesuré et présente aussi un effet d'hystérésis. Le modèle de dilatation thermique linéaire identique pour chaque lame est donc exclu, en tout cas pour ces gammes de variation de température (2°C). On s'attend donc à ce que non seulement la phase ϕ_{fen} varie, mais également les phases ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 .

Nous avons donc mesuré le signal du vide en fonction du temps (et donc de la température) pour extraire les phases ϕ_{fen} , $\phi_2+\phi_3$ et ϕ_4 à chaque instant. Les résultats sont présentés sur la Figure II.24.

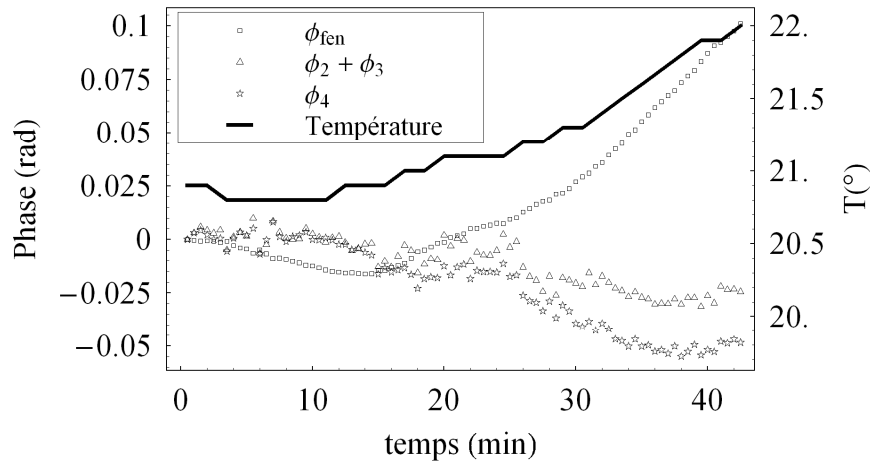


Figure II.24: Evolution des phases ϕ_{fen} , $\phi_2+\phi_3$ et ϕ_4 (calculées à partir du signal du vide) en fonction de la température. Les valeurs des phases sont ramenées à zéro en début d'expérience.

Comme attendu, l'évolution de ϕ_{fen} est corrélée à la variation de température, mais les phases $\phi_2+\phi_3$ et ϕ_4 évoluent également, ce qui signe un écart par rapport au comportement linéaire espéré, et empêche d'envisager une procédure efficace de correction des phases. En effet, pour un milieu quelconque inconnu, on ne peut pas extraire toutes les phases ϕ_{fen} , ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 à chaque instant, comme il est possible de le faire avec un polarimètre de Stokes instantané [II.12]. De

plus, les comportements des phases ne sont pas identiques lorsque les variations de température sont plus ou moins brusques et selon les plages de température. La difficulté de maîtrise de la température environnante nous a donc poussés à stabiliser thermiquement les lames de codage et de décodage, dans le but d'une part de linéariser leur comportement, et, d'autre part, d'essayer de garantir la même température entre les blocs de codage et de décodage. Nous précisons que le capteur de température utilisé pour ces expériences a une résolution de 0.1°C , mais que les variations de ϕ_{fen} sont plus sensibles que 0.1°C . Nous avons donc utilisé dans la suite un capteur de température ayant une résolution de 0.01°C (P600@ de la société DIMELCO) et une précision de $\pm 0.03^\circ\text{C}$.

4.2- Stabilisation de la dérive due à la température

L'échec du modèle de dilatation thermique linéaire nous empêche de stabiliser l'instrument, en tout cas sur une gamme de température de l'ordre de 2°C . Nous avons donc décidé de modérer les variations de température au niveau des lames de codage et de décodage. Pour cela, nous utilisons un environnement climatisé (variation de température $\pm 0.5^\circ\text{C}$) et des blocs de polystyrène autour des lames de calcite (un bloc pour le PSG et un bloc pour le PSA). Cela permet d'avoir des fluctuations de température faibles et lentes, et donc de linéariser l'évolution de l'épaisseur des lames. Nous avons réalisé des mesures de ϕ_{fen} , ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 (avec vide et lame demi-onde à 30°) en fonction du temps (durée $1h$) lorsque la température varie lentement et faiblement. Les résultats sont présentés sur la Figure II.25.

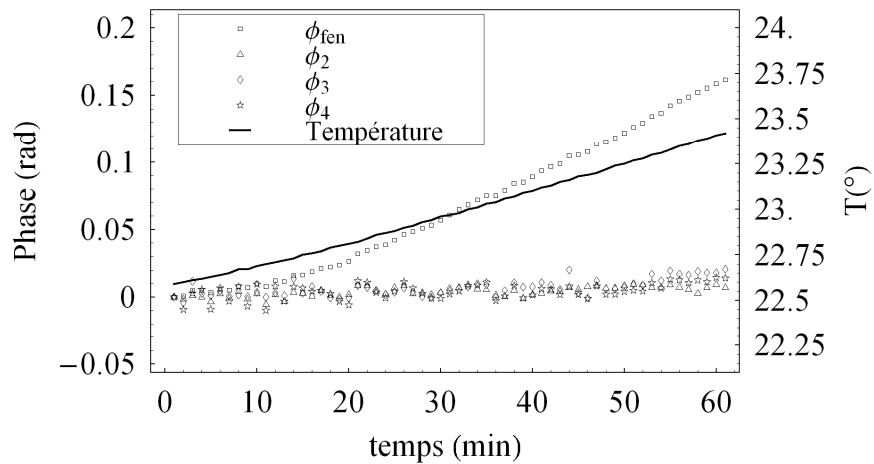


Figure II.25: Evolution des phases ϕ_{fen} , ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 (calculées à partir du signal du vide et de la lame demi-onde à 30°) en fonction de la température lorsque celle-ci varie lentement et faiblement. Les valeurs des phases sont ramenées à zéro en début d'expérience.

Nous remarquons que dans le cas où la température de l'environnement est stabilisée, seule ϕ_{fen} varie, les phases ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 ne variant pas de plus de 0.01rad . Ainsi, la connaissance de ϕ_{fen} à chaque instant suffit à établir une correction efficace. Il existe deux moyens d'accéder à la valeur de ϕ_{fen} à chaque instant: soit à partir de la mesure d'arguments de pics de Fourier bien particuliers pour un signal quelconque, soit par la mesure de la température connaissant la loi $\phi_{fen} = f(T)$.

Nous évaluons tout d'abord la possibilité d'utiliser la mesure directe à partir du milieu étudié, qui serait la manière la plus simple d'effectuer la correction (pas besoin de mesurer la température). A partir du Tableau II.8, il apparaît que les pics de fréquence f_0 , $4f_0$, $5f_0$ et $6f_0$ ont une partie imaginaire toujours nulle, quel que soit le milieu d'étude. La valeur de l'argument de ces pics est donc totalement déterminée par la valeur des phases ϕ_{fen} et ϕ_4 . On a en effet le système d'équation suivant:

$$\begin{aligned} Arg(f_0) &= \phi_{fen} \\ Arg(4f_0) &= 4\phi_{fen} + \phi_4 \\ Arg(5f_0) &= 5\phi_{fen} + \phi_4 \\ Arg(6f_0) &= 6\phi_{fen} + \phi_4 \end{aligned} \quad (II.4.2)$$

Ce système est inversible et permet de déterminer ϕ_{fen} et ϕ_4 quel que soit le milieu d'étude. Nous avons donc accès à la valeur de ϕ_{fen} à chaque instant. Nous avons testé l'influence de ce type de correction sur la stabilité de la mesure d'une matrice de Mueller à vide dans le temps (Figure II.26). Pour le vide, les pics de fréquence f_0 et $5f_0$ n'existent pas donc uniquement les pics de fréquence $4f_0$ et $6f_0$ sont utilisés. Les matrices de Mueller correspondent aux mesures réalisées pour le calcul des phases de la Figure II.25.

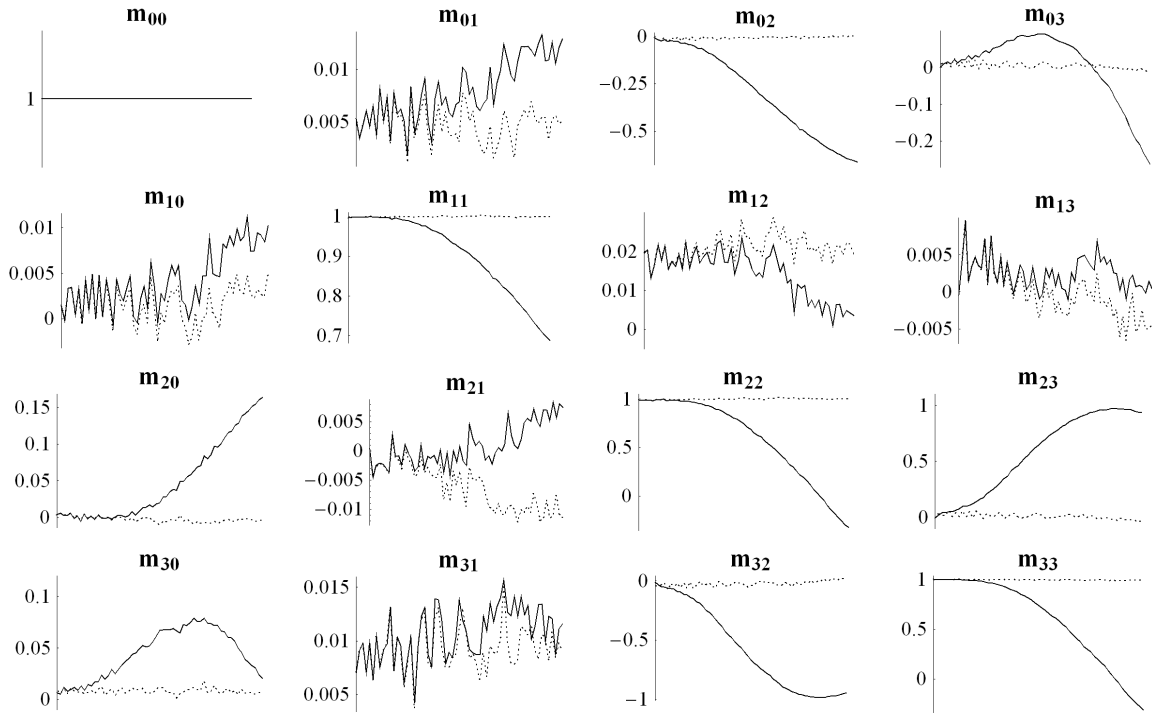


Figure II.26: Evolution des coefficients de la matrice de Mueller du vide en fonction du temps dans la configuration de l'expérience de la Figure II.25 (durée 1h). Les coefficients non corrigés sont en traits pleins et les coefficients corrigés par ϕ_{fen} à chaque instant (grâce aux pics de fréquence $4f_0$ et $6f_0$) sont en pointillés.

Pour le vide, il est possible de corriger la forte dérive des coefficients due à la variation de ϕ_{fen} avec la température, pendant une durée de 1h, grâce à la simple mesure des arguments des pics de fréquence $4f_0$ et $6f_0$. Cette procédure semble prometteuse car elle permet de s'affranchir d'une mesure de température. Nous devons par contre nous assurer de la linéarité de l'évolution des

épaisseurs des lames (et donc que seule ϕ_{fen} varie dans le temps), garantie par la stabilisation en température à des valeurs inférieures à $\pm 0.5^\circ C$ de la température initiale.

Nous avons ensuite testé la validité de cette procédure sur un autre milieu que le vide, en l'occurrence un polariseur linéaire. Il est apparu que la stabilisation était inefficace, à cause du manque de précision sur la valeur de ϕ_{fen} calculée avec les seuls pics de fréquence f_0 , $4f_0$, $5f_0$ et $6f_0$. En effet, les valeurs de ϕ_{fen} obtenues à partir du signal du polariseur diffèrent de celles obtenues pour le vide (la mesure de ce dernier étant réalisée à chaque fois juste avant celle du polariseur, donc sans que la température n'ait sensiblement varié). Le manque de précision est lié d'une part au trop faible nombre d'équations nécessaires à la mesure de ϕ_{fen} , et d'autre part à la complexité du signal (pics rapprochés), qui perturbent la mesure de l'argument des pics. De plus, selon l'orientation du polariseur linéaire, certains pics en question peuvent être très faibles et donc très bruités. Pour s'en convaincre, nous avons mesuré la valeur de ϕ_{fen} à partir du signal du polariseur en fonction de l'orientation de ce dernier et comparé à la valeur obtenue à partir du signal du vide (Figure II.27).

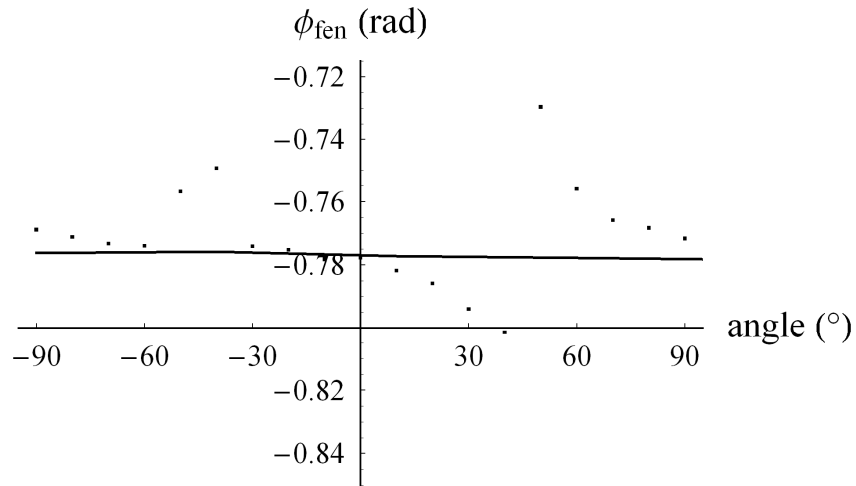


Figure III.27: Valeur de ϕ_{fen} obtenue à partir du signal du vide (trait plein) et à partir du signal du polariseur linéaire de génération 2 utilisé dans la partie 3 (points), pour différentes orientations de ce dernier.

Les valeurs de ϕ_{fen} obtenues à partir du vide varient peu (la température a effectivement peu varié pendant les mesures) alors que celles obtenues à partir du polariseur varient beaucoup. En particulier, les valeurs données pour des angles du polariseur autour de $\pm 40^\circ$ et $\pm 50^\circ$ sont très éloignées des valeurs données par le vide ($> 0.01 rad$). Effectivement, pour ces signaux, les pics de fréquence $4f_0$ et $6f_0$ sont faibles et donc très bruités, et donnent des valeurs de ϕ_{fen} erronées. Par conséquent, ne connaissant pas la forme du signal d'un milieu quelconque (et donc la distribution des pics de Fourier associés), il est impossible d'évaluer la précision obtenue sur la valeur de ϕ_{fen} par cette méthode à chaque instant. Cette méthode de correction doit donc être abandonnée.

La manière la plus précise pour déterminer ϕ_{fen} à chaque instant est donc d'établir la loi $\phi_{fen} = f(T)$ à partir de mesures à vide. Cette loi a été déterminée pour différentes plages de température, pendant une durée de $1h$, la température variant lentement et d'une valeur de l'ordre de $0,5^\circ C$. Les résultats sont présentés sur la Figure II.28.

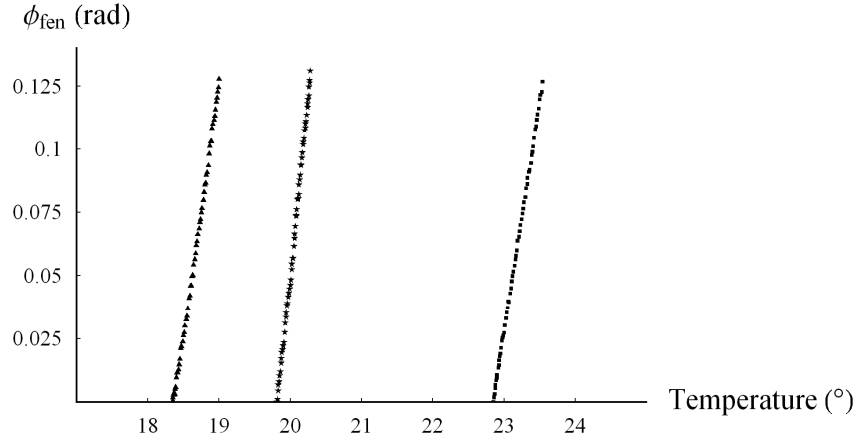


Figure II.28: Fonction $\phi_{fen} = f(T)$ pour différentes plages de température. La valeur de ϕ_{fen} est calculée à partir du signal du vide. Les valeurs des phases sont ramenées à zéro en début d'expérience.

Nous remarquons tout d'abord l'hypothèse de modèle de dilatation linéaire (relation linéaire entre ϕ_{fen} et T) est bien vérifiée mais aussi une légère différence des pentes des droites obtenues. Il est donc nécessaire de se placer sur une gamme de température donnée, où la loi $\phi_{fen} = f(T)$ est répétable. Ainsi, une simple mesure de température permet de connaître ϕ_{fen} et donc d'inclure sa valeur dans le traitement de l'information.

Une dernière précaution à prendre par rapport à la stabilité de l'instrument avec la température est de contrôler la différence d'évolution de la température entre le bloc de codage (T^{cod}) et le bloc de décodage (T^{decod}). En effet, si cette différence est trop importante, les phases ϕ_3 et ϕ_4 varient également, et ces variations doivent être prises en compte. Nous avons donc mesuré la température dans les deux boîtiers de stabilisation et effectué des acquisitions vide + lame demi-onde pour extraire les phases ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 à chaque instant. On représente sur la Figure II.29 les résultats de deux expériences: l'une où la différence entre T^{cod} et T^{decod} est constante et l'autre où cette différence évolue.

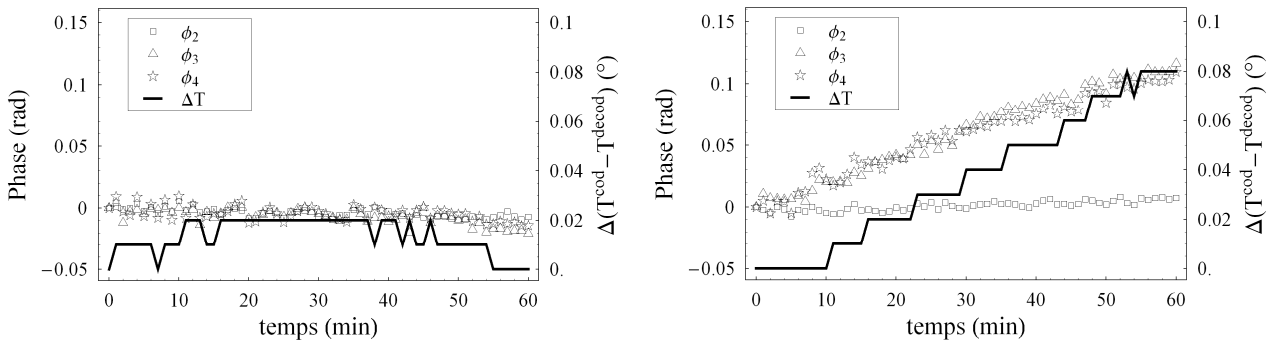


Figure II.29: Evolution des phases ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 en fonction du temps dans le cas où la différence de température entre codage et décodage est constante (gauche) et dans le cas où cette différence évolue (droite). Les valeurs des phases sont ramenées à zéro en début d'expérience. La résolution du capteur de température utilisé est 0.01°C .

Nous constatons que la phase ϕ_2 n'évolue pas et que les phases ϕ_3 et ϕ_4 évoluent de la même manière. Cette expérience prouve donc que la température dans chaque bloc est relativement homogène, et conduit à une dilatation similaire des lames 1 et 2 dans le bloc de codage, et des lames 3 et 4 dans le bloc de décodage. Cependant, cette expérience soulève également la nécessité d'établir une loi d'évolution $\phi_{3,4} = f(\Delta(T^{cod} - T^{decod}))$, pour corriger la dérive des phases ϕ_3 et ϕ_4 dans le cas où la température dans les deux blocs évolue différemment. Nous devons donc utiliser deux capteurs de température.

Nous avons présenté ici la manière de stabiliser l'instrument par rapport aux variations de température de son environnement. Cela nécessite la stabilisation de la température à des valeurs de l'ordre de 0.5°C , et la mesure des courbes d'évolution $\phi_{fen} = f(T)$ et $\phi_{3,4} = f(\Delta(T^{cod} - T^{decod}))$ à partir de mesures à vide. Ainsi, un étalonnage en début de journée permet de déterminer les valeurs initiales de ϕ_{fen} , ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 et la mesure de la température dans les blocs de codage et décodage permet d'ajuster ces valeurs au cours de la journée, à la condition que la température n'évolue pas de plus de 0.5°C .

Nous nous intéressons à présent à une autre source de perturbation de l'instrument que sont les contraintes appliquées à la fibre optique.

4.3- Stabilisation par rapport aux contraintes appliquées à la fibre

Nous avons pointé le fait que l'enveloppe du signal $s^{sys}(\lambda)$ est liée au système (source+fibre optique+spectromètre+CCD). En particulier, la forme de ce signal varie fortement avec les contraintes appliquées à la fibre optique. En effet, ces contraintes modifient les conditions d'interférences entre les modes de propagation dans la fibre, ce qui a pour effet de modifier la répartition d'intensité en longueur d'onde, et donc la forme du signal détecté. Nous avons montré l'efficacité de la correction par le signal $s^{sys}(\lambda)$ grâce à la mesure des signaux $I^\perp(\lambda)$ et $I''(\lambda)$ pour le vide. Cela implique que ce signal soit stable dans le temps, et donc qu'aucune contrainte ne soit appliquée à la fibre optique. Cette condition nécessite une très grande stabilité de l'environnement par rapport aux sollicitations extérieures (vibrations, contacts). Cependant, l'utilisation d'un milieu diffusant en rotation rapide (voir Figure II.5) dans le montage permet de garantir une grande stabilité du signal $s^{sys}(\lambda)$. Pour le vérifier, nous avons mesuré la matrice de Mueller pour le vide pour différentes contraintes appliquées à la fibre optique, dans le cas où le milieu diffusant est fixe et dans le cas où celui-ci est en rotation rapide (Figure II.30).

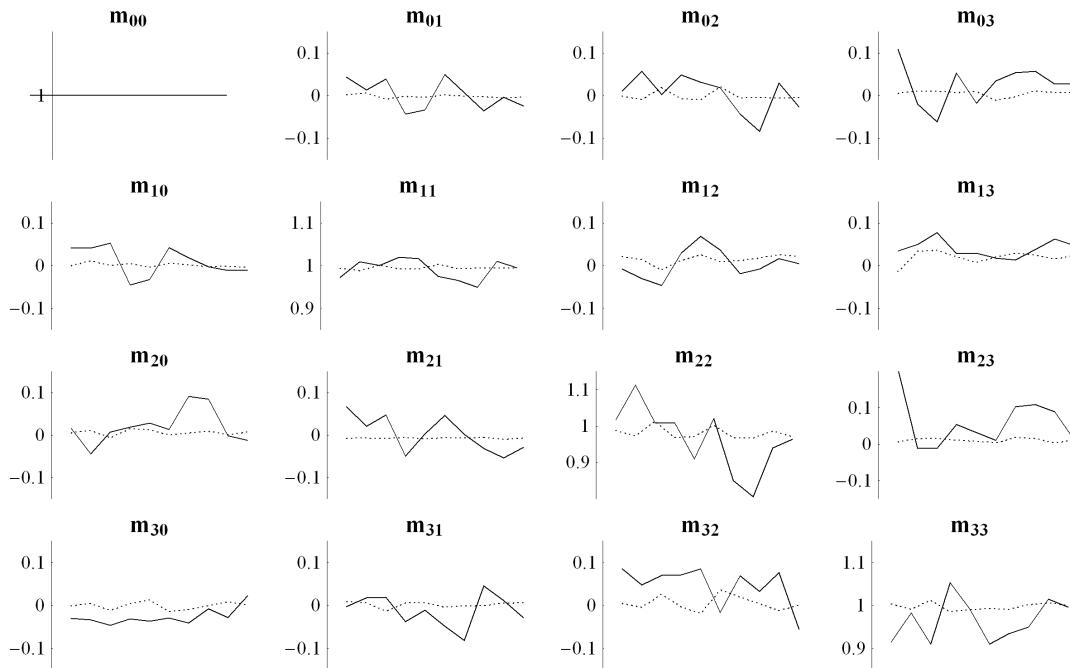


Figure II.30: Evolution des coefficients de la matrice de Mueller du vide pour 10 acquisitions correspondant à 10 contraintes différentes appliquées à la fibre. Les coefficients correspondant au cas où le diffuseur est fixe sont en traits pleins et ceux où le diffuseur est en rotation rapide sont en pointillés.

Les coefficients de la matrice de Mueller sont très stables ($<3\%$) dans le cas où le milieu diffusant est en rotation rapide, même lorsque des contraintes sont appliquées à la fibre optique. Cela signifie que la perte de cohérence spatiale est suffisante pour empêcher les interférences entre les modes de propagation dans la fibre. Dans le cas du diffuseur fixe, la perte de cohérence n'est pas suffisante.

Nous garantissons ainsi une bonne stabilité de l'instrument par rapport aux sollicitations mécaniques. Nous précisons que pour des temps d'acquisition de l'ordre de la μs , la rotation du diffuseur est suffisamment rapide pour assurer la décohérence totale du faisceau, car la mesure des matrices de Mueller est toujours correcte. Pour des temps d'acquisition inférieurs, il faudrait s'assurer que la vitesse de rotation est suffisante. La rotation du diffuseur est une limite au temps d'acquisition d'une matrice de Mueller, mais n'intervient que pour des durées d'acquisition que nous n'avons pas encore explorées.

4.4- Conclusions

Nous avons identifié dans cette partie les sources de perturbations pouvant influencer sur la stabilité des mesures obtenues avec le polarimètre de Mueller instantané. Il s'agit principalement des variations de température de l'environnement, puis des sollicitations mécaniques appliquées à la fibre optique. Des solutions ont été proposées et appliquées pour stabiliser l'instrument par rapport à ces perturbations.

L'étude de la dilatation thermique des lames de calcite nous a montré l'impossibilité de stabiliser l'instrument sur une gamme de variation de température de $2^\circ C$, à cause des non-linéarités observées lors de l'évolution de l'épaisseur des lames avec la température. Cependant, en stabilisant l'environnement (climatisation+blocs de polystyrène), nous pouvons garantir une

évolution faible et lente de la température (inférieure à $\pm 0.5^\circ\text{C}$) et obtenir un comportement linéaire. Dans ce cas, il suffit de corriger la phase ϕ_{fen} à chaque instant et éventuellement les phases ϕ_3 et ϕ_4 dans le cas où la température évolue différemment entre les blocs de codage et de décodage. La manière la plus précise de déterminer ces phases est d'établir les lois de variations $\phi_{fen} = f(T)$ et $\phi_{3,4} = f(\Delta(T^{cod} - T^{decod}))$, à partir de mesures à vide. Ainsi, la valeur des phases issues d'un étalonnage initial peut être ajustée à chaque mesure d'un milieu inconnu. Cela nécessite la mesure de la température dans les blocs de codage et de décodage, et donc l'utilisation de deux capteurs de température, dont la résolution doit être de 0.01°C .

Nous avons également pu nous affranchir des problèmes posés par les contraintes appliquées à la fibre optique en utilisant un milieu diffusant en rotation rapide. Cela permet en effet de réduire la cohérence spatiale du faisceau incident et donc d'empêcher les interférences entre modes de propagation, responsables de fortes variations du signal $s^{sys}(\lambda)$.

5- Optimisation du polarimètre

A ce stade, nous avons validé la réalisation expérimentale du polarimètre de Mueller instantané par codage spectral et proposé des outils de stabilisation de l'instrument. Dans cette dernière partie, nous proposons deux pistes d'optimisation de l'instrument: le choix de la configuration idéale d'épaisseur des lames de calcite et le développement d'un polarimètre instantané à deux voies de détection, obtenues par modification du PSA (utilisation d'un prisme de Wollaston à la place d'un simple polariseur linéaire). Les deux moyens proposés nécessitent de faibles modifications du montage expérimental (lames de calcite, prisme de Wollaston) sans en changer le système de détection (spectromètre + CCD). Cette partie consiste en une approche théorique de l'optimisation de l'instrument, la modification expérimentale n'ayant à ce stade pas encore été réalisée.

5.1- Optimisation de la configuration d'épaisseur des lames

5.1.1- Position du problème

Le polarimètre de Mueller instantané est voué à la mesure de dynamiques rapides, qui nécessitent des temps d'acquisition pouvant être très courts. Dans cette philosophie, le bruit de mesure aléatoire ne peut pas être réduit par un moyennage de multiples acquisitions, procédure trop coûteuse en temps. Ainsi, dans des conditions d'acquisition (et donc de bruit) données, le seul moyen de réduire l'influence du bruit est d'utiliser un système qui garantit la plus grande immunité possible par rapport à la propagation de ce dernier. Il s'agit de réduire au maximum l'erreur commise sur les éléments de la matrice de Mueller, l'erreur étant issue de la lecture de l'amplitude des pics et de leur argument dans l'espace de Fourier. Le lien entre la mesure et le résultat se fait par la matrice de passage $[P]$ (II.1.8). Il faut donc optimiser la matrice de passage $[P]$. Cette matrice ne dépendant que du choix de la configuration d'épaisseur des lames, ces épaisseurs représentent les variables influant sur la propagation du bruit. Il faut donc trouver un critère qui permette de justifier l'utilisation d'une configuration idéale, et déterminer cette dernière.

Considérons une configuration d'épaisseur quelconque notée (k, l, m, n) où k, l, m, n sont des entiers positifs. L'intensité lumineuse détectée s'écrit dans ce cas, en considérant que les erreurs de phases sont nulles:

$$I(\lambda) = \text{Re} \left[V_0^{\text{Re}} + \sum_{n=1}^s (V_n^{\text{Re}} - jV_n^{\text{Im}}) \cdot e^{j(p_n f_0 \lambda)} \right] \quad (\text{II.5.1})$$

avec $s = k+l+m+n$ et p_n sont des combinaisons linéaires des facteurs k, l, m et n . La mesure des pics de Fourier permet d'accéder aux coefficients de la matrice de Mueller par la relation (II.1.8), où $\vec{V} = [V_0^{\text{Re}} \ V_1^{\text{Re}} \ V_2^{\text{Re}} \ \dots \ V_s^{\text{Re}} \ V_1^{\text{Im}} \ V_2^{\text{Im}} \ \dots \ V_s^{\text{Im}}]^T$ est un vecteur de dimension $2s+1$ et $[P]$ est dans le cas général une matrice de dimension $((2s+1) \times 16)$. De nombreuses équations peuvent être générées selon les valeurs de k, l, m et n . Cependant, les considérations expérimentales nous montrent qu'à cause de la réponse du système de détection, l'atténuation des pics de Fourier peut rendre certains pics illisibles à trop haute fréquence. Il faut donc considérer la fonction réponse du détecteur dans l'inversion du système. Nous définissons la fonction réponse du détecteur par une forme triangulaire dans l'espace de Fourier, ce qui correspond au produit de la matrice $[P]$ par une matrice diagonale $[F]$. La fréquence de coupure est définie par $f_c = q \times f_0$ où q correspond à la configuration expérimentale choisie. Dans notre situation expérimentale, on a $q \approx 24$ (ce qui correspond à une atténuation du pic à $12f_0$ de moitié). L'équation considérée dans le cas général est donc:

$$\vec{V} = [F] \cdot [P] \cdot \vec{X} = [\tilde{P}] \cdot \vec{X} \quad (\text{II.5.2})$$

Les coefficients de la matrice de Mueller sont obtenus par la pseudo-inversion:

$$\vec{X} = \left([\tilde{P}]^T \cdot [\tilde{P}] \right)^{-1} \cdot [\tilde{P}]^T \cdot \vec{V} = [\tilde{P}]^\dagger \cdot \vec{V} \quad (\text{II.5.3})$$

Le bruit sur les pixels de la caméra va avoir une influence sur les pics de Fourier, et à travers la matrice $[\tilde{P}]^\dagger$, sur les coefficients de la matrice de Mueller.

5.1.2- Critère d'optimisation: Equally-Weigthed-Variance (EWV)

Le critère d'optimisation le plus couramment utilisé pour les polarimètres de Mueller est le nombre de conditionnement. Ce dernier, défini par (I.3.3), peut aussi s'écrire:

$$C([\tilde{P}]) = \frac{\mu_{\max}}{\mu_{\min}} \quad (\text{II.5.4})$$

où μ_{\max} et μ_{\min} sont respectivement la plus grande et la plus petite des valeurs singulières de la matrice $[\tilde{P}]$. Il a été montré que ce critère ne peut pas être utilisé dans le cas où le nombre d'équations est variable [II.19], ce qui est effectivement le cas lorsque la configuration d'épaisseur varie. En effet, ce critère ne prend pas en compte la redondance des équations, qui se traduit par une modification similaire de μ_{\max} et μ_{\min} , et n'affecte donc pas leur rapport.

Nous nous sommes donc inspiré d'un autre critère déjà utilisé pour optimiser des polarimètres de Stokes, qui est le critère EWV (Equally-Weigthed-Variance). Considérons que le

bruit sur les pics de Fourier peut être décrit par une matrice de covariance $[Cov(\vec{V})]$. Le bruit sur les coefficients de la matrice de Mueller est estimé par sa matrice de covariance $[Cov(\vec{X})]$ telle que [II.20]:

$$[Cov(\vec{X})] = [\tilde{P}]^\dagger \cdot [Cov(\vec{V})] \cdot [\tilde{P}]^T \quad (\text{II.5.5})$$

Le bruit aléatoire sur les pixels se traduit par un bruit additif blanc dans l'espace de Fourier. Ainsi, le bruit entre les pics de Fourier n'est pas corrélé et la matrice $[Cov(\vec{V})]$ est diagonale, de coefficients $Var(\vec{V})_j$. La variance sur les coefficients de Mueller $Var(\vec{X})_i$ peut donc être écrite:

$$Var(\vec{X})_i = \sum_{j=1}^{2s+1} Var(\vec{V})_j (\tilde{P}^\dagger)_{ij}^2 \quad (\text{II.5.6})$$

où $(\tilde{P}^\dagger)_{ij}$ représente l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $[\tilde{P}]^\dagger$. Nous supposons pour simplifier que la variance sur chaque pic de Fourier est la même et vaut $\alpha = Var(\vec{V})$. On peut donc factoriser l'expression (II.5.6):

$$Var(\vec{X})_i = \alpha \sum_{j=1}^{2s+1} (\tilde{P}^\dagger)_{ij}^2 \quad (\text{II.5.7})$$

Il est raisonnable, dans un cas général, de ne pas privilégier certains m_{ij} par rapport à d'autres: la variance sur chacun d'entre eux est donc considérée avec le même poids. On définit le critère *EWV* tel que:

$$EWV = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^{16} Var(\vec{X})_i \quad (\text{II.5.8})$$

D'après (II.5.7) et (II.5.8), *EWV* peut s'écrire:

$$EWV = \sum_{i=1}^{16} \sum_{j=1}^{2s+1} (\tilde{P}^\dagger)_{ij}^2 = Tr([\tilde{P}^\dagger]^T \cdot [\tilde{P}^\dagger]) = \sum_{i=1}^{16} \frac{1}{\mu_i^2} \quad (\text{II.5.9})$$

où μ_i sont les valeurs singulières de la matrice $[\tilde{P}]$. D'après (II.5.8) nous voyons que pour minimiser la variance sur les m_{ij} , il faut minimiser la valeur de *EWV*. La valeur de ce critère s'obtient d'après (II.5.9) en calculant les valeurs singulières de $[\tilde{P}]$.

5.1.3- Simulation de différentes configurations

Le critère *EWV* signe la performance du système par rapport à la propagation du bruit expérimental: plus le critère *EWV* est faible, plus l'effet du bruit sur le résultat est atténué. Nous avons donc réalisé des simulations numériques pour calculer la valeur de *EWV* (à partir des

valeurs singulières de la matrice $[\tilde{P}]$) pour différentes configurations d'épaisseur (ke, le, me, ne) , en fonction de la fréquence de coupure du détecteur.

Dans un premier temps, nous avons fait l'hypothèse que l'épaisseur des lames de codage et de décodage sont identiques entre elles, ce qui revient à considérer les configurations (me, me, ne, ne) avec m et n des entiers. Le calcul de EWV est réalisé pour différentes valeurs de m et n , les résultats étant présentés sous forme de carte à deux dimensions codées en niveaux de gris (Figure II.31). Les valeurs infinies de EWV sont représentées par les régions blanches, et le niveau de gris tend vers le noir quand la valeur de EWV diminue. Le calcul a été effectué pour 4 valeurs différentes de la fréquence de coupure (de $+\infty$ à $24f_0$).

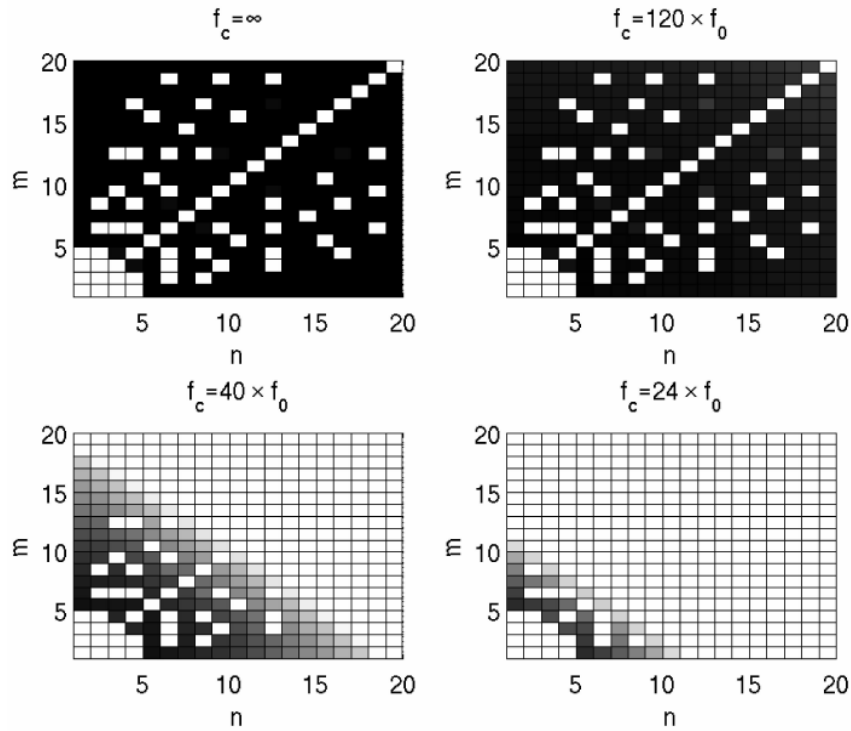


Figure II.31: EWV en fonction de m et n pour des configurations d'épaisseur (me, me, ne, ne) et pour différentes fréquences de coupure du détecteur. Le niveau de gris est blanc pour les valeurs de EWV infinies et tend vers le noir quand EWV diminue.

Nous remarquons en particulier que les figures sont symétriques par rapport à la diagonale $m=n$, ce qui signifie que la permutation des épaisseurs de codage et de décodage n'a pas d'influence. Les valeurs de EWV infinies correspondent aux cas où la matrice de passage est singulière, c'est-à-dire qu'elle n'est pas inversible. Lorsque la fréquence de coupure est infinie, beaucoup de configurations permettent l'inversion du système et conduisent à des valeurs de EWV faibles (noir). En effet, la possibilité de générer des fréquences hautes ne limite pas le nombre d'équations accessibles pour remonter à la matrice de Mueller. Lorsque la fréquence de coupure diminue, les équations relatives aux pics de hautes fréquences sont perdues. Le système est donc de moins en moins surdéterminé, ce qui entraîne une hausse de la valeur de EWV . Pour une fréquence de coupure égale à $24f_0$, la configuration optimale est $(e, e, 5e, 5e)$, qui est notre configuration expérimentale. Cela est dû au fait que les équations utilisées pour l'inversion du système font toutes intervenir des fréquences "basses", avec en plus des pics équidistants entre eux. Ce raisonnement intuitif, qui avait conduit au choix de la configuration $(e, e, 5e, 5e)$ pour cette thèse, est ici confirmé mathématiquement.

Dans un second temps, nous avons analysé des configurations plus générales du type (ke, le, me, ne) . Il s'est avéré que le calcul avec quatre degrés de liberté conduit à des valeurs de EWV plus faibles, et donc à des configurations encore moins sensibles à la propagation du bruit. Les résultats sont présentés pour quelques configurations parmi les meilleures (valeur de EWV les plus faibles) sur la Figure II.32.

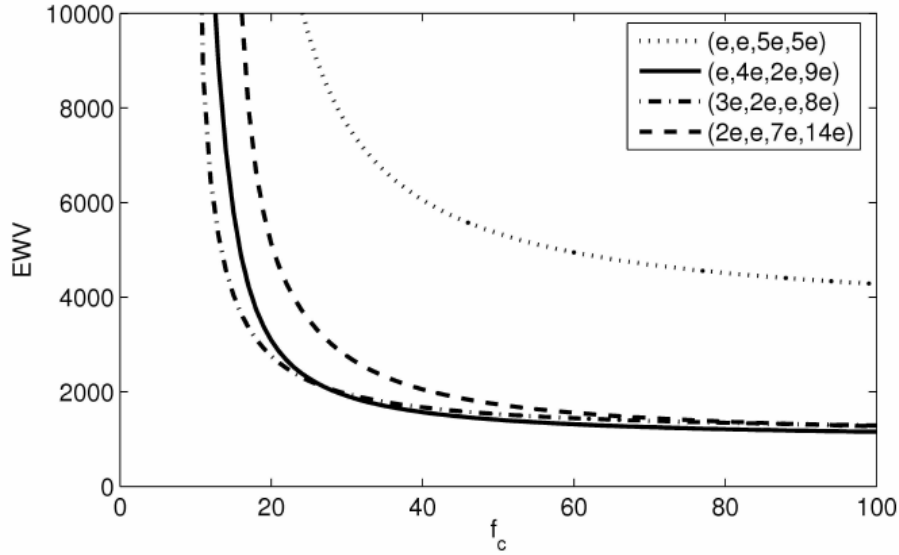


Figure II.32: EWV pour les configurations d'épaisseur (ke, le, me, ne) optimales en fonction de la fréquence de coupure du détecteur. La fréquence de coupure est donnée en unité multiple de la fréquence fondamentale f_0 .

Pour une fréquence de coupure infinie, on distingue en particulier trois configurations avec les valeurs les plus faibles de EWV :

- $(e, 4e, 2e, 9e)$ qui fait intervenir 27 équations avec des fréquences allant de 0 à $16f_0$. La valeur de EWV pour une fréquence de coupure infinie est 964.
- $(2e, e, 7e, 14e)$ qui fait intervenir 45 équations avec des fréquences allant de 0 à $24f_0$. La valeur de EWV pour une fréquence de coupure infinie est 964.
- $(3e, 2e, e, 8e)$ qui fait intervenir 28 équations avec des fréquences allant de 0 à $14f_0$. La valeur de EWV pour une fréquence de coupure infinie est 1097.

Dans chaque cas, la valeur de EWV augmente lorsque la fréquence de coupure diminue. La valeur de EWV pour la configuration $(e, e, 5e, 5e)$ et une fréquence de coupure infinie est 3524, ce qui montre que cette configuration n'est pas celle qui garantit la plus grande immunité par rapport à la propagation du bruit expérimental. Pour une fréquence de coupure égale à $24f_0$, les configurations optimales sont $(3e, 2e, e, 8e)$ et $(e, 4e, 2e, 9e)$, car elles ont la même valeur de EWV . La configuration $(2e, e, 7e, 14e)$, bien qu'ayant un nombre d'équations plus élevé, génère des fréquences trop hautes par rapport à la fréquence de coupure $24f_0$. Cette dernière sera donc préférée pour des fréquences de coupure très importantes. Pour une fréquence de coupure inférieure à $24f_0$, la configuration idéale est $(3e, 2e, e, 8e)$ alors que pour une fréquence de coupure supérieure à $24f_0$, la configuration idéale est $(e, 4e, 2e, 9e)$.

Cette étude a révélé que deux conditions sont nécessaires pour le choix de la configuration:

- générer des pics dans un domaine de fréquence étroit (pour satisfaire à la contrainte imposée par la réponse du détecteur)
- générer des équations aussi différentes que possible pour limiter la propagation du bruit expérimental.

Le choix de la configuration optimale dépend donc grandement du système de détection utilisé dans le montage. Connaissant celui-ci, il faut choisir la configuration qui mène à la plus faible valeur du critère *EWV*.

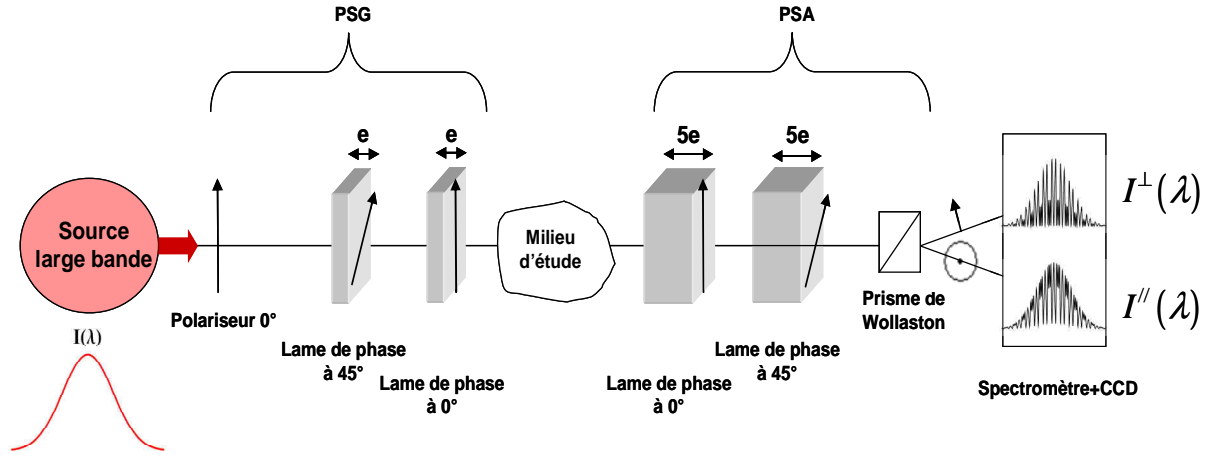
Dans cette partie, nous avons entrepris d'optimiser l'instrument par rapport au bruit expérimental. Cependant, nous avons supposé que le bruit est uniquement de nature additive, ce qui permet de traiter le problème indépendamment du milieu d'étude. Le bruit total est majoritairement de nature multiplicative (lié à l'utilisation d'une caméra CCD), mais dans ce cas dépend du milieu d'étude, de la source et du détecteur. Pour évaluer l'influence du bruit multiplicatif, il faudrait réaliser des simulations numériques adaptées au milieu en question [I.32]. L'étude réalisée ici n'est donc qu'une direction d'optimisation de l'instrument, par rapport à une contribution bien spécifique au bruit total.

5.2- Polarimètre instantané à deux voies de détection

Cette partie propose une autre direction d'optimisation de l'instrument, qui est le développement d'un polarimètre instantané à deux voies de détection. Le but de cette modification est d'améliorer les performances de l'instrument tout en gardant le caractère instantané de la mesure. D'après la revue des erreurs systématiques et la procédure d'étalonnage mise en œuvre, nous nous apercevons que subsistent en particulier deux inconvénients: le résidu d'erreur systématique qui donne une précision de 0.03 sur certains coefficients de la matrice de Mueller et l'impossibilité de mesurer en temps réel le signal $s(\lambda)$ (généralisé par le système source+fibre+détecteur et/ou les interférences de type Fabry-Pérot dues au milieu d'étude). Nous montrons dans cette partie que le développement d'un polarimètre à deux voies de détection permet d'améliorer les performances de l'instrument par rapport à ces inconvénients et qu'il permet en plus de garantir une meilleure immunité par rapport à la propagation du bruit aléatoire de mesure. Le développement expérimental du polarimètre à deux voies n'ayant pas été réalisé à ce stade, nous présentons des arguments théoriques mais aussi expérimentaux, à partir de résultats simulant le principe du nouvel instrument.

5.2.1- Principe

Le polarimètre instantané à deux voies diffère du polarimètre à une voie de détection développé dans cette thèse par le simple remplacement du polariseur linéaire utilisé dans le PSA par un prisme de Wollaston. Par conséquent, deux faisceaux séparés spatialement et polarisés perpendiculairement l'un par rapport à l'autre sont issus du prisme et doivent être focalisés sur deux fibres optiques. Les intensités lumineuses issues de ces fibres optiques correspondent à deux zones distinctes de la caméra CCD, qui peuvent être analysées séparément et simultanément. Le schéma de principe du polarimètre à deux voies est représenté sur la Figure II.33:


 Figure II.33: Schéma de principe du polarimètre instantané à deux voies dans la configuration $(e, e, 5e, 5e)$.

Ce montage permet la mesure simultanée de deux signaux $I''(\lambda)$ et $I^\perp(\lambda)$, dont les expressions sont, en l'absence d'erreurs de phases:

$$I^\perp(\lambda) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T [P(90^\circ)] \cdot [R(5\phi, 45^\circ)] \cdot [R(5\phi, 0^\circ)] \cdot [M] \cdot [R(\phi, 0^\circ)] \cdot [R(\phi, 45^\circ)] \cdot [P(0^\circ)] \cdot \vec{S}_i \quad (\text{II.5.10})$$

$$I''(\lambda) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T [P(0^\circ)] \cdot [R(5\phi, 45^\circ)] \cdot [R(5\phi, 0^\circ)] \cdot [M] \cdot [R(\phi, 0^\circ)] \cdot [R(\phi, 45^\circ)] \cdot [P(0^\circ)] \cdot \vec{S}_i \quad (\text{II.5.11})$$

qui peuvent être réécrites de la manière suivante:

$$I^\perp(\lambda) = s(\lambda) \cdot \text{Re} \left[V_0^{\text{Re}\perp} + \sum_{n=1}^{12} (V_n^{\text{Re}\perp} - jV_n^{\text{Im}\perp}) \cdot e^{jnf_0\lambda} \right] \quad (\text{II.5.12})$$

$$I''(\lambda) = s(\lambda) \cdot \text{Re} \left[V_0^{\text{Re}/} + \sum_{n=1}^{12} (V_n^{\text{Re}/} - jV_n^{\text{Im}/}) \cdot e^{jnf_0\lambda} \right] \quad (\text{II.5.13})$$

L'extraction des m_{ij} se fait de la même manière que pour le polarimètre à une voie. On forme ici un vecteur de dimension 50 à partir des valeurs des amplitudes des pics dans l'espace de Fourier $\vec{V}^{2\text{voies}} = [V_0^{\text{Re}/} \ V_1^{\text{Re}/} \ \dots \ V_{12}^{\text{Re}/} \ V_1^{\text{Im}/} \ \dots \ V_{12}^{\text{Im}/} \ V_0^{\text{Re}\perp} \ V_1^{\text{Re}\perp} \ \dots \ V_{12}^{\text{Re}\perp} \ V_1^{\text{Im}\perp} \ \dots \ V_{12}^{\text{Im}\perp}]$.

Nous obtenons une nouvelle matrice de passage $[P^{2\text{voies}}]$, de dimension 50x16, entre la valeur des pics de Fourier et les coefficients m_{ij} :

$$\vec{V}^{2\text{voies}} = [P^{2\text{voies}}] \cdot \vec{X} \quad (\text{II.5.14})$$

Le principe est donc très proche de celui présenté pour le polarimètre à une voie, à la différence qu'on mesure simultanément deux signaux, ce qui fournit des équations supplémentaires.

Remarque: Nous avons présenté le cas du système sans l'influence du fenêtrage et des erreurs d'épaisseur, c'est-à-dire $\phi_{fen} = \phi_2 = \phi_3 = \phi_4 = 0$. La démarche pour obtenir les expressions dans le cas où ces phases sont non nulles est similaire à celle effectuée pour le polarimètre à une voie de détection.

5.2.2- Sensibilité aux erreurs aléatoires

Les performances du polarimètre à deux voies en termes de sensibilité par rapport au bruit aléatoire sont évaluées à partir du critère EWV présenté dans la partie précédente. On rappelle que plus ce paramètre est faible, moins le système est sensible à la propagation du bruit additif aléatoire sur le résultat final. Pour le polarimètre à une voie, la valeur de EWV dans la configuration $(e, e, 5e, 5e)$ est 3524, alors que pour le polarimètre à deux voies, cette valeur vaut dans la même configuration d'épaisseur 1142, pour une fréquence de coupure infinie. Cela signifie que le polarimètre à deux voies est trois fois moins sensible au bruit expérimental que le polarimètre à une voie, bien que seulement deux fois plus d'équations soient utilisées dans la l'inversion du système.

Cette version de l'instrument permet d'atteindre des valeurs de EWV dans la configuration $(e, e, 5e, 5e)$ de l'ordre de celles obtenues avec les meilleures configurations d'épaisseur envisagées dans le cadre d'un polarimètre à une seule voie de détection.

5.2.3- Sensibilité aux erreurs systématiques associées aux lames de calcite

Nous avons montré dans la partie 2 de ce chapitre que deux sources d'erreur systématique sont liées aux lames de calcite utilisées pour le codage de la polarisation: les erreurs d'alignements des axes rapides et les erreurs d'épaisseurs par rapport à la configuration idéale. Les erreurs d'alignements ont été limitées par la mise en place d'une procédure de positionnement précis utilisant des supports rotatifs motorisés. Les erreurs d'épaisseurs peuvent être calculées grâce à la mesure de signaux issus de milieux connus (vide et lame demi-onde). Cependant, des résidus d'erreur peuvent encore exister. Nous avons donc souhaité évalué la sensibilité du polarimètre à deux voies aux erreurs systématiques induites par les lames de calcite.

Considérons des erreurs d'alignements $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \Delta\alpha_4$ sur l'alignement des axes rapides des lames de calcite 1, 2, 3 et 4, une erreur $\Delta\phi_{fen}$ sur la détermination de la phase fenêtre, et des erreurs $\Delta\phi_2, \Delta\phi_3, \Delta\phi_4$ sur la détermination des phases ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4 . L'impact de ces erreurs sur la mesure de la matrice de Mueller dans le cas d'un polarimètre à une voie et dans le cas d'un polarimètre à deux voies est évalué à partir de simulations numériques. Le milieu test utilisé est une lame quart d'onde orientée à 120° . Nous quantifions l'erreur faite sur la matrice de Mueller grâce à la norme de Frobenius définie par:

$$\|\Delta M\|_F = \sqrt{\sum_{ij} \left| m_{ij}^{erreurs} - m_{ij}^{ideal} \right|^2} \quad (\text{II.5.15})$$

Nous mesurons donc cette norme en faisant varier les erreurs d'alignements et les erreurs de phases, dans le cas du polarimètre à une et deux voies (Figure II.34).

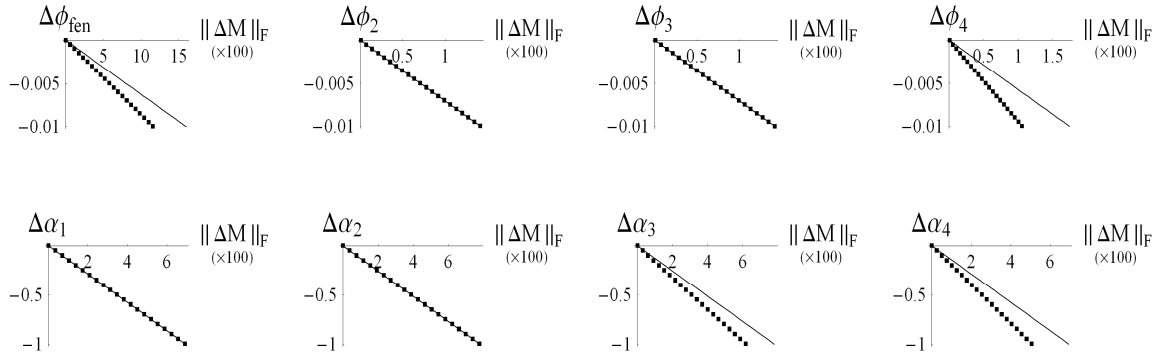


Figure II.34: Norme de Frobenius en fonction des erreurs $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3, \Delta\alpha_4$ sur l'alignement des axes rapides des lames de calcite et des erreurs $\Delta\phi_{fen}, \Delta\phi_2, \Delta\phi_3, \Delta\phi_4$ sur la détermination des phases $\phi_{fen}, \phi_2, \phi_3, \phi_4$. Le cas du polarimètre à une voie est représenté en trait plein et celui du polarimètre à deux voies en pointillés. Les erreurs sur les alignements sont exprimées en degrés et les erreurs sur les phases sont exprimées en radians.

Les simulations montrent que la précision sur la matrice de Mueller en présence d'erreurs systématiques est meilleure avec un polarimètre à deux voies. Bien que l'effet ne soit notable que pour des erreurs d'alignements importantes (de l'ordre de 1°) et pour des erreurs sur les détermination des phases $\phi_{fen}, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ importantes (de l'ordre de $0.01rad$), la mesure est toujours améliorée.

Pour prouver la faisabilité expérimentale de l'amélioration apportée par le polarimètre à deux voies, nous avons simulé son principe en réalisant les mesures consécutives des deux signaux $I''(\lambda)$ et $I^\perp(\lambda)$, obtenus avec le polariseur de sortie respectivement à 0° et 90° . Bien que la mesure des deux signaux ne soit pas simultanée, cette étude vise à prouver l'apport d'équations supplémentaires dans le traitement de l'information, déjà mis en évidence grâce aux simulations. Nous avons donc comparé les matrices de Mueller pour une lame quart d'onde orientée à 120° mesurée avec le polarimètre à une voie et avec le polarimètre à deux voies (Tableau II.14). Pour avoir une idée de l'amélioration, les paramètres issus de la décomposition de Lu et Chipman sont aussi calculés. Les expériences ont été réalisées avec une porte temporelle de $10\mu s$ et 100 accumulations pour réduire au maximum le bruit aléatoire.

Matrice de Mueller théorique	Matrice de Mueller expérimentale avec mesure de $I^\perp(\lambda)$	Matrice de Mueller expérimentale avec mesure de $I''(\lambda)$ et $I^\perp(\lambda)$
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.250 & 0.433 & 0.866 \\ 0 & 0.433 & 0.750 & -0.500 \\ 0 & -0.866 & 0.500 & 0 \end{bmatrix}$ <p> $P_D = 1$ $D = 0$ $R = 90^\circ$ $\alpha_R = 120^\circ$ $\varepsilon_R = 0^\circ$ </p>	$\begin{bmatrix} 1.000 & -0.010 & 0.002 & 0.005 \\ 0.007 & 0.259 & 0.444 & 0.865 \\ 0.000 & 0.423 & 0.753 & -0.509 \\ -0.002 & -0.878 & 0.483 & 0.006 \end{bmatrix}$ <p> $P_D = 1.004$ $D = 0.011$ $R = 89.63^\circ$ $\alpha_R = 120.05^\circ$ $\varepsilon_R = 0.36^\circ$ </p>	$\begin{bmatrix} 1.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.006 & 0.258 & 0.445 & 0.864 \\ 0.003 & 0.435 & 0.746 & -0.512 \\ 0.001 & -0.868 & 0.485 & -0.002 \end{bmatrix}$ <p> $P_D = 1.001$ $D = 0.0002$ $R = 90.09^\circ$ $\alpha_R = 119.89^\circ$ $\varepsilon_R = 0.25^\circ$ </p>

Tableau II.14: Matrices de Mueller et résultats de la décomposition de Lu et Chipman pour une lame quart d'onde orientée à 120° , dans le cas de la mesure de $I^\perp(\lambda)$ et dans le cas de la mesure de $I''(\lambda)$ et $I^\perp(\lambda)$.

Les mesures réalisées avec le polarimètre à deux voies sont plus précises que celles réalisées avec le polarimètre à une voie. L'effet est particulièrement notable sur les valeurs de P_D , D et ε_R , qui sont plus proches des valeurs idéales. La comparaison des valeurs de R et α_R est plus délicate, étant donnée l'incertitude sur la retardance (de l'ordre de $0,5^\circ$) et sur l'orientation de l'axe rapide (de l'ordre de $0,05^\circ$). L'intérêt d'utiliser un polarimètre à deux voies est donc prouvé expérimentalement, dans l'hypothèse où le prisme de Wollaston lui-même n'induirait pas d'erreur systématique supplémentaire. Cet argument est raisonnable étant donné la plage étroite de détection ($11nm$), qui garantit des propriétés constantes pour cet élément.

5.2.4- Correction du signal $s(\lambda)$

Nous avons pointé précédemment l'erreur systématique engendrée d'une part, par le signal d'interférence dû aux possibles réflexions multiples dans le milieu d'étude, et, d'autre part, par le système (laser+fibre+détecteur). Ces effets forment le signal $s(\lambda)$. Ce signal peut être obtenu en mesurant l'intensité sur le spectromètre obtenu dans la configuration du milieu seul placé entre polariseurs croisés. Cela nécessite d'enlever les lames de calcite, ce qui est contraignant. Un autre moyen est d'utiliser les signaux $I''(\lambda)$ et $I^\perp(\lambda)$. En effet, on montre que les équations (II.5.12) et (II.5.13) mènent à:

$$I''(\lambda) + I^\perp(\lambda) = s(\lambda) \cdot f(\lambda) \quad (\text{II.5.16})$$

avec $f(\lambda)$ donnée par:

$$\begin{aligned} 64f(\lambda) = & 32m_{00} + 16m_{02} + 32m_{01} \cos(2\pi f_0 \lambda) \\ & - 16m_{02} \cos(2 \times 2\pi f_0 \lambda) - 16m_{03} \sin(2 \times 2\pi f_0 \lambda) \end{aligned} \quad (\text{II.5.17})$$

La fonction $f(\lambda)$ dépend fortement des coefficients de la première ligne de la matrice de Mueller de l'échantillon. Or, cette première ligne signe la présence de diatténuation dans l'échantillon (voir I.2.38). Deux cas doivent donc être considérés: le cas où le milieu n'est pas dichroïque (pas de diatténuation) et celui où le milieu est dichroïque.

Remarque: Dans le cas où on considère les phases ϕ_{fen} , ϕ_2 , ϕ_3 et ϕ_4 dans les expressions (II.5.12) et (II.5.13), l'expression de $f(\lambda)$ devient:

$$\begin{aligned} 64f(\lambda) = & 32m_{00} + 16m_{02} \cos(\phi_2) + 32m_{01} \cos(2\pi f_0 \lambda) + 16m_{03} \sin(\phi_2) \\ & - 16m_{02} \cos(2 \times 2\pi f_0 \lambda + \phi_2) - 16m_{03} \sin(2 \times 2\pi f_0 \lambda + \phi_2) \end{aligned} \quad (\text{II.5.18})$$

5.2.4.1- Cas d'un milieu non dichroïque

Dans cette situation, les coefficients m_{01} , m_{02} et m_{03} de la matrice de Mueller du milieu d'étude sont tous nuls. L'équation (II.5.16) s'écrit donc simplement:

$$I''(\lambda) + I^\perp(\lambda) = \frac{1}{2} s(\lambda) \cdot m_{00} \quad (\text{II.5.19})$$

Ainsi, la simple somme des signaux $I''(\lambda)$ et $I^\perp(\lambda)$ donne accès directement à $s(\lambda)$. On peut donc mesurer $s(\lambda)$ en temps réel (à chaque acquisition) et appliquer instantanément la correction dans le traitement de l'information. Ce résultat est très puissant car il permet de faire la correction dans les conditions de l'expérience et ne nécessite pas de mesure préalable. En particulier, si le signal

$s(\lambda)$ évolue dans le temps, la correction est valable à chaque instant. La validation expérimentale de cette correction a déjà été présentée dans les paragraphes 3.3.1 (vide) et 3.3.4 (biréfringent circulaire) de ce chapitre.

5.2.4.2- *Cas d'un milieu dichroïque*

Dans le cas d'un milieu dichroïque, la procédure de correction instantanée ne peut pas être appliquée. En effet, les coefficients m_{01} , m_{02} et m_{03} sont non nuls et donc la fonction $f(\lambda)$ (II.5.17) est périodique. La simple somme des signaux $I''(\lambda)$ et $I^\perp(\lambda)$ ne donne pas un accès direct au signal $s(\lambda)$. Nous avons cependant mis en place une procédure qui permet de remonter à $s(\lambda)$. Considérons le milieu d'étude dichroïque, une lame quart d'onde d'orientation θ et un polariseur linéaire d'orientation δ , décrits respectivement par les matrices de Mueller $[M]$, $[R(90^\circ, \theta)]$ et $[P(\delta)]$. On peut créer deux milieux artificiels décrits par les matrices de Mueller $[M_1]$ et $[M_2]$ formés par les arrangements suivants:

$$[M_1] = [M][P(0^\circ)][R(90^\circ, 0^\circ)] \quad (\text{II.5.20})$$

$$[M_2] = [M][P(0^\circ)][R(90^\circ, 45^\circ)] \quad (\text{II.5.21})$$

Il s'agit donc de placer le polariseur et la lame quart d'onde devant le milieu d'étude, avec les orientations définies par (II.5.20) et (II.5.21). Considérons dans un premier temps la somme des intensités obtenues avec un polarimètre à une voie pour chacun des deux milieux artificiels $I_1^\perp(\lambda)$ et $I_2^\perp(\lambda)$. La somme de ces deux signaux correspond à la mesure d'un milieu décrit par la matrice $[M_{tot}] = [M_1] + [M_2]$, qui d'après (II.5.20) et (II.5.21) s'écrit:

$$[M_{tot}] = [M] \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{00} + m_{01} & 0 & 0 & 0 \\ m_{10} + m_{11} & 0 & 0 & 0 \\ m_{20} + m_{21} & 0 & 0 & 0 \\ m_{30} + m_{31} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.5.22})$$

Si maintenant les mesures sont réalisées avec un polarimètre à deux voies, c'est-à-dire que l'on mesure quatre intensités $I_1^\perp(\lambda)$, $I_1''(\lambda)$, $I_2^\perp(\lambda)$ et $I_2''(\lambda)$, alors la somme de ces quatre intensités est:

$$I_1^\perp(\lambda) + I_1''(\lambda) + I_2^\perp(\lambda) + I_2''(\lambda) = s(\lambda) \cdot f(\lambda) \quad (\text{II.5.23})$$

avec

$$64f(\lambda) = 32m_{00} + 32m_{01} \quad (\text{II.5.24})$$

ce qui permet donc de remonter à $s(\lambda)$.

La démonstration expérimentale de cette procédure a été réalisée. Nous avons formé un milieu d'étude dichroïque qui présente des multiples réflexions, en plaçant la lame de quartz étudiée dans le paragraphe 2.2.1 de ce chapitre devant un polariseur linéaire orienté à 30° . La matrice de Mueller de ce milieu est donc le produit de la matrice de Mueller d'un polariseur linéaire à 30° par la matrice de Mueller d'un biréfringent circulaire de retard 24° . Les normes de Frobenius ont été calculées avec et sans correction par le signal $s(\lambda)$ obtenu par la procédure

décrite juste avant, qui utilise une lame quart d'onde et un polariseur linéaire. La valeur de la norme de Frobenius est 0.205 sans correction et 0.044 avec correction, ce qui prouve son efficacité.

Nous avons montré qu'il est aussi possible de réaliser la correction dans le cas où le milieu est dichroïque. Cependant, cela nécessite de réaliser une procédure de "pré-calibration" utilisant une lame quart d'onde et un polariseur linéaire pour déterminer le signal $s(\lambda)$ dans les conditions de l'expérience. Le signal $s(\lambda)$ ne peut donc pas être corrigé en temps réel. Si le signal n'évolue pas pendant la durée de l'expérience, alors l'étape de pré-calibration est suffisante pour effectuer une correction efficace. Si le signal $s(\lambda)$ évolue pendant la mesure, la correction ne sera plus efficace et la précision de la mesure peut être fortement altérée.

5.3- Conclusions

Cette partie visait à proposer deux pistes pour l'optimisation de la configuration expérimentale du polarimètre instantané, sans changer la résolution du système de détection. Il est évident que l'augmentation de cette dernière ne ferait qu'améliorer la précision de l'instrument.

La première piste d'optimisation est liée au choix de la configuration d'épaisseur pour les lames de codage et décodage. En effet, plusieurs configurations permettent de remonter à une matrice de Mueller complète. Parmi toutes les configurations, les plus performantes sont celles qui sont le moins sensibles au bruit expérimental. Cette sensibilité provient de la diversité des relations entre les pics de Fourier et les coefficients de Mueller générées par telle ou telle configuration d'épaisseur. Le critère utilisé pour juger de la performance des différentes configurations est le critère EWV . Il a permis de mettre en évidence la nécessité de tenir compte de la fréquence de coupure du détecteur lors du choix d'une configuration, et a montré que, à la fréquence de coupure correspondant à notre situation expérimentale, deux configurations particulières, à savoir $(3e, 2e, e, 8e)$ et $(e, 4e, 2e, 9e)$, garantissent une meilleure immunité au bruit que celle actuellement développée $(e, e, 5e, 5e)$. Il est donc souhaitable d'évoluer vers l'une ou l'autre de ces configurations.

La deuxième piste d'optimisation consiste à utiliser un prisme de Wollaston à la place d'un polariseur linéaire dans le système d'analyse en polarisation (PSA). Cela permet en effet de mesurer simultanément deux signaux $I''(\lambda)$ et $I^\perp(\lambda)$, ce qui fournit des équations supplémentaires (surdétermination du système). Nous avons montré que cette surdétermination entraîne la réduction de la sensibilité aux erreurs aléatoires et systématiques, et donc une meilleure précision. De plus, l'instrument permet de mesurer de manière instantanée, pour un milieu non dichroïque, le signal $s(\lambda)$ associé au système source+ fibre+détecteur et aux possibles interférences produites par des réflexions multiples dans le milieu. Pour un milieu dichroïque, une étape de pré-calibration est nécessaire et a été définie. Dans ce cas, la précision du polarimètre à deux voies n'est garantie que dans le cas où le signal $s(\lambda)$ n'évolue pas pendant la mesure. La modification du montage expérimental vers le polarimètre à deux voies est intéressante car elle ne modifie pas lourdement le dispositif (pas d'éléments supplémentaires dans le montage), ce qui maintient sa simplicité et sa compacité. Etant donné les avantages affichés, le passage au polarimètre à deux voies de détection est donc à envisager.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons prouvé la faisabilité théorique et expérimentale d'un polarimètre de Mueller instantané par codage en longueur d'onde. L'étalonnage de l'instrument étant réalisé à partir d'un modèle, il a fallu lister les sources d'erreur systématique. Celles-ci sont essentiellement liées aux lames de calcite utilisées pour le codage et le décodage de la polarisation (erreurs d'alignements, erreurs d'épaisseurs), au système de détection (fonction réponse, enveloppe, fenêtrage) et au milieu d'étude (réponse non-uniforme en longueur d'onde). Nous avons développé des méthodes pour s'en affranchir, les étapes de correction étant réalisées à partir de milieux connus (vide et lame demi-onde). L'instrument permet ainsi de mesurer des matrices de Mueller à la longueur d'onde $829nm$ à partir d'un seul signal $I(\lambda)$, dont le temps d'acquisition se situe aux alentours de la microseconde, avec une précision inférieure à 0.03 sur ses coefficients normalisés par m_{00} (lorsque le bruit aléatoire est réduit en accumulant 100 fois le signal). La stabilité de l'instrument dans le temps a également été évaluée. Nous avons constaté une forte dérive temporelle à cause des fluctuations de température de l'environnement. Pour atténuer cette dérive, il a fallu stabiliser la température de l'environnement pour ne pas varier de $\pm 0.5^{\circ}C$, et adopter une méthode de correction de la dérive, nécessitant l'utilisation de deux capteurs de température de résolution $0,01^{\circ}C$. Finalement, deux pistes théoriques d'optimisation de la configuration ont été envisagées. Il s'agit d'une part du choix d'une configuration d'épaisseur optimale, comme par exemple $(3e, 2e, e, 8e)$ ou $(e, 4e, 2e, 9e)$, qui garantit une plus forte immunité face à la propagation du bruit de mesure que la configuration actuelle $(e, e, 5e, 5e)$. D'autre part, un polarimètre à deux voies de détection (générées par un prisme de Wollaston) permettrait d'augmenter la précision et la facilité d'étalonnage de l'instrument, tout en gardant le caractère instantané de la technique, en tout cas pour des milieux non dichroïques.

Chapitre III

Application de la polarimétrie de Mueller instantanée à la
caractérisation de cristaux liquides ferroélectriques

Introduction

Nous souhaitons évaluer la potentialité du polarimètre de Mueller instantané à caractériser des dynamiques rapides, plus précisément à des échelles de temps peu explorées en polarimétrie de Mueller. Notre choix d'échantillon d'étude s'est donc porté sur les cristaux liquides ferroélectriques, qui possèdent des temps de commutation de l'ordre de $100\mu s$. Par ailleurs, les défauts présents dans les dispositifs utilisant ce type de matériau nous ont poussés à évaluer dans le même temps l'apport de la matrice de Mueller pour leur caractérisation statique et dynamique. En effet, la matrice de Mueller se distingue des autres techniques de caractérisation optique car elle n'est pas simplement basée sur des mesures d'intensités lumineuses, mais contient toute l'information polarimétrique de l'échantillon.

Dans la partie 1 de ce chapitre, nous présentons brièvement quelques généralités sur les cristaux liquides, et décrivons les phases nématiques et smectiques.

La partie 2 traite des cristaux liquides ferroélectriques en phase smectique, et plus particulièrement du dispositif SSFLC (Surface Stabilized Ferroelectric Liquid Crystal) dans la géométrie bookshelf. Nous y décrivons les interactions à prendre en compte à l'échelle de la molécule de cristal liquide. La minimisation de l'énergie totale du système mène à des répartitions particulières des molécules dans l'espace, que nous évaluons à l'équilibre et pendant les transitions entre états d'équilibres. Nous discutons aussi des propriétés optiques associées au dispositif dans le modèle simple uniforme. Nous terminons par évoquer les moyens optiques de caractérisation de ces dispositifs utilisés jusqu'à présent.

La partie 3 est destinée à faire le lien entre les paramètres issus d'une matrice de Mueller expérimentale et la distribution des molécules de cristal liquide dans une cellule SSFLC.

Dans la partie 4, les premiers résultats expérimentaux (pour une position sur la cellule) sont présentés et discutés. Les différences observées avec le modèle bookshelf/uniforme conduisent à la considération de la structure en chevrons des couches smectiques.

Pour obtenir une caractérisation globale de l'échantillon, une procédure d'obtention d'une image (1cmX1cm) est développée dans la partie 5. Le codage des images en paramètres polarimétriques permet de visualiser des différences de structures dans la cellule.

La partie 6 étudie expérimentalement le comportement dynamique des molécules de cristal liquide à la transition "up" / "down", dans différentes zones de la cellule. Les différences de comportements dynamiques sont reliées aux différences de structures observées en caractérisation statique.

Finalement nous présentons dans la partie 7 les résultats statiques et dynamiques obtenus pour une cellule de cristal liquide ferroélectrique stabilisée par polymère (PSFLC). Ces résultats sont comparés à ceux obtenus pour un cristal liquide ferroélectrique pur.

1- Les cristaux liquides

1.1- Généralités

La matière se présente essentiellement sous trois états (ou phases) : solide, liquide et gazeuse. Ces états sont liés à des propriétés de symétrie bien particulières. L'état solide est la phase la plus ordonnée: les atomes/ions/molécules sont positionnés aux nœuds d'un réseau périodique tridimensionnel, avec des corrélations de positions à longue portée. Selon la forme du réseau cristallin, l'état solide peut être anisotrope et donc présenter des propriétés optiques telles la biréfringence. Les états liquide et gazeux sont, quant à eux, bien plus désordonnés, avec des longueurs de corrélation de position beaucoup plus courtes. En particulier, l'état liquide est doté d'une propriété mécanique propre qui est la fluidité, c'est-à-dire la possibilité d'écoulement. Des transitions de phase existent entre les différents états et dépendent de la pression et de la température.

Au $XIX^{ème}$ siècle, une phase tout à fait particulière, présentant à la fois des propriétés propres aux solides (biréfringence) et aux liquides (fluidité) a été découverte. Elle a été dénommée phase "cristal liquide". Les cristaux liquides possèdent en effet des corrélations de positions et d'orientations à longue portée mais aussi du désordre dans au moins une direction de l'espace. Pour ces matériaux, il n'existe pas une seule transition de phase entre l'état solide et l'état liquide mais une succession de transitions, la phase cristal liquide étant stable sur une gamme de température donnée. Les cristaux liquides ont naturellement été qualifiés de "mésophases" (phases intermédiaires) [III.1, III.2]. Les propriétés mécaniques des solides (anisotropies mécanique, diélectrique, optique), associées à la possibilité de basculement facile des axes d'anisotropie dû au caractère fluide, font des cristaux liquides des matériaux particulièrement attractifs, en particulier pour les systèmes d'affichage et les modulateurs spatiaux de lumière.

Pour la plupart, les cristaux liquides sont dits "thermotropes", car l'existence de cette phase ne dépend que de la température. Ce sont des molécules à faible masse moléculaire. On note simplement qu'existent aussi des cristaux liquides dits "lyotropes", dont les changements d'états sont contrôlés par la concentration du composé dans un solvant. Au sein de la famille des thermotropes, qui focalise notre attention, on distingue plusieurs phases cristal liquide: les nématiques, les smectiques et les colonnaires. La géométrie des molécules conditionne l'existence de telle ou telle phase (Figure III.1). Les molécules de cristal liquide sont composées d'un corps rigide formé de cycles aromatiques et de parties flexibles aux extrémités, constituées de chaînes hydrocarbonées et/ou de groupes à moment dipolaire élevé. Les molécules dites "calamitiques" ont une forme allongée en "bâtonnet" et vont avoir tendance à former des phases nématiques et smectiques, alors que les molécules "discotiques" ont une forme de disque et génèrent plutôt des phases nématiques et colonnaires.

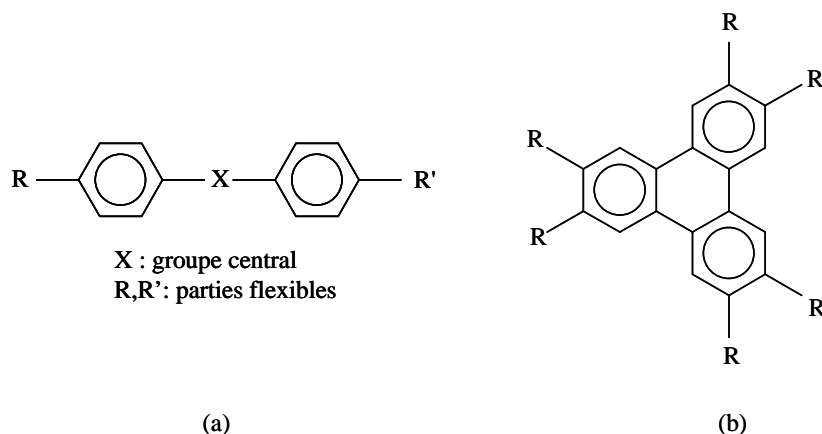


Figure III.1: Représentation schématique des molécules calamitiques (a) et discotiques (b).

1.2- Différents types de cristaux liquides

Le lecteur pourra se référer à [III.3] pour avoir une vision complète des diverses phases cristal liquide découvertes jusqu'à aujourd'hui. Dans la suite, nous ne nous intéressons qu'aux molécules calamitiques, modélisées par des bâtonnets, et nous détaillons la phase nématique puis surtout la phase smectique, qui est celle qui sera étudiée par la suite.

1.2.1- Les nématiques

La phase nématique se caractérise par une organisation des molécules ayant un ordre d'orientation mais pas d'ordre de position (Figure III.2). En effet, les molécules ont tendance à s'aligner parallèlement entre elles et selon une direction moyenne représentée par un vecteur \vec{n} , appelé directeur, mais leurs centres de gravité sont repartis aléatoirement dans l'espace, comme dans un liquide.

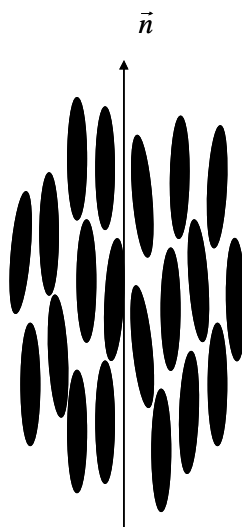


Figure III.2: Organisation des molécules dans la phase nématique.

Cette phase est caractérisée par le groupe de symétrie $D_{\infty h}$ [III.3]. Les cristaux liquides nématiques agissent optiquement comme un milieu uniaxe, avec l'axe optique orienté suivant le directeur. L'application d'un champ électrique sur un cristal liquide nématique va générer une polarisation induite dans le milieu. Ce dernier étant très anisotrope, les molécules vont avoir tendance à s'orienter soit dans la direction du champ électrique (anisotropie positive), soit perpendiculairement à la direction du champ électrique (anisotropie négative). On peut donc contrôler électriquement la direction des molécules et donc la direction de l'axe optique, ce qui permet une maîtrise de la biréfringence engendrée par le milieu. Cette modulation de la biréfringence est à la base des dispositifs d'affichage (modulation d'intensité quand la cellule est placée entre polariseurs croisés). Typiquement, pour choisir l'orientation préférentielle des molécules, le cristal liquide est placé dans une cellule où ont été déposées des électrodes, puis une couche d'alignement donne la direction souhaitée d'orientation (Figure III.3). L'orientation finale des molécules résulte de la compétition entre la force élastique qui tend à aligner les molécules parallèlement les unes aux autres, et selon la direction imposée aux surfaces, et la force électrique qui tend à les aligner dans une autre direction [III.4]. Le temps de réponse de ce type de cellule est de l'ordre de la dizaine de *ms* et elle ne présente pas d'effet mémoire (retour des molécules à leur position initiale quand le champ électrique est coupé).

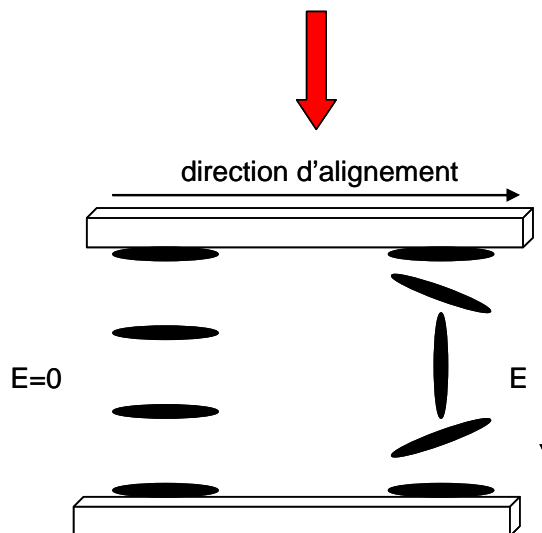


Figure III.3: Application d'un champ électrique sur une cellule de cristal liquide nématique.

Dans la pratique, ce sont surtout des dispositifs à base de cristaux liquides nématiques twistés (ancrage différent sur les deux surfaces) qui sont utilisés dans les systèmes d'affichage, car ils possèdent une plus forte acceptance angulaire.

1.2.2- Les smectiques

Dans la phase smectique, l'ordre d'orientation de la phase nématique se superpose à un ordre de position: les centres de gravité des molécules sont situés dans des plans parallèles et équidistants. Les molécules sont donc organisées en couches, motif qui se répète dans une direction de l'espace (Figure III.4). Dans le plan des couches, il n'existe aucun ordre de position ce qui engendre le caractère fluide et permet aux couches de glisser les unes sur les autres. On distingue plusieurs familles de mésophases smectiques dont:

- les smectiques A (grand axe des molécules parallèle à la normale aux couches)
- les smectiques C (grand axe des molécules incliné par rapport à la normale aux couches)

1.2.2.1- Les smectiques A

Dans la phase smectique A, les molécules sont organisées comme représenté sur la Figure III.4, avec leur grand axe selon la direction de la normale aux couches. La distance entre les couches est de l'ordre de la taille des molécules, notée d_A , typiquement de l'ordre de 2 à 4 nm. La symétrie de cette phase est D_∞ et le milieu est optiquement uniaxe, avec l'axe optique orienté selon le directeur \vec{n} . Lorsque les molécules sont chirales, la phase est notée A* et présente un effet électro-optique intéressant, appelé effet électroclinique. L'application d'un champ électrique dans le plan des couches a pour effet d'incliner les molécules d'un angle θ par rapport à la normale aux couches. L'effet $\theta = f(E)$ est linéaire et la relaxation est très rapide ($\sim \mu s$). Malheureusement, les valeurs de l'angle θ sont faibles (quelques $^\circ$), ce qui est moins intéressant en termes de modulation, et l'effet n'est sensible qu'avec des champs relativement forts (plusieurs dizaines de $V/\mu m$).

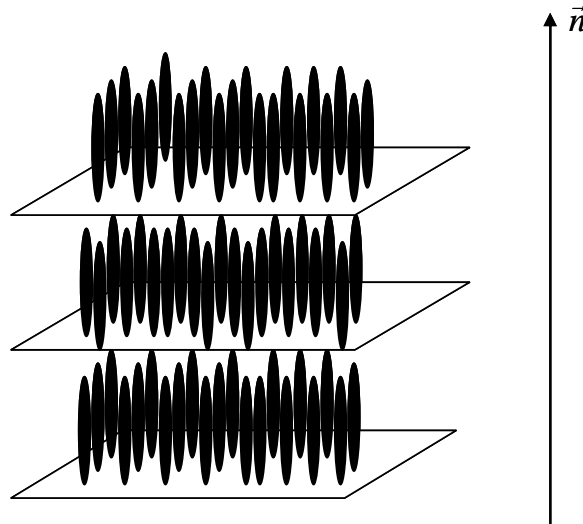


Figure III.4: Organisation des molécules dans la phase smectique A.

1.2.2.2- Les smectiques C

Dans la phase smectique C, le grand axe des molécules est incliné par rapport à la normale aux couches d'un angle θ , appelé angle de tilt, qui ne dépend que de la température (Figure III.5).

Cette inclinaison des couches entraîne une compression de ces dernières, la distance entre les couches devenant $d_C = d_A \cos \theta$. Dans cette phase, le grand axe des molécules est contraint à se déplacer sur un cône, appelé cône smectique, dont le demi-angle est égal à θ . La symétrie de cette phase est C_{2h} et le milieu est optiquement considéré comme uniaxe (axe optique selon \vec{n}).

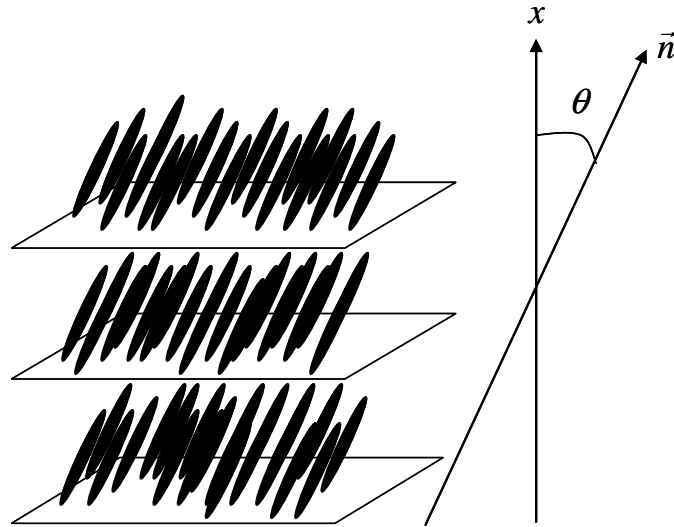


Figure III.5: Organisation des molécules dans la phase smectique C.

Lorsque les molécules constituant la phase smectique sont chirales (on parle alors de phase smectique C^*), leur orientation moyenne varie d'une couche à l'autre selon un enroulement hélicoïdal. Le directeur précesse sur le cône smectique comme représenté sur la Figure III.6.

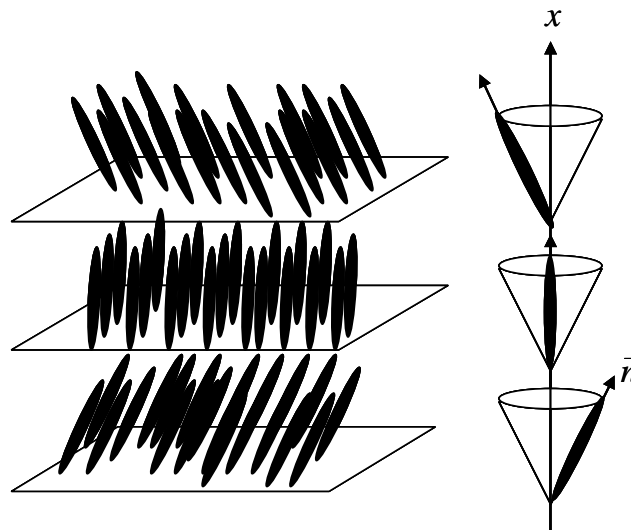


Figure III.6: Organisation des molécules dans la phase smectique C^* .

Dans le cas des smectiques C^* , le groupe de symétrie devient C_2 , ce qui permet au milieu, comme nous allons le voir, de posséder une polarisation spontanée, et donc d'être ferroélectrique.

2- Les cristaux liquides smectiques ferroélectriques

2.1- Polarisation spontanée

Une phase est dite ferroélectrique lorsqu'elle possède une densité moyenne de moment dipolaire électrique non nulle. Bien que les molécules de cristal liquide possèdent très souvent des dipôles électriques permanents, la densité moyenne de moment dipolaire (ou vecteur polarisation \vec{P}) est nulle sur la globalité de l'échantillon, en raison des opérations de symétrie. On attribue à *Meyer* [III.5] la découverte des cristaux liquides ferroélectriques. Ce dernier avait en effet postulé théoriquement l'existence d'une mésophase ferroélectrique, puis, en collaboration avec des chimistes français, a réalisé le premier composé : le DOBAMBC. Le postulat de *Meyer* se base sur des notions de symétrie et en particulier sur le principe de Neumann, qui stipule qu'une propriété physique (polarisation spontanée ici) doit avoir au moins la symétrie de la phase. En particulier, toutes les phases qui sont invariantes par une opération de symétrie qui transforme la polarisation \vec{P} en $-\vec{P}$ (comme l'inversion par exemple) ne peuvent pas présenter de polarisation spontanée. C'est le cas pour les phases ayant les symétries D_∞ (nématique et smectique A) et C_{2h} (smectique C). Par contre, la phase smectique C* possède uniquement la symétrie C_2 qui est une symétrie de rotation d'angle π par rapport à un axe (Figure III.7).

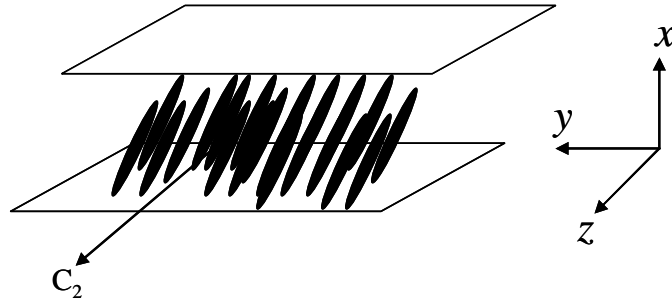


Figure III.7: Représentation de l'axe de symétrie C_2 pour une couche smectique dans la phase C*.

L'axe C_2 se situe dans le plan des couches smectiques (selon z). Si la molécule chirale comporte des dipôles électriques dans les trois directions (x, y, z), alors l'opération de symétrie C_2 appliquée au vecteur polarisation \vec{P} donne :

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} \xrightarrow{C_2} \begin{bmatrix} -P_x \\ -P_y \\ P_z \end{bmatrix}$$

On a donc forcément $P_x = P_y = 0$ et donc la polarisation spontanée P_s est selon z (direction de l'axe C_2). A noter que pour avoir la possibilité de la présence d'une polarisation spontanée, la molécule doit être dotée d'un moment dipolaire permanent transverse. Plus généralement, la polarisation spontanée est liée aux molécules et est perpendiculaire à ces dernières. Cependant, dans la phase C*, l'inclinaison des molécules varie d'une couche à l'autre dû à l'enroulement hélicoïdal, ce qui implique une variation de l'orientation de l'axe de symétrie C_2 , et donc de la polarisation spontanée. Pour un échantillon volumique épais, le directeur fait plusieurs fois le

tour du cône, ce qui entraîne l'annulation de la polarisation spontanée macroscopique. La phase smectique C^* n'est donc que localement ferroélectrique, à l'échelle de la couche. Il faut trouver un système capable de détruire cette hélice pour qu'une polarisation spontanée persiste dans le volume en l'absence de champ électrique.

2.2- Le dispositif SSFLC (Surface-Stabilized Ferroelectric Liquid Crystal)

2.2.1- Principe

Clark et Lagerwall [III.6] ont imaginé et réalisé un dispositif permettant de dérouler l'hélice, afin de rendre la structure homogène et obtenir un état uniforme possédant une polarisation spontanée macroscopique en l'absence de champ électrique. Il s'agit de confiner le cristal liquide entre deux plaques de verre sur lesquelles on impose un ancrage des molécules de manière rigide. Si l'ancrage des molécules contraint le grand axe de ces dernières à être dans le plan de la cellule (ancrage planaire), et si la distance entre les deux plaques est inférieure au pas de l'hélice, cette dernière ne peut plus exister. L'effet d'alignement aux surfaces s'étend ainsi à tout le volume, d'où l'appellation Surface-Stabilized. En pratique, on dépose sur les plaques de verre des électrodes transparentes qui permettront l'application d'un champ électrique, puis un traitement de surface approprié (utilisation de polymères d'alignement en général) impose une direction privilégiée aux molécules de cristal liquide au niveau des surfaces. Dans le cas d'un ancrage planaire, les couches smectiques se positionnent idéalement perpendiculairement aux surfaces, et on parle de géométrie "bookshelf". La contrainte intrinsèque de la phase C^* impose aux molécules d'être sur le cône smectique. De plus, l'ancrage aux surfaces impose à ces dernières d'être dans un plan perpendiculaire aux couches smectiques (plan de la cellule). La réunion de ces deux contraintes entraîne l'existence de seulement deux positions stables pour le directeur, qui correspondent aux deux positions d'intersection du cône smectique avec le plan perpendiculaire aux couches.

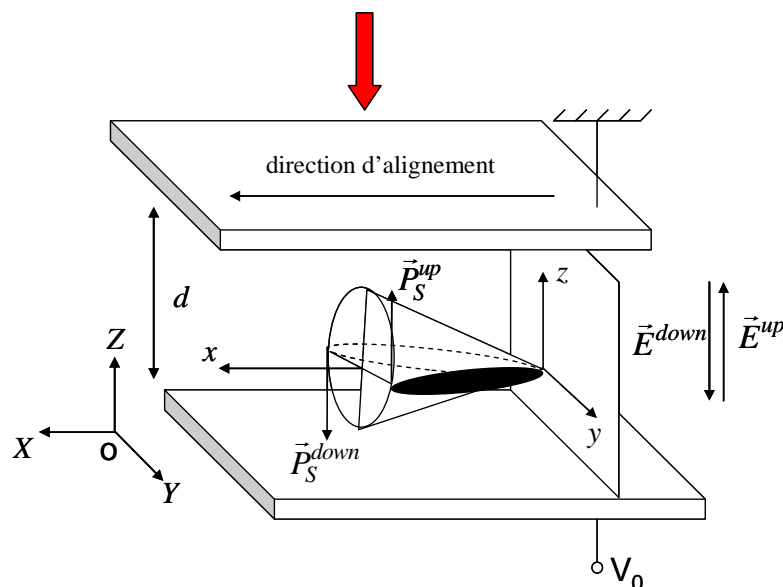


Figure III.8: Schéma d'un dispositif SSFLC avec ancrage planaire aux surfaces, en géométrie bookshelf.

La polarisation spontanée, qui est tangente au cône smectique, peut prendre deux orientations "up" et "down" (Figure III.8). L'application d'un champ électrique perpendiculaire aux plaques va avoir tendance à aligner la polarisation spontanée parallèlement à celui-ci. On peut donc passer d'un état "up" à "down", qui correspond à une orientation des molécules à $\pm\theta$ de la direction d'alignement. L'état "up" ("down") correspond à une polarisation spontanée orientée vers les Z positifs (négatifs), et donc l'application d'un potentiel $V_0 > 0$ ($V_0 < 0$).

2.2.2- Description

Les molécules de cristal liquide ne pouvant se déplacer que sur un cône de demi-angle θ , il est judicieux de définir un repère (x,y,z) lié à ce dernier. La position du directeur sur le cône est repérée par l'angle azimutal ϕ . La polarisation spontanée \vec{P}_s est perpendiculaire au vecteur \vec{c} , qui représente la position du directeur sur le cône (Figure III.9), et le champ électrique est appliqué selon Z. L'angle ϕ représente donc l'angle entre la polarisation spontanée et le champ électrique (en structure bookshelf). Le vecteur directeur \vec{n} et la polarisation spontanée \vec{P}_s s'écrivent dans le repère du cône (x,y,z) , qui est identique au repère du laboratoire (X,Y,Z) dans le cas d'une géométrie bookshelf:

$$\vec{n}(X,Y,Z) = \vec{n}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \end{pmatrix} \quad (\text{III.2.1})$$

$$\vec{P}_s(x,y,z) = P_s(0, -\sin \phi, \cos \phi) \quad (\text{III.2.2})$$

Les positions "up" et "down", qui correspondent respectivement à des polarisations spontanées alignées sur les champs électriques \vec{E}^{up} et \vec{E}^{down} , correspondent donc à des angles azimutaux égaux respectivement à 0 et π . On définit également deux angles, notés θ_{in} et θ_{off} , qui sont respectivement l'angle entre la projection du directeur dans le plan de la cellule et la direction d'alignement, et l'angle entre le directeur et le plan de la cellule. On peut ainsi écrire les coordonnées du directeur dans le repère (X,Y,Z) du laboratoire:

$$\vec{n}(X,Y,Z) = \vec{n}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \cos \theta_{in} \cos \theta_{off} \\ \sin \theta_{in} \cos \theta_{off} \\ \sin \theta_{off} \end{pmatrix} \quad (\text{III.2.3})$$

Les angles θ_{in} et θ_{off} sont donc reliés aux grandeurs ϕ et θ par les relations:

$$\theta_{in} = \tan^{-1} [\tan \theta \cos \phi] \quad (\text{III.2.4})$$

$$\theta_{off} = \sin^{-1} [\sin \theta \sin \phi] \quad (\text{III.2.5})$$

La représentation des molécules dans le repère du cône et le repère du laboratoire est donnée sur la Figure III.9:

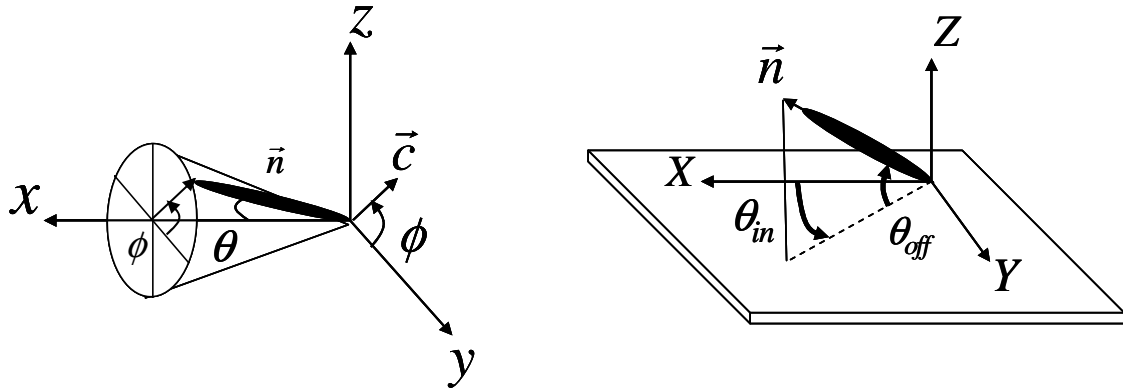


Figure III.9: Représentation de la molécule dans le repère (x,y,z) associé au cône et dans le repère (X,Y,Z) du laboratoire.

2.2.3- Caractéristiques électro-optiques

La forme allongée des molécules de cristal liquide leur confère une anisotropie diélectrique (dont le tenseur est représenté en (III.2.13)) et donc une anisotropie optique, l'axe optique étant orienté selon le grand axe des molécules (directeur \vec{n}). Une lumière polarisée suivant l'axe optique est sensible à l'indice extraordinaire n_e et une lumière polarisée perpendiculairement à l'axe optique est sensible à l'indice ordinaire n_o . Grâce à l'ellipsoïde des indices, nous pouvons déterminer la biréfringence effective vue par une lumière incidente, qui dépend de l'orientation de son vecteur d'onde par rapport au directeur selon la relation:

$$\Delta n(\chi) = n_e(\chi) - n_o \quad \text{avec} \quad n_e(\chi) = \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_o^2 \cos^2(\chi) + n_e^2 \sin^2(\chi)}} \quad (\text{III.2.6})$$

où χ est l'angle complémentaire de l'angle entre le vecteur d'onde incident \vec{k} et le directeur \vec{n} (Figure III.10).

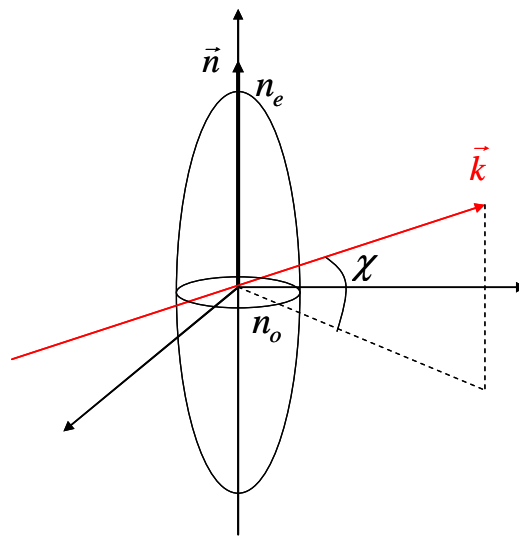


Figure III.10: Représentation de l'action du cristal liquide par l'ellipsoïde des indices.

La biréfringence effective du milieu varie donc en fonction de l'orientation du directeur. En supposant un alignement uniforme des molécules de cristal liquide selon l'épaisseur d de la cellule SSFLC, le champ électrique incident subit un déphasage:

$$\varphi(\chi) = \frac{2\pi\Delta n(\chi)d}{\lambda_0} \quad (\text{III.2.7})$$

Dans l'hypothèse d'un alignement uniforme, d'une structure bookshelf et en incidence normale, un dispositif SSFLC en orientation planaire ($\chi = \theta_{\text{off}} = 0$) agit donc comme une lame de phase de retard φ dont on peut contrôler la direction de l'axe optique, repérée par l'angle θ_{in} , qui peut prendre deux valeurs $\pm\theta$. La cellule étant placée entre polariseurs croisés, l'intensité lumineuse à la sortie du système s'écrit dans le cas où le polariseur d'entrée est orienté selon la direction d'alignement des molécules:

$$I = I_0 \sin^2(2\theta_{\text{in}}) \sin^2\left(\frac{\pi\Delta n(\theta_{\text{off}})d}{\lambda_0}\right) \quad (\text{III.2.8})$$

Ce type de cellule, placée correctement entre polariseurs croisés, permet de faire de la modulation d'intensité tout ou rien, le contraste maximal étant obtenu pour une cellule présentant un déphasage de 180° (lame demi-onde) et un angle du cône $\theta=22,5^\circ$. L'intérêt de ce type de dispositif est la possibilité de passer d'un état passant à un état bloquant en un temps très court ($\sim 10 - 100\mu\text{s}$) et la bistabilité, c'est-à-dire l'obtention d'un état mémoire (sans champ) identique à l'état saturé (champ fort). On comprend donc tout l'intérêt d'utiliser ces dispositifs dans les systèmes d'affichage ou de modulation spatiale de lumière. Cependant, les défauts présents dans ce type de cellules rendent leurs performances réelles un peu éloignées du cas idéal.

Nous avons vu le principe de base d'un dispositif SSFLC: il s'agit d'une configuration où le cristal liquide, en phase C*, est confiné dans une faible épaisseur avec un ancrage planaire des molécules à la surface. Cette configuration génère un système bistable (deux orientations possibles du directeur) dont le temps de commutation est très rapide. Cependant, cette vision assez simpliste, qui est une première approximation des caractéristiques de la cellule, ne décrit pas exactement la réalité physique du comportement des molécules. Nous envisageons dans le paragraphe suivant une description plus générale des phénomènes intervenant dans une cellule SSFLC.

2.3- Distribution des molécules dans une cellule SSFLC

Dans cette partie, nous décrivons de manière mathématique les différentes interactions qui régissent l'orientation des molécules de cristal liquide dans une cellule SSFLC, dans le cas le plus général. Plusieurs auteurs ont travaillé sur la modélisation de la distribution moléculaire dans les SSFLC [III.7-13]. Nous reprenons en partie ces études en s'adaptant au cadre de la notre. Nous effectuerons ensuite quelques approximations, puis, après avoir reconsidéré rapidement le cas du modèle uniforme, nous visualiserons quelques distributions dans le cas du modèle non-uniforme à une dimension. Dans cette partie, la géométrie des couches dans la cellule est considérée en bookshelf.

2.3.1- Interactions dans une cellule SSFLC

Les forces auxquelles sont soumises les molécules de cristal liquide dans une cellule SSFLC sont au nombre de trois: les forces élastiques, les forces électriques et les forces de surface. Nous traitons ces trois types d'interaction en termes de description énergétique. La minimisation de l'énergie totale du système permet ainsi de déterminer la distribution des molécules à l'équilibre, et pendant la transition entre deux états stables.

2.3.1.1- Energie élastique

Cette énergie caractérise les différentes contraintes de confinement volumique auxquelles sont soumises les molécules. Dans le cas le plus général, la densité volumique d'énergie libre élastique résulte de la contribution de plusieurs effets [III.7]:

$$f_{elast} = f_c + f_s + f_{cs} + f_* \quad (\text{III.2.9})$$

où f_c est associée aux déformations du directeur, f_s aux déformations des couches smectiques, f_{cs} aux déformations couplées du directeur et des couches smectiques. Le terme f_* est associé à la chiralité du milieu. L'expression générale des différentes contributions est bien décrite dans [III.7, III.14]. Nous considérons pour simplifier uniquement le terme associé aux déformations du directeur, l'énergie élastique pouvant donc être décrite par le terme d'Oseen-Frank [III.2]:

$$f_{elast} = \frac{1}{2} K_1 (\text{div}(\vec{n}))^2 + \frac{1}{2} K_2 (\vec{n} \cdot \vec{rot}(\vec{n}))^2 + \frac{1}{2} K_3 (\vec{n} \wedge \vec{rot}(\vec{n}))^2 \quad (\text{III.2.10})$$

où K_1 , K_2 , K_3 sont les coefficients élastiques associés respectivement aux déformations de base en "éventail", de "torsion" et de "flexion". Lorsque $K_1=K_2=K_3$, la densité d'énergie élastique devient:

$$f_{elast} = \frac{1}{2} K \sin^2 \theta \|\vec{grad}(\phi)\|^2 \quad (\text{III.2.11})$$

Dans ce cas, l'état d'énergie minimale est celui où les molécules sont parallèles entre elles dans les trois directions de l'espace.

2.3.1.2- Energie électrique

L'énergie électrique est liée à l'interaction entre les dipôles (permanents et induits) et le champ électrique extérieur, résultant de l'application d'une tension sur la cellule. Dans un cristal liquide ferroélectrique, le vecteur déplacement diélectrique s'écrit:

$$\vec{D} = \vec{D}_i + \vec{D}_0 = [\epsilon] \vec{E} + \vec{P}_s \quad (\text{III.2.12})$$

où \vec{D}_0 est le vecteur déplacement permanent (équivalent à la polarisation spontanée \vec{P}_s) et \vec{D}_i le vecteur déplacement induit par le champ électrique \vec{E} . Le milieu est en général considéré comme uniaxe et son tenseur diélectrique $[\epsilon]$ s'écrit dans le repère de la molécule (grand axe de la molécule selon la direction 3):

$$[\varepsilon] = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{//} \end{pmatrix} \quad (\text{III.2.13})$$

Le vecteur \vec{D} peut aussi s'écrire de la manière suivante:

$$\vec{D} = \varepsilon_{\perp} \vec{E}_{\perp} + \varepsilon_{//} \vec{E}_{//} + \vec{P}_s \quad (\text{III.2.14})$$

où \vec{E}_{\perp} est la composante du champ électrique dans le plan perpendiculaire au grand axe de la molécule (directeur \vec{n}) et $\vec{E}_{//}$ la composante du champ électrique selon \vec{n} , telles que $\vec{E} = \vec{E}_{\perp} + \vec{E}_{//}$. L'expression (III.2.14) est aussi équivalente à:

$$\vec{D} = \varepsilon_{\perp} \vec{E} + \Delta\varepsilon \vec{E}_{//} + \vec{P}_s \quad (\text{III.2.15})$$

où $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{//} - \varepsilon_{\perp}$ est l'anisotropie diélectrique. Cette expression s'écrit de manière générale:

$$\vec{D} = \varepsilon_{\perp} \vec{E} + \Delta\varepsilon (\vec{n} \cdot \vec{E}) \vec{n} + \vec{P}_s \quad (\text{III.2.16})$$

La densité volumique d'énergie libre électrique est (cf Annexe 7):

$$f_{elec} = \frac{1}{2} \vec{D}_i \cdot \vec{E} + \vec{D}_0 \cdot \vec{E} = \frac{\varepsilon_{\perp}}{2} E^2 + \frac{\Delta\varepsilon}{2} (\vec{n} \cdot \vec{E})^2 + \vec{P}_s \cdot \vec{E} \quad (\text{III.2.17})$$

Le premier terme de (III.2.17) représente l'énergie électromagnétique dans laquelle est plongée la molécule. Le deuxième terme représente le couplage nématique qui tend à aligner la molécule de cristal liquide avec le champ électrique ou perpendiculairement à ce dernier, selon le signe de l'anisotropie. Le dernier terme représente le couplage ferroélectrique entre la polarisation spontanée et le champ électrique. Ce couplage tend à aligner la polarisation spontanée avec le champ électrique (et donc la molécule perpendiculairement à ce dernier).

2.3.1.3- Energie de surface

L'énergie de surface (ou d'ancrage) résulte de l'interaction entre le polymère d'alignement et les molécules à la surface. Selon la nature du polymère, les molécules s'orientent dans une direction particulière à la surface. La densité volumique d'énergie libre de surface s'écrit [III.7, III.8]:

$$f_{surf} = -\gamma_{inp} \cos^2 \theta_{off} - \gamma_{lp} \cos \theta_{off} - \gamma_2 \cos^2 \theta_{in} \quad (\text{III.2.18})$$

où γ_{inp} , γ_{lp} et γ_2 sont des coefficients représentant respectivement les forces d'ancrage non polaires, polaires et d'alignement. Les deux premiers termes de (III.2.18) tendent à orienter les molécules à la surface dans le plan de la cellule ($\phi=0$ ou $\phi=\pi$). La compétition entre le terme d'énergie non polaire et polaire définit la position stable à $\phi=0$ ou à $\phi=\pi$ aux surfaces. Le dernier terme de (III.2.18) tend à orienter les molécules à la surface selon la direction d'alignement.

2.3.1.4- Energie totale du système

L'énergie libre totale emmagasinée dans la cellule SSFLC s'écrit:

$$F = \iiint_{\tau} (f_{elast} + f_{elec}) d\tau + \iint_S f_{surf} dS + F_0(T) \quad (\text{III.2.19})$$

où T est la température du système. Cependant, la minimisation de l'énergie totale F suppose d'être à charge totale q constante sur les électrodes. En effet, d'après le premier principe de la thermodynamique, la variation élémentaire d'énergie libre électrique est:

$$dF_{elec} = Vdq \quad (\text{III.2.20})$$

Or, la contrainte appliquée à la cellule est une tension électrique donc cela suppose que c'est le potentiel V qui soit constant. La minimisation de l'énergie libre (III.2.19) ne conduirait donc pas aux situations d'équilibre recherchées. Il faut définir une autre fonction thermodynamique, que nous appelons G , telle que:

$$G = F - Vq = F_{elast} + F_{elec} + F_{surf} - Vq \quad (\text{III.2.21})$$

Ainsi, on considère l'énergie électrique modifiée $\tilde{F}_{elec} = F_{elec} - Vq$ dont la variation élémentaire est maintenant:

$$d\tilde{F}_{elec} = -qdV \quad (\text{III.2.22})$$

En utilisant le calcul détaillé en Annexe 7, on obtient:

$$\tilde{f}_{elec} = -f_{elec} \quad (\text{III.2.23})$$

où \tilde{f}_{elec} est la densité volumique d'énergie associée à \tilde{F}_{elec} . On peut donc écrire G de manière générale:

$$G(T, V) = F_{elast} + \tilde{F}_{elec} + F_{surf} + G_0(T) \quad (\text{III.2.24})$$

Dans le cas d'un potentiel fixé, qui est le cadre de notre étude, nous cherchons donc à minimiser la fonction G pour déterminer les positions d'équilibres dans la cellule SSFLC.

2.3.1.5- Minimisation de l'énergie: principe d'Euler-Lagrange

Nous avons vu que les molécules de cristal liquide dans une cellule SSFLC sont soumises à différentes sollicitations (élastique, électrique, surface). L'orientation des molécules dans la cellule, appelée distribution du directeur, peut donc être assez compliquée. Nous considérons dans cette étude un modèle à une dimension (variation selon la direction Z uniquement). Les molécules sont donc supposées être distribuées uniformément dans le plan (X, Y) de la cellule. La distribution des molécules selon l'épaisseur de la cellule, décrite par ϕ_Z , est en général non-uniforme.

La minimisation de l'énergie totale du système étant une étape assez délicate, il convient de faire quelques hypothèses simplificatrices. Nous considérons tout d'abord que les constantes élastiques qui décrivent les déformations de base sont égales ($K_1=K_2=K_3=K$). Dans un deuxième temps, nous négligeons le terme de couplage nématique de l'équation (III.2.17), qui est faible comparé au couplage ferroélectrique pour les champs appliqués ici. L'anisotropie du cristal liquide est négligée et nous prendrons $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_R$. Finalement, le polymère d'alignement utilisé favorisant une orientation planaire des molécules aux surfaces avec $\gamma_{1np} \gg \gamma_{1p}$, le terme polaire ainsi que le dernier terme de l'équation (III.2.18) sont négligés.

L'expression de la fonction G à potentiel fixé devient avec les approximations effectuées au dessus:

$$G - G_0(T) = S \int \left(\frac{1}{2} K \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right)^2 - \frac{1}{2} \epsilon \left(\frac{dV_{(z)}}{dZ} \right)^2 + P_s \cos \phi_{(z)} \left(\frac{dV_{(z)}}{dZ} \right) \right) dZ \quad (\text{III.2.25})$$

$$- S \gamma_{Imp} \left(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi_{(0)} \right) - S \gamma_{Imp} \left(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi_{(d)} \right)$$

où V est le potentiel scalaire associé au champ électrique tel que $\vec{E} = -\text{grad}(V)$ et S la surface de la cellule considérée. La minimisation de $G_{\left(Z, \phi, \frac{d\phi}{dz}, V, \frac{dV}{dz} \right)}$ conduit à un système d'Euler-Lagrange dont la démonstration est développée en Annexe 8:

$$\epsilon \left(\frac{d^2 V_{(z)}}{dZ^2} \right) + P_s \sin \phi_{(z)} \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right) = 0 \quad (\text{III.2.26.a})$$

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{d^2 \phi_{(z)}}{dZ^2} \right) + P_s \sin \phi_{(z)} \left(\frac{dV_{(z)}}{dZ} \right) = 0 \quad (\text{III.2.26.b})$$

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right) \Big|_{Z=0} - \gamma_{Imp} \sin^2 \theta \sin 2\phi_{(0)} = 0 \quad (\text{III.2.26.c})$$

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right) \Big|_{Z=d} + \gamma_{Imp} \sin^2 \theta \sin 2\phi_{(d)} = 0 \quad (\text{III.2.26.d})$$

L'équation (III.2.26.a) traduit l'équation de Poisson pour une distribution de charges donnée. L'équation (III.2.26.b) traduit l'égalité des couples élastiques et électriques à l'équilibre. Les équations (III.2.26.c) et (III.2.26.d) représentent l'équilibre entre les couples élastiques et ceux associés aux forces de surfaces, respectivement en $Z=0$ et en $Z=d$. Cependant, le système (III.2.26) ne fait pas apparaître la contrainte de potentiel fixe sur les électrodes. Pour cela, nous intégrons la relation (III.2.26.a):

$$\left(\frac{dV_{(z)}}{dZ} \right) = \frac{P_s}{\epsilon} \cos \phi_{(z)} + C \quad (\text{III.2.27})$$

L'expression (III.2.27) est une nouvelle fois intégrée et on obtient:

$$-V_0 = Cd + \int_0^d \frac{P_s}{\epsilon} \cos \phi_{(z)} dz \quad (\text{III.2.28})$$

où V_0 est le potentiel appliqué à la cellule. La constante C se déduit de (III.2.28):

$$C = \frac{1}{d} \left[-V_0 - \int_0^d \frac{P_s}{\epsilon} \cos \phi_{(z)} dz \right] \quad (\text{III.2.29})$$

Remarque: La constante C représente en fait, d'après (III.2.27), la partie constante du champ électrique, en l'absence de polarisation spontanée, et est donc égale à $C = \frac{-\sigma}{\epsilon}$. Elle est donc liée à la charge de surface sur les électrodes.

Lorsque les molécules se réorientent sous l'application d'un champ électrique, la présence d'une polarisation spontanée entraîne une modification de la répartition des charges sur les électrodes, et donc une variation du potentiel. La source d'énergie (générateur de tension) fournit donc plus ou moins d'énergie au système pour garder le potentiel constant à la valeur V_0 . Avec les expressions (III.2.27) et (III.2.29) on obtient:

$$\left(\frac{dV_{(z)}}{dZ} \right) = \frac{P_s}{\epsilon} \cos \phi_{(z)} + \frac{1}{d} \left[-V_0 - \int_0^d \frac{P_s}{\epsilon} \cos \phi_{(z)} dz \right] \quad (\text{III.2.30})$$

L'équation (III.2.30) sera utilisée à la place de (III.2.26.a) car elle fait apparaître la contrainte de potentiel constant sur les électrodes. Dans ce cas, la résolution du système (III.2.26) donne les distributions du directeur $\phi_{(z)}$ à l'équilibre.

Remarque : Dans le cas où on tient compte de la permittivité des couches d'alignement, et que celles-ci sont considérées comme isotrope, l'expression (III.2.30) se modifie de la manière suivante:

$$\left(\frac{dV_{(z)}}{dZ} \right) = \frac{P_s}{\epsilon} \cos \phi_{(z)} + \frac{1}{d(1+a)} \left[-V_0 - \int_0^d \frac{P_s}{\epsilon} \cos \phi_{(z)} dz \right] \quad \text{avec} \quad a = \frac{2b\epsilon}{d\epsilon_{al}} \quad (\text{III.2.31})$$

où ϵ_{al} est la permittivité des couches d'alignement et b l'épaisseur de chacune de ces couches. L'effet est un simple écrantage du champ électrique, que nous ne considérerons pas dans cette étude.

2.3.1.6- *Evolution dynamique de la distribution*

Nous pouvons évaluer le comportement dynamique des molécules entre deux positions d'équilibre stables. Nous introduisons un terme $\eta^{\phi,vol}$ décrivant la viscosité rotationnelle des molécules dans le volume de la cellule et un terme $\eta^{\phi,surf}$ décrivant la viscosité rotationnelle des molécules à la surface de la cellule. Nous réécrivons les équations (III.2.26.b), (III.2.26.c) et (III.2.26.d) de manière à ce que les couples ne soient plus à l'équilibre, mais gouvernent le mouvement des molécules jusqu'à une position d'équilibre stable. Nous obtenons donc le système:

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{\partial^2 \phi_{(z,t)}}{\partial Z^2} \right) + P_s \sin \phi_{(z)} \left(\frac{\partial V_{(z,t)}}{\partial Z} \right) = \eta^{\phi,vol} \frac{\partial \phi_{(z,t)}}{\partial t} \quad (\text{III.2.32.a})$$

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \phi_{(z,t)}}{\partial Z} \right) \Big|_{Z=0} - \gamma_{Imp} \sin^2 \theta \sin 2\phi_{(0,t)} = \eta^{\phi,surf} \frac{\partial \phi_{(0,t)}}{\partial t} \quad (\text{III.2.32.b})$$

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \phi_{(z,t)}}{\partial Z} \right) \Big|_{Z=d} + \gamma_{Imp} \sin^2 \theta \sin 2\phi_{(d,t)} = \eta^{\phi,surf} \frac{\partial \phi_{(d,t)}}{\partial t} \quad (\text{III.2.32.c})$$

La résolution de ce système donne les distributions $\phi_{(z,t)}$ en fonction du temps.

2.3.1.7- Conclusions

Dans cette partie, nous avons décrit de manière mathématique les différentes interactions dans une cellule SSFLC. Nous pouvons déterminer la distribution $\phi_{(Z)}$ des molécules à l'équilibre (c'est-à-dire à tension donnée) ou $\phi_{(Z,t)}$ lors de la transition entre deux états d'équilibre stables. Avec ces considérations, nous présentons dans la suite les caractéristiques électro-optiques tout d'abord dans le cas le plus simple où la distribution est considérée comme uniforme, puis les distributions $\phi_{(Z)}$ et $\phi_{(Z,t)}$ obtenues dans le cas non-uniforme. La géométrie de la cellule est toujours considérée en bookshelf.

2.3.2- Cas d'une distribution uniforme

Nous revenons rapidement au cas où la distribution des molécules est considérée comme uniforme. Dans cette situation, on ne peut plus faire de distinction entre volume et surface, ce qui revient à considérer de manière artificielle que la constante élastique K tend vers l'infini. En effet, le premier terme de l'intégrale dans (III.2.25) ne pouvant pas diverger, l'augmentation de K impose que le terme $\left(\frac{d^2 \phi_{(Z)}}{dZ^2} \right)$ tende vers 0. Cela signifie que la distribution $\phi_{(Z)}$ est linéaire mais comme l'ancrage aux surfaces est identique, la distribution $\phi_{(Z)}$ est donc indépendante de Z . La densité volumique d'énergie totale du système $g^{uniforme}$ s'écrit donc d'après (III.2.25):

$$g^{uniforme} = \frac{G^{uniforme} - G_0(T)}{Sd} = -P_s \frac{V_0}{d} \cos \phi - \frac{\epsilon}{2} \left(\frac{V_0}{d} \right)^2 - \frac{2\gamma_{Inp}}{d} (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \quad (III.2.33)$$

La minimisation de l'équation (III.2.33) mènent à deux solutions: $\phi=0$ et $\phi=\pi$, qui correspondent aux états "up" et "down" discutés précédemment (paragraphe 2.2.1). L'évolution de ϕ , θ_{in} et θ_{off} en fonction de la tension V_0 appliquée à la cellule est représentée sur la Figure III.11.

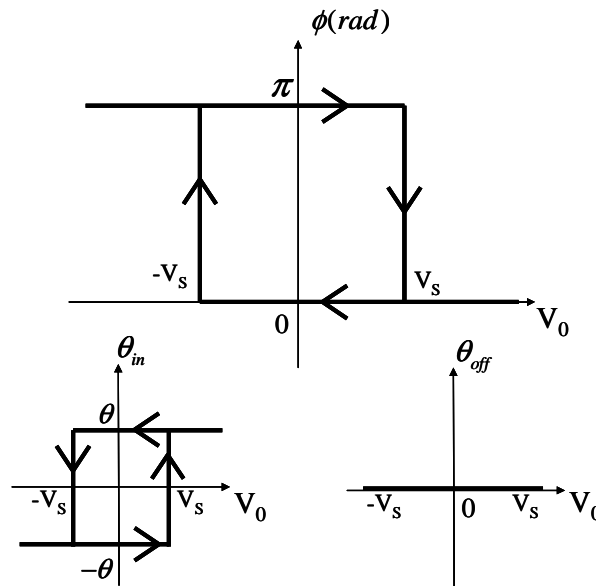


Figure III.11: Variation théorique des angles ϕ , θ_{in} et θ_{off} en fonction de la tension V_0 appliquée à la cellule dans le cas d'une distribution uniforme du directeur et d'une géométrie bookshelf.

La tension de seuil pour le basculement est $V_s = \frac{4\gamma_{inp}}{P_s} \sin^2 \theta$. La mesure de la largeur du cycle d'hystérésis permet ainsi de déterminer grossièrement la valeur du coefficient d'ancrage.

Pour déterminer le comportement dynamique du directeur à la transition entre ces deux états, il faut résoudre l'équation différentielle:

$$-\eta^\phi \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial g^{uniforme}}{\partial \phi} \quad (\text{III.2.34})$$

A partir de (III.2.33) et (III.2.34) on obtient pour la transition de l'état "down" à l'état "up" ($V_0 > 0$):

$$-\eta^\phi \frac{\partial \phi}{\partial t} = P_s \frac{V_0}{d} \sin \phi + \frac{2\gamma_{inp}}{d} \sin^2 \theta \sin 2\phi \quad (\text{III.2.35})$$

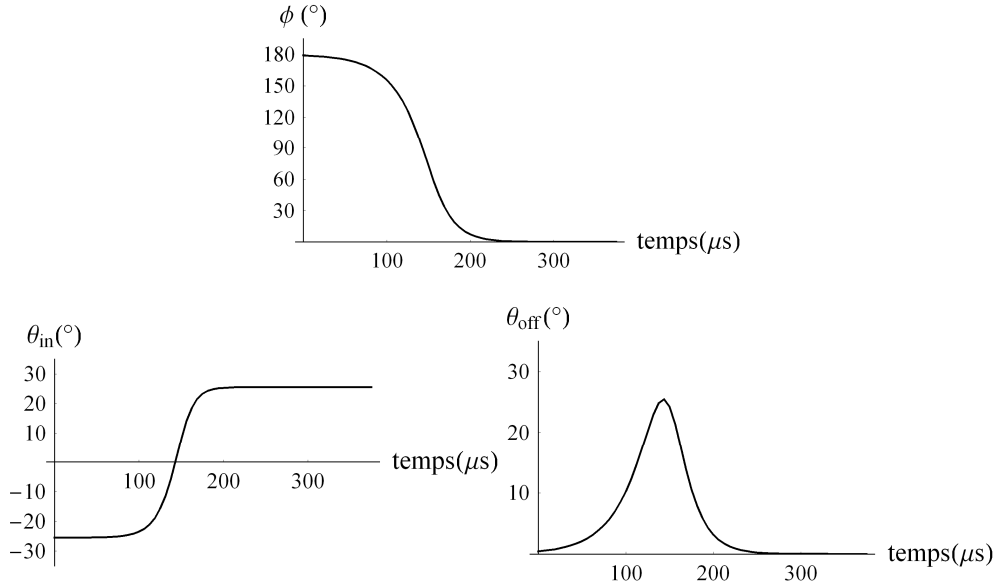
La solution de cette équation peut s'écrire sous une forme analytique. La fonction $\phi(t)$ est solution de l'équation:

$$h(\phi) = h(\phi_0) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{III.2.36})$$

où $\tau = \frac{\eta^\phi d}{P_s V_0}$ est le temps de réponse du système, ϕ_0 l'angle azimutal à $t=0$ et $h(\phi)$ la fonction:

$$h(\phi) = \tan\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \left(\frac{\sin \phi}{2(1 + 2a \cos \phi)^{1/4a^2 - 1}} \right)^{2a} \quad (\text{III.2.37})$$

avec $a = \frac{\gamma_{inp} \sin^2 \theta}{P_s V_0}$. Cette solution est représentée graphiquement sur la Figure III.12:



Remarque: Pour respecter la rotation des molécules sur un demi-cône, c'est-à-dire $\phi \in [0, \pi]$, la transition de l'état "up" à l'état "down" est décrite par (III.2.35) avec $V_0 < 0$ et la variable $\phi^{up \rightarrow down} = \pi - \phi^{down \rightarrow up}$.

Les caractéristiques électro-optiques d'une cellule SSFLC sont grossièrement décrites en considérant un modèle uniforme de la distribution du directeur. Nous envisageons maintenant de décrire le dispositif avec le modèle non-uniforme.

2.3.3- Cas d'une distribution non-uniforme

Nous déterminons dans cette partie les distributions statiques (à l'équilibre) et dynamiques (lors de la transition "up" / "down").

Les caractéristiques statiques sont déterminées en résolvant le système (III.2.26). Le système faisant intervenir des équations couplées non linéaires, il n'est possible de le résoudre que numériquement. Nous utilisons la méthode des différences finies qui est explicitée dans l'Annexe 9. Pour avoir une idée de la distribution du directeur, nous avons calculé les profils $\phi(z)$ pour différentes tensions appliquées à la cellule. Nous supposons qu'initialement ($V_0 = 0$), les molécules sont dans l'état "up" ($\phi = 0$). Nous diminuons la tension jusqu'au basculement dans l'état "down" ($\phi = \pi$). Les résultats sont présentés sur la Figure III.13.

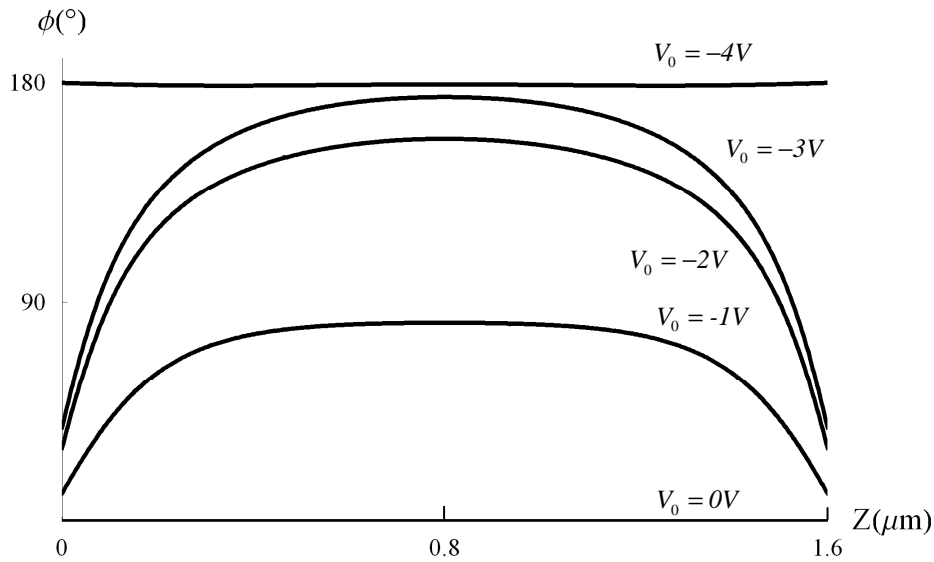


Figure III.13: Simulation de la variation du profil $\phi(z)$ en fonction de la tension V_0 appliquée à la cellule (en volts) dans le cas d'une géométrie bookshelf. Les valeurs utilisées pour la simulation sont les mêmes que pour la Figure III.12, avec $\epsilon_r = 10$ et $K = 100.10^{-12} \text{ N}$.

Les simulations montrent que la distribution des molécules devient non-uniforme lorsque l'on diminue le champ. Cette non-uniformité est liée à la compétition entre les forces d'ancrage qui tendent à garder les molécules dans le plan de la cellule et le couplage ferroélectrique qui tend à

aligner la polarisation spontanée avec le champ. L'importance de la non-uniformité est gouvernée par le couplage élastique. Lors de l'application d'un champ électrique croissant en valeur absolue, les molécules se réorientent d'abord dans le volume jusqu'à $\phi \approx \pi$ puis, à cause du couplage élastique, entraînent les molécules à la surface qui "flippent" dans l'autre état d'équilibre ($\phi = \pi$). Le passage de l'état $\phi = 0$ à $\phi = \pi$ au niveau des surfaces se fait de manière discontinue, vraisemblablement par propagation de domaines d'orientation opposées [III.15].

Le comportement dynamique des molécules lors de la transition "up"/"down" est déterminé en résolvant le système (III.2.32), dont la méthode de résolution est détaillée en Annexe 10. Les molécules sont supposées être initialement dans l'état "up" (sous application d'une tension $+15V$). La polarité de la tension est inversée à $t=0$.

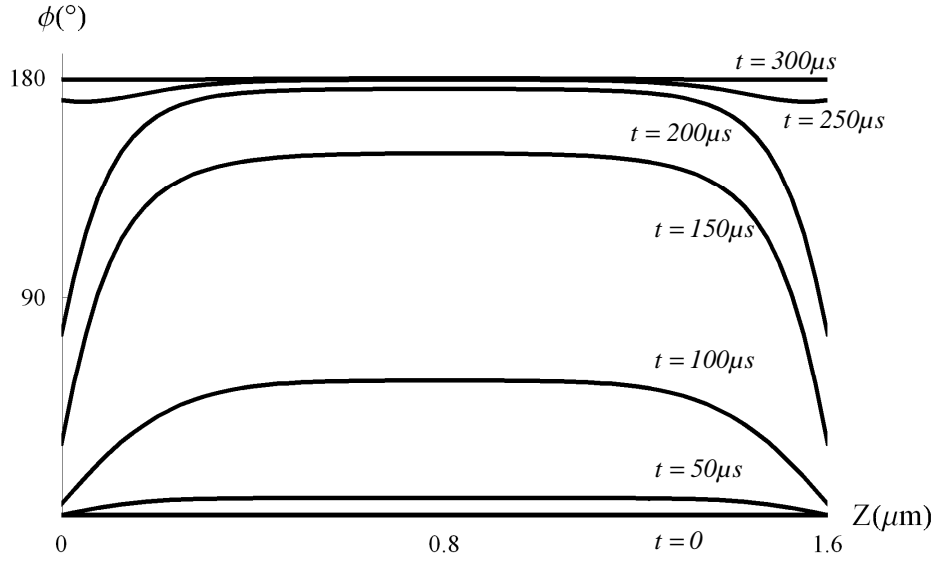


Figure III.14: Simulation de la variation du profil $\phi(Z)$ en fonction du temps lorsque la tension appliquée à la cellule est renversée de $+15V$ à $-15V$ à $t=0$, dans le cas d'une géométrie bookshelf. Les valeurs utilisées pour la simulation sont les mêmes que pour la Figure III.13, avec $\phi_0 = 1^\circ$ et $\eta^{\phi, vol} = 0.080 Pa.s$ et $\eta^{\phi, surf} = 7.10^{-6} Pa.s.m^{-1}$.

Lors de la transition "up"/"down", les molécules au niveau de la surface passent continument de l'état $\phi = 0$ à l'état $\phi = \pi$. De ce fait, les distributions des molécules pendant la transition ne sont pas identiques aux distributions statiques trouvées précédemment.

Dans cette partie, nous avons évalué les distributions du directeur $\phi(Z)$ dans une cellule SSFLC, dans les cas statique (tension fixée) et dynamique (lors de la transition "up"/"down"). Cependant, nous ne pouvons pas, comme dans le cas uniforme, associer à l'angle ϕ des angles θ_m et θ_{off} , ϕ étant variable selon l'épaisseur de la cellule. Les propriétés optiques (déphasage, orientation et ellipticité des axes propres) associées à une distribution $\phi(Z)$ ne peuvent être déterminées qu'en tenant compte de l'interaction du champ électromagnétique avec différentes couches, dont les propriétés sont variables selon l'épaisseur de la cellule.

Avant de présenter la liaison entre la distribution des molécules et les paramètres optiques accessibles avec notre mesure, nous discutons des méthodes de caractérisation des SSFLC déjà existantes.

2.4- Méthodes existantes de caractérisation des SSFLC

Plusieurs méthodes ont été mises en œuvre pour étudier les caractéristiques statiques et dynamiques des cristaux liquides ferroélectriques [III.16].

La diffraction par rayons X est utilisée pour caractériser la structure en couches dans une cellule. En particulier, elle permet de déterminer la distance entre les couches smectiques ainsi que l'angle et la symétrie des chevrons, structures habituellement présentes dans les SSFLC [III.17]. Cependant, il est difficile d'avoir une bonne résolution temporelle avec cette méthode, qui est de plus assez lourde à mettre en place. Elle souffre par ailleurs d'une faible résolution dans le plan de la cellule (X,Y), l'intensité récoltée provenant en général de tout l'échantillon.

Le microscope polarisant est l'instrument optique le plus utilisé pour la caractérisation des cristaux liquides, dû à sa facilité d'implémentation. Il s'agit de mesurer l'intensité lumineuse transmise par l'échantillon placé entre polariseurs croisés. L'éclairage peut se faire en lumière blanche et un spectromètre en détection permet d'obtenir une courbe de transmission en fonction de la longueur d'onde. Des filtres colorés peuvent également être utilisés pour ne sélectionner qu'une seule longueur d'onde. Une caméra CCD adaptée ou une photodiode permettent d'avoir une résolution temporelle de l'ordre de la microseconde et d'obtenir la transmission en fonction du temps pour diverses tensions appliquées à la cellule. En général les échantillons sont montés sur un support rotatif pour étudier l'influence de la polarisation incidente et peuvent être insérés dans des enceintes thermostatées pour étudier le comportement en température. Pour accéder à la distribution des molécules dans la cellule, il faut simuler un profil de directeur $\phi(Z)$, puis générer une intensité lumineuse théorique transmise par l'échantillon en général par la méthode de Berreman [III.18]. Cette méthode consiste à considérer le milieu comme un milieu stratifié, chaque couche ayant des propriétés d'anisotropie différentes (liées à l'orientation des molécules), déterminées par la simulation. Le champ électromagnétique est ensuite propagé dans le milieu et l'intensité lumineuse finale peut être déterminée. Les courbes d'intensités simulées sont ensuite ajustées aux courbes expérimentales mesurées au microscope. Bien que souvent très efficace pour confirmer la distribution calculée des molécules dans la cellule, cette méthode est cependant très dépendante du modèle. Plusieurs scénarios de distribution moléculaire peuvent aboutir à un même comportement de l'intensité lumineuse et il faut être très prudent lors de l'interprétation. Cet inconvénient est lié au caractère intégré de la méthode (sous déterminée), qui moyenne les propriétés sur toute l'épaisseur de l'échantillon.

Une autre méthode de caractérisation, développée dans les années 1990 est la méthode des modes optiques guidés (Optical Guided Modes). Elle consiste à étudier la réflectivité d'ondes évanescentes sur les différentes couches (liées à des orientations des molécules différentes en profondeur), en fonction de l'angle d'incidence et de la polarisation [III.19]. Cette technique permet de sonder l'évolution du directeur dans la profondeur Z de la cellule, sur des épaisseurs très fines, inférieures aux dimensions de la cellule (quelques μm d'épaisseur en général). Par contre, elle nécessite l'emploi de prismes bien particuliers pour générer les ondes évanescentes, ce qui rend le dispositif peu flexible. De plus, le signal détecté est une moyenne provenant de toute la surface de l'échantillon (pas de résolution dans le plan (X,Y)). Cette méthode peut être aussi adaptée pour faire du suivi temporel à l'échelle de la milliseconde.

Les méthodes présentées au dessus (sauf les rayons X) permettent d'obtenir la distribution des molécules dans une cellule SSFLC. La microscopie polarisée permet d'avoir une bonne résolution temporelle pour décrire un phénomène rapide et est facile à implémenter. Elle présente par contre l'inconvénient d'être très dépendante du modèle à cause de son caractère intégré. La méthode des modes optiques guidés s'affranchit de ce caractère intégré grâce à l'utilisation

d'ondes évanescentes, ce qui permet d'avoir une description en profondeur du milieu beaucoup moins dépendante d'un modèle. Elle souffre par contre d'un manque de résolution temporelle, et spatiale dans le plan (X,Y) . Notre intérêt est d'essayer d'évaluer l'apport, par rapport aux méthodes déjà existantes, de la polarimétrie de Mueller instantanée pour la caractérisation statique et dynamique des cristaux liquides ferroélectriques en dispositif SSFLC. Le paragraphe suivant décrit le traitement des matrices de Mueller expérimentales et relie les paramètres optiques extraits à la distribution des molécules dans la cellule.

3- Exploitation de la matrice de Mueller dans le cas d'une cellule SSFLC

3.1- Choix de la décomposition

Nous avons vu dans le chapitre I que pour interpréter physiquement une matrice de Mueller, il est nécessaire de décomposer cette dernière en éléments simples (diatténuateur, déphaseur, dépolariseur). Le type de décomposition doit être adapté en fonction de la configuration expérimentale.

La cellule de cristal liquide étant étudiée en incidence normale, il ne doit pas y avoir de diatténuation liée à la transmission de l'air à la cellule. De plus, le cristal liquide ne présente aucune absorption anisotrope aux longueurs d'ondes de l'étude (de $820nm$ à $840nm$). La diatténuation engendrée par le milieu d'étude est donc théoriquement nulle. Ainsi, si nous souhaitons utiliser une décomposition en produit, il n'y a pas d'ambiguïté sur le choix de cette dernière. En effet, les matrices de retardance et de dépolarisation commutent, et donc l'ordre des éléments n'a aucune importance. Le choix de la décomposition est donc guidé par sa capacité à filtrer le bruit expérimental. A notre connaissance, aucune étude sur les décompositions en produit n'a encore été réalisée pour estimer cette capacité. Cependant, nous connaissons la puissance des décompositions en somme pour effectuer cette opération de filtrage, dans le cas de milieux non-dépolarisants.

Les cristaux liquides agissent essentiellement sur la phase d'une onde incidente, grâce à leur forte anisotropie. La matrice de Mueller de l'échantillon doit donc être proche de celle d'un biréfringent elliptique, qui est le cas le plus général pour un échantillon déphaseur. Le milieu peut éventuellement présenter de la dépolarisation, liée à une moyenne spatio-temporelle de différents effets non-dépolarisants (retardance dans notre cas). Dans la pratique, la répartition des molécules dans une cellule SSFLC est telle que la plupart du temps, il n'y a pas de moyenne spatiale d'effets non-dépolarisants à l'échelle de la longueur d'onde. Par ailleurs, le temps d'acquisition d'une matrice de Mueller peut être adapté de telle manière à ne pas voir de moyenne temporelle d'effets, dans le cas d'une transition par exemple. Nous voulons donc dans cette étude obtenir avec précision la matrice de retardance associée à l'échantillon, tout en ayant un contrôle sur la dépolarisation engendrée par le milieu.

L'opération de filtrage par la décomposition en somme semble donc être optimale pour cette étude. Il s'agit d'associer à la matrice de Mueller expérimentale une matrice de Mueller-Jones (non dépolarisante), en ne retenant que la valeur propre λ_0 de la matrice $[N]$ associée. La matrice $[M_0]$ obtenue est ensuite décomposée en éléments simples ($[M_D], [M_R]$)

selon une décomposition polaire. Ainsi, la matrice de retardance $[M_R]$ peut être analysée avec confiance.

Nous nous sommes rendu compte que les résultats obtenus sur les paramètres de la matrice de retardance (R , α_R , ε_R) par l'opération {décomposition en somme + décomposition polaire sur la matrice $[M_o]$ } sont très proches de ceux obtenus avec la décomposition en produit de Lu et Chipman (différence inférieure à 0.1%). Cela peut être dû au fait que le milieu ne présente ni diatténuation, ni la plupart du temps de dépolarisation (les matrices associées sont donc proches de l'identité). Tout le bruit semble donc être rejeté sur ces deux matrices et la matrice de retardance obtenue par la décomposition de Lu et Chipman résulte de la même opération de filtrage que la décomposition en somme. Nous n'avons pas généralisé cette observation, qui n'est pas l'intérêt de la présente étude.

Dans la suite, nous utiliserons donc la décomposition de Lu et Chipman sur la matrice de Mueller expérimentale $[M]$, qui présente l'avantage de filtrer efficacement le bruit lorsque le milieu n'est pas dépolarisant, et de prendre en compte la dépolarisation lorsque celle-ci intervient (moyenne spatio-temporelle d'effets non-dépolarisants).

3.2- Paramètres optiques étudiés

Les matrices élémentaires issues de la décomposition de Lu et Chipman contiennent plusieurs paramètres que nous allons utiliser dans la suite pour la caractérisation. La diatténuation étant théoriquement nulle, nous nous focalisons sur les phénomènes de retardance et de dépolarisation.

3.2.1- Retardance

La matrice de retardance possède trois degrés de liberté. Elle est entièrement définie par trois paramètres qui peuvent être la retardance R , l'angle azimutal α_R et l'ellipticité ε_R du vecteur propre associé à l'axe rapide (Chapitre I, §2.2.2). Nous rappelons que la retardance peut être obtenue par la relation (I.2.16) où $[M_R]$ est la matrice du biréfringent obtenue par la décomposition de Lu et Chipman. L'azimut et l'ellipticité sont déduits du vecteur retardance \vec{R} (lui-même calculé à partir de (I.2.17)), grâce à la relation (I.2.14):

$$\alpha_R = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{R_{45}}{R_H} \right) \quad (\text{III.3.1})$$

$$\varepsilon_R = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{R_C}{R} \right) \quad (\text{III.3.2})$$

On souligne que pour l'angle α_R , il faut se méfier de l'interprétation de \tan^{-1} (problèmes de quadrants). Cependant, pour des angles $-45^\circ < \alpha_R < 45^\circ$, ce qui sera le cas lors de notre étude, l'expression ci-dessus est suffisante pour donner la bonne valeur de l'angle, sans problèmes de sauts de quadrants.

La matrice de retardance nous donne donc accès à la retardance globale induite par l'échantillon et aux caractéristiques de ses états propres (azimut et ellipticité). Ce sont ces paramètres R , α_R et ε_R qui seront exploités par la suite.

3.2.2- Dépolarisation

La dépolarisation mesurée sur les matrices de Mueller expérimentales peut provenir de plusieurs effets.

Tout d'abord, le bruit expérimental, sous forme d'erreur aléatoire et systématique, se répercute directement sur l'indice de dépolarisation P_D , celui-ci étant calculé à partir de tous les coefficients de la matrice de Mueller (I.2.45). Cette influence du bruit est donc inévitable.

Puis, la dépolarisation peut provenir de fluctuations aléatoires temporelles (à envisager pendant le temps de mesure) et/ou spatiales dans le plan d'onde (à envisager sur la section du faisceau lumineux vue par le détecteur) de propriétés polarimétriques, sous réserve que la superposition des différents effets soit incohérente. Nous précisons donc que pour que des inhomogénéités spatiales soient visibles en termes de dépolarisation, il faut d'une part que ces dernières soient de dimensions supérieures à la longueur d'onde (829 nm), et d'autre part que le milieu d'étude soit imagé sur un milieu diffusant, qui supprime les effets de cohérence (Figure II.5). Dans ce cas, la quantification de la dépolarisation est liée au calcul de la Figure III.19.

Enfin, la lumière diffusée par les inhomogénéités et les défauts de structures est dépolarisée. Cependant, la configuration expérimentale est telle qu'un filtrage spatial est effectué (Figure II.5), et donc que seuls les photons pas ou peu diffusés sont récoltés. La lumière diffusée n'est donc pas analysée par notre polarimètre, tout comme la lumière diffractée par les "stripes" (cf partie III.5.4).

L'indice de dépolarisation P_D doit donc permettre de détecter des fluctuations spatio-temporelles. La connaissance des axes propres de dépolarisation ne présente que peu d'intérêt dans notre étude et on se contentera donc d'exploiter le paramètre P_D .

3.3- Matrice de Mueller associée à une distribution $\phi(z)$

3.3.1- Principe

Pour évaluer les modifications de l'onde optique résultant de la propagation de la lumière à travers un milieu anisotrope stratifié, la méthode de Berreman [III.18] ou une méthode dérivée des matrices de Jones [III.20] sont généralement utilisées. Nous avons vu dans le premier chapitre que le formalisme de Mueller est également bien adapté à la description d'un système en "cascade".

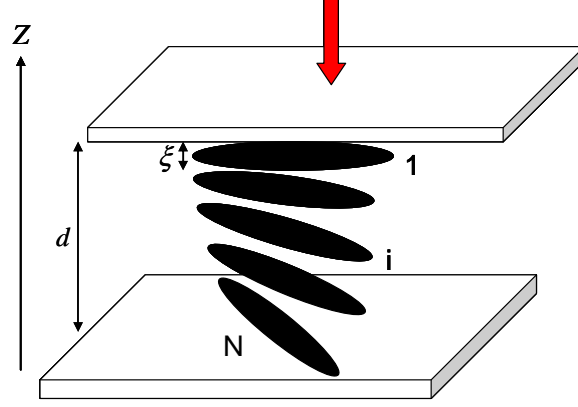


Figure III.15: Représentation d'une distribution du directeur non-uniforme en profondeur de la cellule.

Le milieu d'étude est divisé en de nombreuses couches d'épaisseur $\xi \ll d$ (Figure III.15), dont les propriétés d'anisotropie sont différentes (déphasage, orientation). Dans le cas de l'étude d'une cellule SSFLC en incidence normale, la matrice de Mueller finale $[M_Z]$ après traversée de l'échantillon peut s'écrire [III.21]:

$$[M_Z] = \prod_{i=1}^N [R(\varphi_i, \theta_{in}^i)] \quad (\text{III.3.3})$$

où $[R(\varphi_i, \theta_{in}^i)]$ est la matrice de Mueller d'un biréfringent linéaire de déphasage φ_i et d'orientation θ_{in}^i . L'angle θ_{in}^i est l'angle entre la projection du directeur dans le plan (X,Y) et la direction X pour la $i^{\text{ème}}$ couche, et φ_i est le déphasage occasionné par une couche d'épaisseur ξ qui s'exprime par:

$$\varphi_i = \frac{2\pi\Delta n(\theta_{off}^i)\xi}{\lambda_0} \quad (\text{III.3.4})$$

où θ_{off}^i est l'angle entre le directeur et le plan de la cellule pour la $i^{\text{ème}}$ couche. Les angles θ_{in}^i et θ_{off}^i sont liés à une distribution $\phi(z)$ par les relations:

$$\theta_{in}^i = \tan^{-1} \left[\tan \theta \cos \phi_{(i\xi)} \right] \quad (\text{III.3.5.a})$$

$$\theta_{off}^i = \sin^{-1} \left[\sin \theta \sin \phi_{(i\xi)} \right] \quad (\text{III.3.5.b})$$

La matrice finale $[M_Z]$ est celle d'un biréfringent elliptique, dont les caractéristiques sont la retardance R , l'azimut α_R et l'ellipticité ε_R , qui sont des paramètres directement accessibles à la mesure.

Remarque: Nous avons supposé dans cette partie que la distribution des molécules est uniforme dans le plan (X,Y) de la cellule, donc qu'il ne peut pas y avoir de dépolarisation.

3.3.2- Paramètres optiques dans le cas d'une distribution uniforme

Nous reprenons le cas simple de la distribution uniforme du directeur dans la cellule SSFLC. Nous présentons sur la Figure III.16 les variations des paramètres R , α_R et ϵ_R simulés en fonction de la tension V_0 appliquée à la cellule, par la méthode décrite juste au-dessus. Les paramètres utilisés sont les mêmes que pour la Figure III.12, avec $K \rightarrow \infty$.

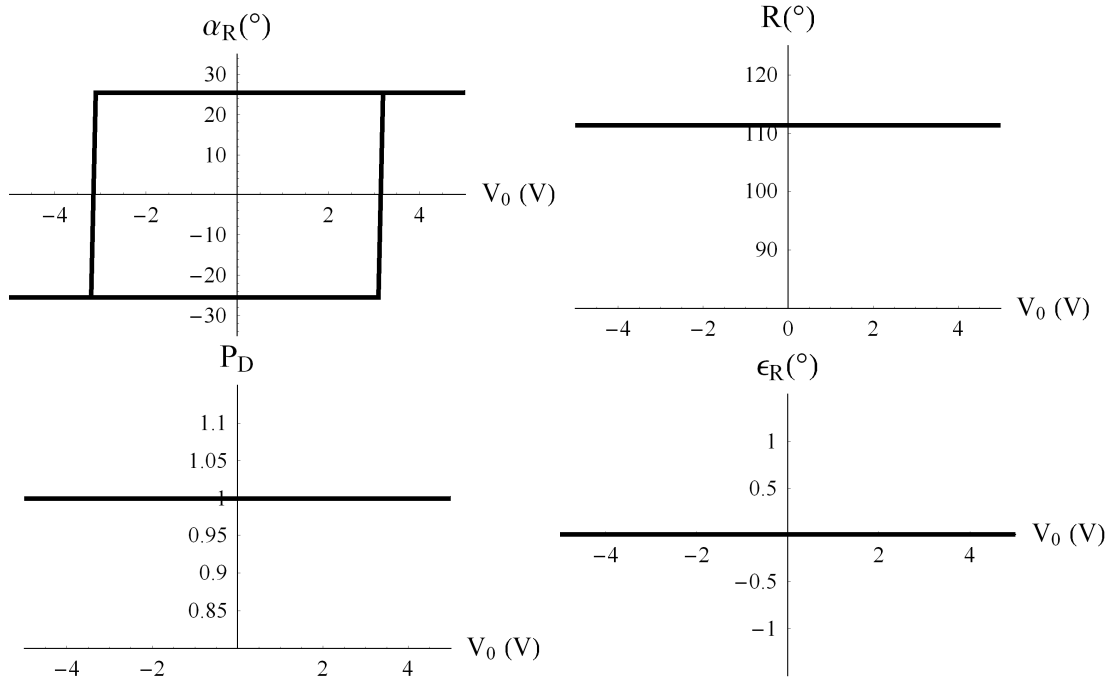


Figure III.16: Simulation des variations $R(V_0)$, $\alpha_R(V_0)$, $\epsilon_R(V_0)$ et $P_D(V_0)$ dans le cas d'une distribution uniforme en géométrie bookshelf.

La variation de l'angle α_R en fonction de la tension est bistable et ne peut prendre que deux valeurs: $\pm\theta$. La retardance, l'ellipticité et la dépolarisation ne varient pas en fonction de la tension.

3.3.3- Paramètres optiques dans le cas d'une distribution non-uniforme

Nous considérons deux cas de non-uniformité: en profondeur (selon Z) et dans le plan de la cellule (selon (X, Y)). Dans chaque cas, les non-uniformités sont traitées indépendamment.

3.3.3.1- Non-uniformité en profondeur

Ce cas correspond à des distributions ϕ_Z calculées selon le modèle développé dans la partie 2 de ce chapitre (résolution de l'équation (III.2.26)). Nous présentons sur la Figure III.17, à la manière de ce qui a été effectué pour la Figure III.16, les variations des paramètres R , α_R et ϵ_R en fonction de la tension V_0 appliquée à la cellule:

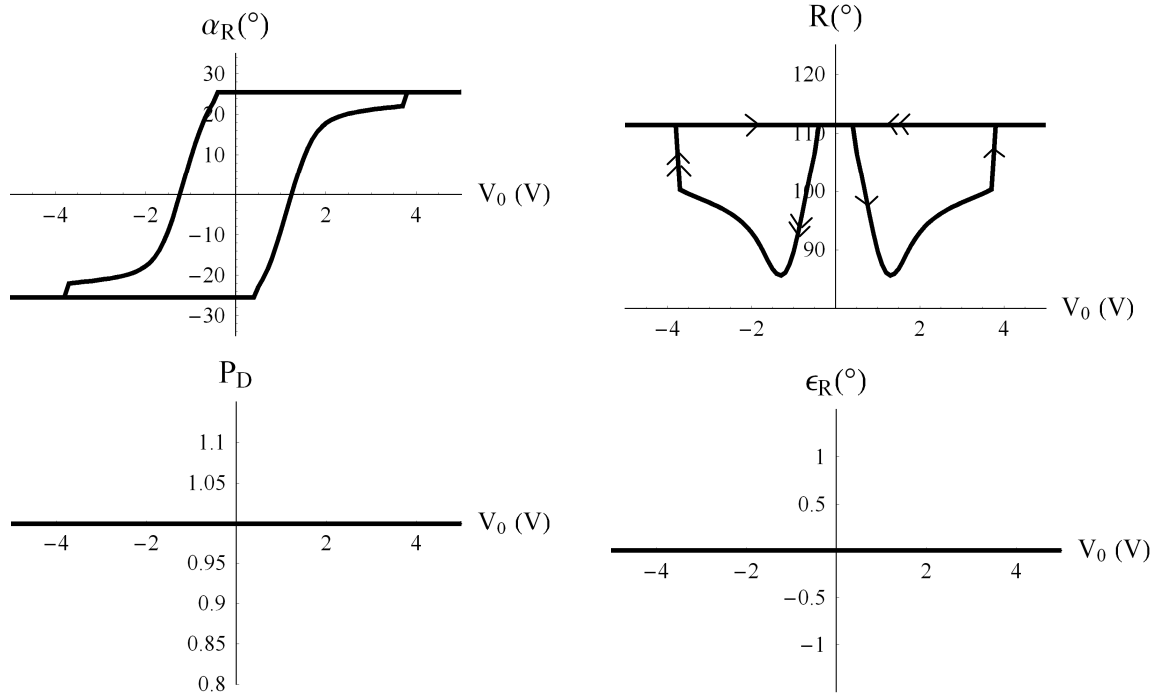


Figure III.17: Simulation des variations $R(V_0)$, $\alpha_R(V_0)$, $\epsilon_R(V_0)$ et $P_D(V_0)$ dans le cas d'une distribution non-uniforme ϕ_Z en géométrie bookshelf.

Les résultats obtenus avec le modèle non-uniforme montrent de grandes différences avec le simple modèle uniforme. Cela met en évidence que d'autres positions, autres que $\phi=0$ et $\phi=\pi$, sont stables à tension fixée. Cependant, sous sa forme actuelle, la modélisation génère des discontinuités sur les paramètres optiques, dues à des distributions ϕ_Z très différentes juste avant et juste après le basculement des molécules aux surfaces (voir Figure III.13 entre $-3V$ et $-4V$).

Le paramètre ellipticité est toujours nul, même dans le cas du modèle non-uniforme. Cela est dû au fait que la distribution des molécules est parfaitement symétrique par rapport au milieu de la cellule. L'ellipticité est en effet un paramètre sensible à la non-uniformité de la distribution, lorsque celle-ci n'est pas totalement compensée (symétrie par rapport au milieu de la cellule). Par exemple, nous avons généré un profil de distribution SPLAYED [III.9], c'est-à-dire une variation linéaire de l'angle azimutal ϕ de 0 à π d'une surface à l'autre de la cellule. Cette distribution ne peut être obtenue qu'avec un polymère d'alignement polaire. Dans ce cas, le paramètre ellipticité vaut $9,3^\circ$. Dans le cas d'un ancrage planaire non-polaire idéal, le paramètre ellipticité n'est donc pas exploitable. Il peut par contre mettre en évidence des asymétries de la distribution, dues à des conditions non identiques sur les deux surfaces de la cellule par exemple.

3.3.3.2- *Non-uniformité dans le plan de la cellule*

Les simulations ϕ_Z supposent que la distribution des molécules est uniforme dans le plan de la cellule (X,Y). Dans le cas d'une distribution aléatoire non-uniforme dans ce plan, les propriétés polarimétriques agissent en parallèle (cf. Figure I.8). Dans le cas où chaque domaine d'orientation donnée est de taille de l'ordre ou supérieur à la longueur d'onde, le milieu présente dans ce cas de la dépolarisation, due à la superposition incohérente d'effets non-dépolarisants. La matrice de Mueller mesurée résulte de la somme de toutes les matrices de Mueller des différents domaines présents au sein du faisceau lumineux (Figure III.18):

$$[M_{XY}] = \sum_k p_k [R(\varphi^k, \theta_{in}^k)] \quad (\text{III.3.6})$$

où $[R(\varphi^k, \theta_{in}^k)]$ est la matrice de Mueller d'un biréfringent linéaire de déphasage $\varphi^k = \frac{2\pi\Delta n(\theta_{off}^k)d}{\lambda_0}$ dont l'axe rapide θ_{in}^k correspond à l'angle apparent du $k^{ème}$ domaine, et p_k est le poids du $k^{ème}$ domaine sur la section du faisceau lumineux vue par le détecteur tel que $\sum_k p_k = 1$.

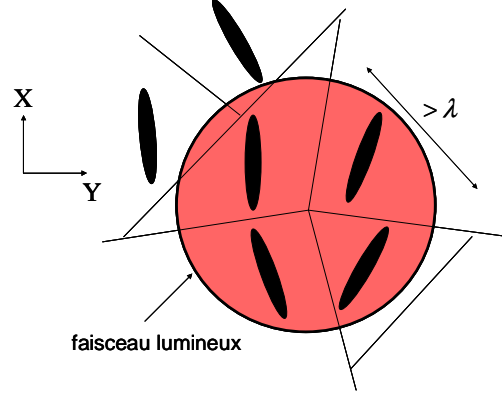


Figure III.18: Représentation de la non-uniformité du directeur dans le plan de la cellule (X,Y).

Une distribution non-uniforme des molécules, formant des domaines de taille supérieure à la longueur d'onde sur la surface du faisceau vue par le détecteur, peut faire apparaître une dépolarisation importante sur la matrice de Mueller $[M_{XY}]$. Le paramètre indice de dépolarisation P_D est utilisé comme indicateur de cette non-uniformité. Nous avons réalisé une simulation permettant d'évaluer l'ordre de grandeur du paramètre P_D dans le cas d'une répartition non-uniforme dans le plan de la cellule, la répartition des molécules étant supposée uniforme selon Z. Nous avons considéré l'existence de deux domaines d'orientations "up" ($\phi=0$ c'est-à-dire $\theta_{in}=+\theta$ et $\theta_{off}=0$) et "down" ($\phi=\pi$ c'est-à-dire $\theta_{in}=-\theta$ et $\theta_{off}=0$) dont la proportion $r(\%)$ est variable dans le faisceau lumineux. L'équation (II.3.6) permet de tracer la courbe $P_D=f(r)$ (Figure III.19):

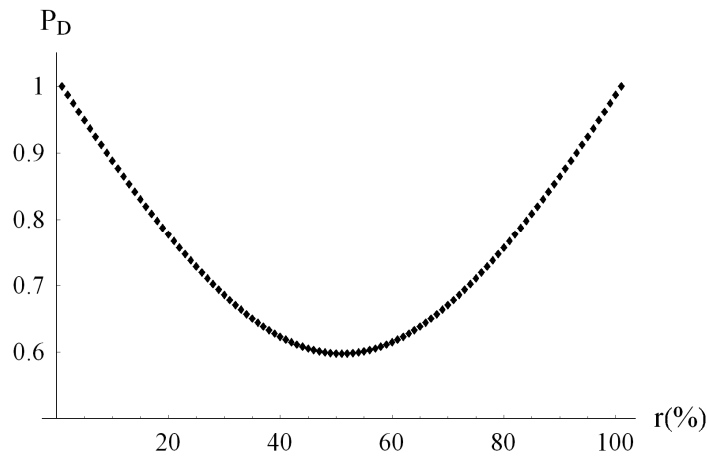


Figure III.19: Indice de dépolarisation en fonction de la fraction de domaines "up"/"down" dans le faisceau pour une cellule avec les paramètres $d=1.6\mu m$, $\theta=25.5^\circ$.

Lorsque l'on a une répartition égale de domaines "up" et "down" dans le faisceau, l'indice de dépolarisation peut atteindre une valeur $P_D \approx 0.600$. Ce paramètre est donc discriminatoire d'une répartition de surface uniforme ou par domaines de taille au moins micrométrique au sein du faisceau lumineux. Nous précisons à ce point qu'une répartition aléatoire de domaines va créer de la diffusion, et que les photons diffusés ne sont pas collectés par le système de détection du polarimètre (filtrage spatial), dans sa version actuelle. La dépolarisation n'apparaîtra donc que si les inhomogénéités dans le faisceau sont telles que la diffusion engendrée est faible.

3.4- Exploitation des paramètres optiques expérimentaux

Nous souhaitons relier les paramètres optiques expérimentaux (R , α_R , ε_R et P_D) à la distribution des molécules dans la cellule SSFLC. La connaissance des paramètres expérimentaux en incidence normale ne permet pas, à elle seule, de déterminer la distribution $\phi(Z)$ des molécules dans la cellule. Le seul moyen est de générer des distributions $\phi(Z)$ par les simulations et de comparer la matrice de Mueller $[M_Z]$ obtenue selon (III.3.3) à la matrice de Mueller expérimentale. Plus précisément, nous comparons les valeurs R , α_R et ε_R issus de la décomposition de Lu et Chipman de ces matrices. L'ajustement des paramètres de la cellule pour coller au mieux au comportement expérimental permet potentiellement de déterminer les caractéristiques de la cellule. Cette démarche, qui est comparable à la démarche menée en microscopie polarisée, présente également l'inconvénient d'être une méthode intégrée, mais possède l'avantage de mesurer plusieurs paramètres (pas seulement l'intensité lumineuse) en même temps, ce qui fournit une plus grande richesse pour l'interprétation.

Il est cependant possible, uniquement en faisant l'approximation d'une distribution uniforme, de relier les paramètres expérimentaux à l'orientation des molécules. En effet, dans ce cas, et si le polariseur d'entrée du polarimètre instantané est aligné avec la direction d'alignement des molécules, alors α_R est égal à l'angle θ_{in} , appelé également angle apparent:

$$\alpha_R = \theta_{in} \quad (III.3.7)$$

La retardance R associée au biréfringent permet d'accéder à l'angle θ_{off} grâce aux relations:

$$R = \frac{2\pi\Delta n(\theta_{off})d}{\lambda_0} \quad (III.3.8.a)$$

$$\Delta n(\theta_{off}) = \frac{n_e n_o}{\sqrt{n_e^2 \sin^2(\theta_{off}) + n_o^2 \cos^2(\theta_{off})}} - n_o \quad (III.3.8.b)$$

Dans le cas d'une distribution uniforme (on rappelle que le paramètre ellipticité ε_R est nul dans ce cas), l'orientation des molécules de cristal liquide dans l'espace est déterminée par les angles θ_{in} et θ_{off} , eux-mêmes reliés aux paramètres expérimentaux R et α_R par les relations (III.3.7) et (III.3.8).

3.5- Conclusions

Nous avons identifié 4 paramètres (R , α_R , ε_R et P_D) issus de la décomposition de Lu et Chipman des matrices de Mueller expérimentales. Ces paramètres sont liés à l'orientation des molécules dans la cellule de cristal liquide et aux non-uniformités (en profondeur et dans le plan de la cellule).

La technique de polarimétrie de Mueller est une technique qui moyenne les effets sur le volume de matériau traversé par le faisceau, à la manière de la technique de microscopie polarisée utilisant la mesure de l'intensité lumineuse. La connaissance des paramètres polarimétriques ne permet pas, à elle seule, de déterminer la distribution du directeur dans la cellule. Cependant, elle permet d'une part de séparer les différents effets polarimétriques (dichroïsme, biréfringence, dépolarisation) et d'autre part d'obtenir des paramètres R , α_R , ε_R et P_D fortement corrélés entre eux, ces paramètres étant issus d'une seule matrice de Mueller, mesurée à partir d'une seule acquisition.

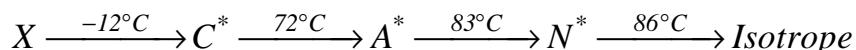
Dans le cas de l'hypothèse de distribution uniforme, l'orientation des molécules de cristal liquide peut être déterminée grâce aux paramètres R et α_R .

Dans les parties suivantes, nous présentons les résultats expérimentaux de la caractérisation de la cellule SSFLC pure. Il s'agit d'évaluer la pertinence des paramètres discutés ci-dessus pour décrire la structure effective des molécules dans la cellule. Nous entreprenons une caractérisation statique (à tension fixée) et dynamique (pendant une transition "up" / "down") du matériau.

4- Caractérisation statique en un point de la cellule SSFLC

4.1- Le cristal liquide Felix 015/100

Durant cette thèse, nous avons étudié deux échantillons de cristal liquide ferroélectrique: un cristal liquide pur et un cristal liquide stabilisé par du polymère. Ces deux échantillons nous ont été fournis par L.DUPONT du département d'optique de Telecom Bretagne. Le cristal liquide pur, qui est l'échantillon d'étude pour les parties 4, 5 et 6 de ce chapitre, est une mixture appelée Felix 015/100 (société Clariant). La séquence des phases de ce matériau en fonction de la température est la suivante:



A température ambiante, le cristal liquide est dans sa phase smectique ferroélectrique C^* . Les caractéristiques de ce cristal liquide à $25^\circ C$ sont données dans le Tableau III.1.

Polarisation spontanée P_S	33 nC/cm^2
Viscosité η	80 mPa.s
Angle du cône θ	25.5°
Epaisseur de la cellule d	$1.6 \mu\text{m}$
Anisotropie optique (830nm) Δn	0.16

Tableau III.1: Propriétés du cristal liquide Felix 015/100 à $25^\circ C$.

Les électrodes, constituées d'une couche conductrice d'ITO (oxyde d'indium dopé à l'étain) sont déposées sur des plaques de verre (chacune d'épaisseur $0,55mm$). La couche d'alignement est un polymère, du polyimide dans notre cas, qui est brossé mécaniquement sur les plaques grâce à un rouleau de velours. Cette couche permet d'induire une orientation planaire (prétilt $3-4^\circ$ maximum) et d'orienter les molécules de manière unidirectionnelle. L'épaisseur de la cellule est contrôlée en pulvérisant des espaceurs (microbilles de polymère calibrées) de $1,6\mu m$ de diamètre entre les deux plaques. Ces dernières sont ensuite collées grâce à une résine et finalement le cristal liquide est injecté dans la cellule par capillarité.

La tension appliquée à la cellule est issue d'un générateur de fonction arbitraire HP33120A amplifié pour délivrer au maximum dans la cellule de cristal liquide une tension de $30V_{pp}$. Ce générateur de fonction est contrôlé par *LABVIEW* et permet d'adapter la forme de la tension appliquée à la cellule (Figure III.20). Il faut choisir des formes de tensions à moyennes nulles pour ne pas créer de phénomènes d'accumulations de charges, qui occasionneraient un écrantage du champ appliqué, voire une détérioration de la cellule. La valeur V_P peut être contrôlée pour mesurer les caractéristiques de la cellule à tension quelconque. La durée T_p des différents plateaux est définie de manière à respecter les temps d'établissement de l'équilibre. Le système d'acquisition de la CCD est synchronisé avec le générateur de tension, et le délai de l'acquisition est ajusté pour mesurer les matrices de Mueller à tension voulue. La porte temporelle de la CCD est ouverte à $20\mu s$. Pour réduire l'erreur aléatoire, 10 accumulations sont réalisées pour un délai de détection donné.

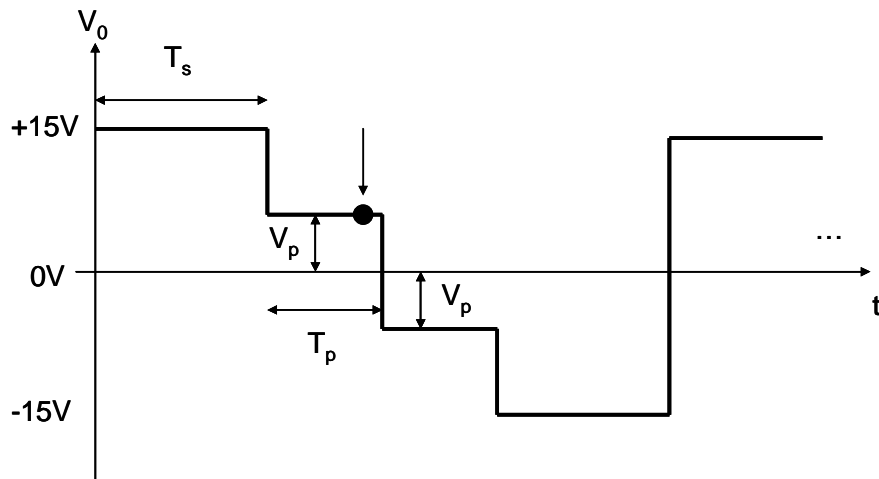


Figure III.20: Profil des tensions appliquées à la cellule de cristal liquide pour mesurer les caractéristiques à tension fixée. Par exemple, le point • représente le moment auquel est effectuée l'acquisition, pour mesurer les caractéristiques du cristal liquide à la tension $+V_p$.

4.2- Résultats expérimentaux

Nous nous intéressons tout d'abord aux caractéristiques statiques du cristal liquide. Nous présentons sur la Figure III.21 les résultats de l'évolution des paramètres expérimentaux $R(V_0)$, $\alpha_R(V_0)$, $\varepsilon_R(V_0)$ et $P_D(V_0)$ en fonction de la tension appliquée V_0 , pour une position donnée du faisceau lumineux sur la cellule.

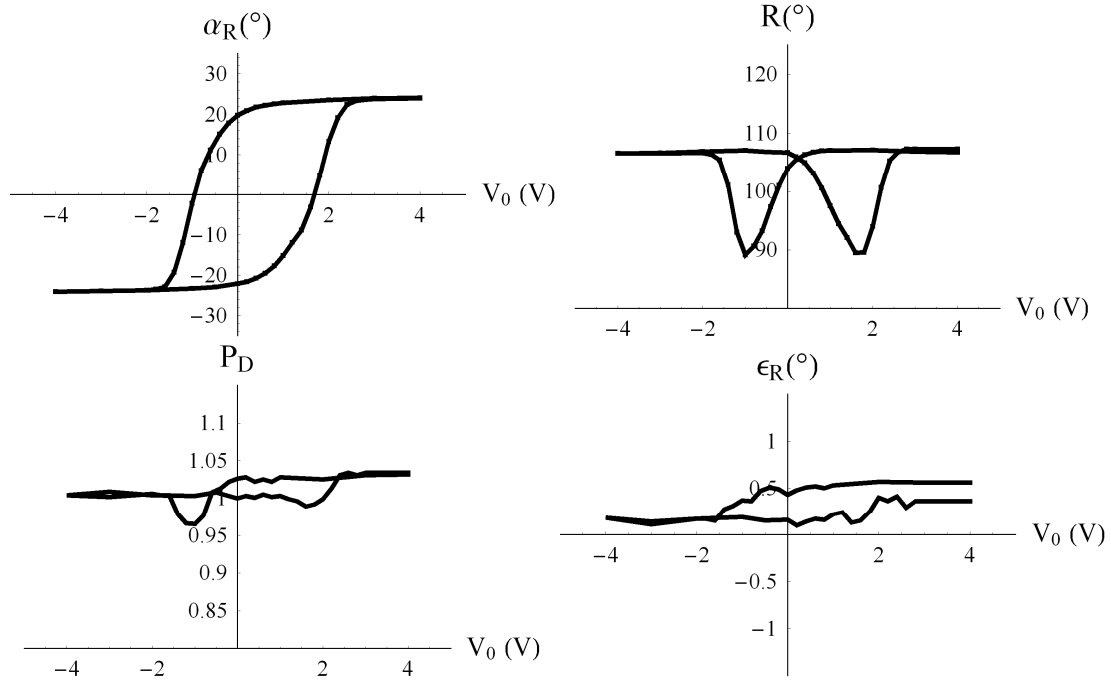


Figure III.21: Variations des paramètres expérimentaux $R(V_0)$, $\alpha_R(V_0)$, $\epsilon_R(V_0)$ et $P_D(V_0)$ en fonction de la tension appliquée à la cellule.

Nous remarquons tout d'abord que le cycle d'hystérésis représentant la variation $\alpha_R(V_0)$ n'est pas centré autour de $V_0=0V$. Cet effet signe une différence de forces d'ancrage sur les deux surfaces de la cellule. Puis, nous ne remarquons aucune discontinuité lors de l'évolution des paramètres $\alpha_R(V_0)$ et $R(V_0)$. Cela pourrait s'expliquer par le fait que les simulations considèrent une distribution uniforme dans le plan (X,Y) , ce qui n'est sans doute pas le cas au moment de la transition des molécules à la surface.

Le paramètre indice de dépolarisation est cependant proche de l'unité, quelle que soit la tension appliquée à la cellule, ce qui signifie que les non-uniformités doivent être inférieures à la longueur d'onde. En effet, si des non-uniformités importantes sont présentes au sein du faisceau, nous avons vu que l'indice de dépolarisation peut atteindre des valeurs de l'ordre de 0.600, ce qui est loin d'être le cas expérimentalement. Les propriétés polarimétriques vues par le faisceau sont donc uniformes dans le plan de la cellule, à l'échelle de la longueur d'onde. Les valeurs de P_D sont parfois supérieures à l'unité, à cause de la forte influence du bruit sur ce paramètre, celui-ci étant déterminé à partir de la matrice brute expérimentale.

Le paramètre ellipticité est proche de 0° ; on exclu donc une distribution de type SPLAYED, qui générerait une ellipticité de 9.3° . Une interprétation quantitative de ce paramètre est cependant délicate.

Les courbes expérimentales $\alpha_R(V_0)$ et $R(V_0)$ ne correspondent pas aux courbes théoriques présentées dans la géométrie bookshelf sur la Figure III.17. En particulier, nous remarquons une différence entre les angles $\alpha_R(\pm 5V)$ et $\alpha_R(0V)$:

$$\begin{aligned} \alpha_R(+5V) &= 23.93^\circ & \alpha_R(-5V) &= -24.23^\circ \\ \alpha_R(0V) &= 19.64^\circ & \alpha_R(0V) &= -22.28^\circ \end{aligned} \quad \text{et}$$

Ce résultat n'est pas attendu en géométrie bookshelf. Cela signifie que les états "up" et "down", qui correspondent à l'application d'une tension importante, ne sont pas parfaitement stables. Il est nécessaire de faire une hypothèse supplémentaire dans le modèle. La plus naturelle est la prise en compte de la géométrie en chevrons des couches smectiques.

4.3- Prise en compte de la géométrie en chevrons des couches smectiques

4.3.1- Structure en chevrons

En pratique, la phase smectique C^* est obtenue en refroidissant la cellule à partir de la phase smectique A^* . Dans la phase smectique A^* , l'ancrage planaire aux surfaces impose une structure bookshelf avec le directeur selon la normale aux couches. Comme énoncé précédemment, le passage de la phase A^* à la phase C^* induit une inclinaison du directeur et donc une compression des couches. Cependant, l'ancrage rigide aux surfaces impose une distance entre les couches égale à d_A . La section parallèle aux surfaces doit donc être égale dans toute l'épaisseur de la cellule à d_A . Le seul moyen de conserver cette section horizontale tout en diminuant l'épaisseur des couches est d'incliner ces dernières par rapport aux surfaces d'un angle δ , ayant une valeur de l'ordre de θ . Cette géométrie, appelée "chevron", a pu être mise en évidence par diffraction des rayons X [III.17].

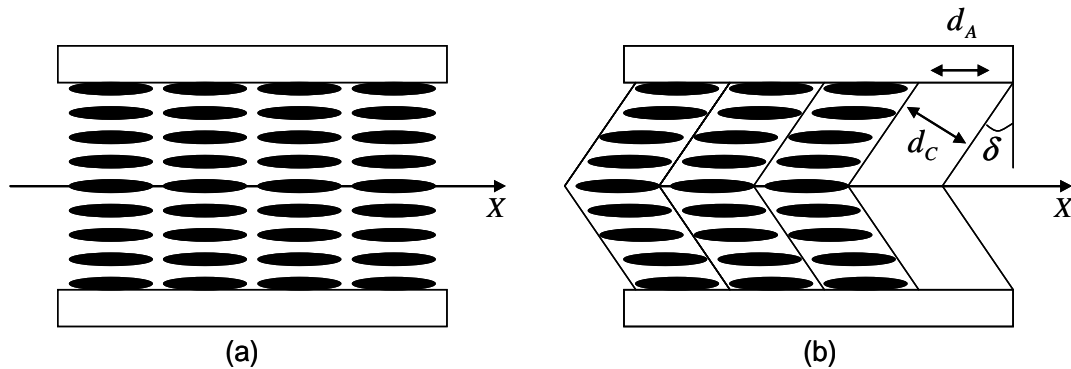


Figure III.22: Structure bookshelf en phase smectique A (a) et structure chevron en phase smectique C^* (b).

Nous considérons que le chevron possède un angle constant sur toute l'épaisseur de la cellule, et est symétrique par rapport au milieu de cette dernière. Cette structure nous amène à modifier les relations géométriques établies dans le repère du laboratoire. En effet, dans ce cas le repère du cône (x,y,z) ne coïncide plus avec le repère du laboratoire (X,Y,Z) , mais a tourné d'un angle δ par rapport à l'axe Y (Figure III.23).

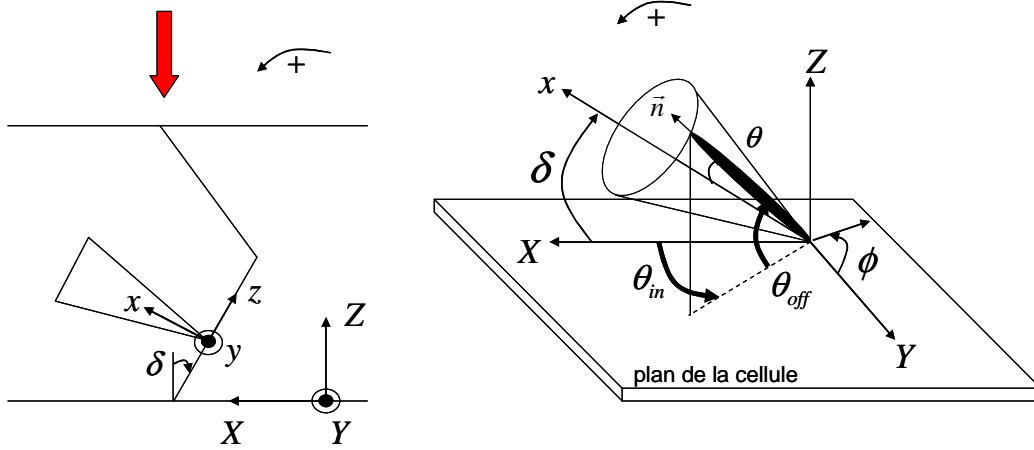


Figure III.23: Structure en chevrons et représentation du directeur dans le repère du laboratoire (X,Y,Z).

On obtient les relations suivantes:

$$\vec{n}(X,Y,Z) = \begin{bmatrix} \sin \theta \sin \phi_{(Z)} \sin \delta + \cos \theta \cos \delta \\ \sin \theta \cos \phi_{(Z)} \\ \sin \theta \sin \phi_{(Z)} \cos \delta - \cos \theta \sin \delta \end{bmatrix} \quad (\text{III.4.1.a})$$

$$\vec{P}_s(X,Y,Z) = P_s \begin{bmatrix} \cos \phi_{(Z)} \sin \delta \\ -\sin \phi_{(Z)} \\ \cos \phi_{(Z)} \cos \delta \end{bmatrix} \quad (\text{III.4.1.b})$$

$$\theta_{in}(Z) = \tan^{-1} \left[\frac{\sin \theta \cos \phi_{(Z)}}{\sin \theta \sin \phi_{(Z)} \sin \delta + \cos \theta \cos \delta} \right] \quad (\text{III.4.2.a})$$

$$\theta_{off}(Z) = \sin^{-1} \left[\sin \theta \sin \phi_{(Z)} \cos \delta - \cos \theta \sin \delta \right] \quad (\text{III.4.2.b})$$

Dans le cas d'un ancrage planaire, les molécules aux surfaces doivent être simultanément dans le plan de la cellule ($\theta_{off} = 0$) et sur le cône smectique. L'angle azimutal pour les molécules à la surface $Z=0$ est donc, d'après (II.4.2.b):

$$\phi_0 = \sin^{-1} \left[\frac{\tan \delta}{\tan \theta} \right] \quad (\text{III.4.3})$$

Remarque: Il se peut que la cellule présente un prétilt θ_p aux surfaces dû à un alignement qui ne serait pas parfaitement planaire. Dans ce cas, l'angle azimutal pour les molécules aux surfaces devient:

$$\phi_0^{pretilt} = \sin^{-1} \left[\frac{\tan \delta}{\tan \theta} + \frac{\sin \theta_p}{\sin \theta \cos \delta} \right] \quad (\text{III.4.4})$$

Dans la géométrie chevron, la continuité du directeur à l'interface du chevron (c'est-à-dire au milieu de la cellule) impose une orientation fixe du directeur à cet endroit, avec un angle azimutal $\phi_0 = \sin^{-1} \left[\frac{\tan \delta}{\tan \theta} \right]$ [III.22]. En l'absence de champ électrique appliqué à la cellule et en l'absence de prétilt, toutes les molécules sont donc alignées uniformément avec un angle azimutal ϕ_0 . Lorsqu'un champ est appliqué, les molécules dans le volume tendent à s'aligner perpendiculairement à ce dernier, et donc vers des angles azimutaux $\phi=0$ (pour une tension positive). Ce comportement est représenté sur la Figure III.24:

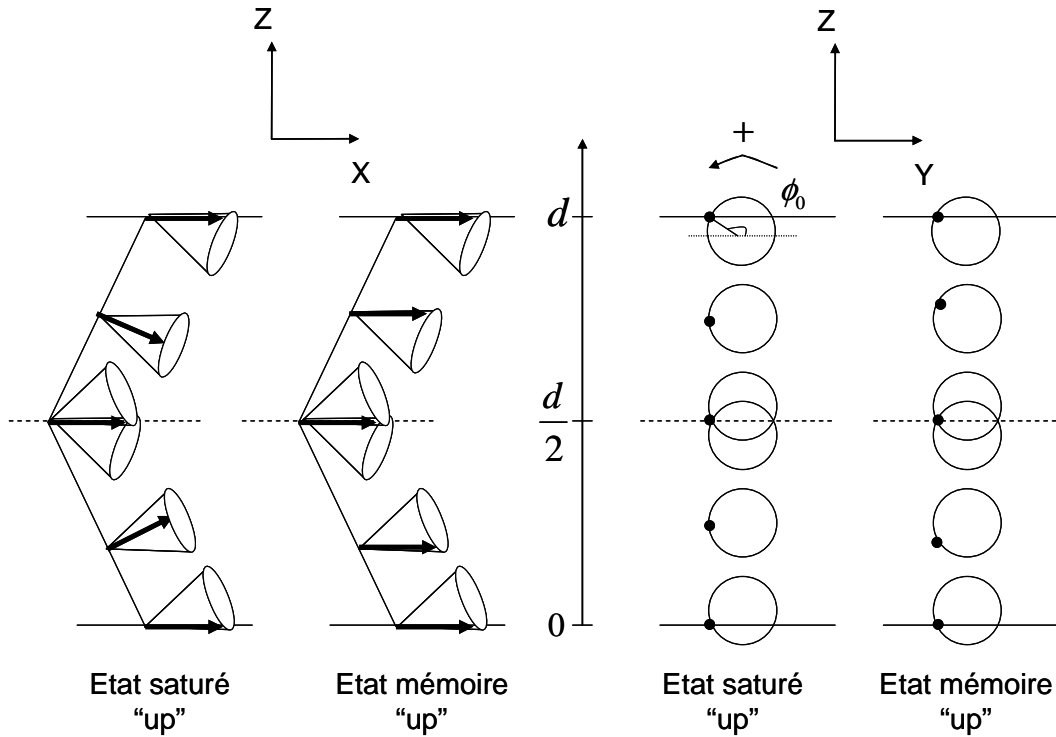


Figure III.24: Représentation des molécules dans le plan (X,Z) par des flèches et de l'extrémité du directeur par un point dans le plan (Y,Z), à l'état saturé "up" et à l'état mémoire partant de l'état "up".

Remarque: En toute rigueur, la projection du cône dans le plan (Y,Z) est une ellipse en géométrie chevron, mais nous gardons la représentation circulaire, couramment utilisée dans la littérature.

La structure en chevrons va donc modifier profondément l'organisation des molécules dans la cellule SSFLC. Nous modifions donc le modèle développé dans la partie 2 de ce chapitre, en y incluant la géométrie en chevrons.

4.3.2- Modification des termes énergétiques

L'expression de l'énergie totale G du système doit être modifiée en tenant compte de la géométrie en chevrons dans la cellule SSFLC. D'après (III.4.1.b) et (III.4.2.b), l'énergie devient:

$$\begin{aligned}
 G - G_0(T) = S \int & \left(\frac{1}{2} K \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right)^2 - \frac{1}{2} \varepsilon \left(\frac{dV_{(z)}}{dZ} \right)^2 + P_s \cos \phi_{(z)} \cos \delta \left(\frac{dV_{(z)}}{dZ} \right) \right) dZ \\
 & - S \gamma_{inp} \left(1 - \left(\sin \theta \sin \phi_{(d)} \cos \delta - \cos \theta \sin \delta \right)^2 \right) - S \gamma_{inp} \left(1 - \left(\sin \theta \sin \phi_{(0)} \cos \delta - \cos \theta \sin \delta \right)^2 \right)
 \end{aligned} \quad (\text{III.4.5})$$

Le système d'équation à résoudre pour minimiser l'énergie devient donc:

$$\varepsilon \left(\frac{d^2 V_{(z)}}{dZ^2} \right) + P_s \sin \phi_{(z)} \cos \delta \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right) = 0 \quad (\text{III.4.6.a})$$

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{d^2 \phi_{(z)}}{dZ^2} \right) + P_s \sin \phi_{(z)} \cos \delta \left(\frac{dV_{(z)}}{dZ} \right) = 0 \quad (\text{III.4.6.b})$$

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right) \Bigg|_{Z=0} - \gamma_{inp} \left(\sin^2 \theta \cos^2 \delta \sin 2\phi_{(0)} - \frac{1}{2} \sin 2\theta \sin 2\delta \cos \phi_{(0)} \right) = 0 \quad (\text{III.4.6.c})$$

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right) \Bigg|_{Z=d} + \gamma_{inp} \left(\sin^2 \theta \cos^2 \delta \sin 2\phi_{(d)} - \frac{1}{2} \sin 2\theta \sin 2\delta \cos \phi_{(d)} \right) = 0 \quad (\text{III.4.6.d})$$

Le système est résolu de manière similaire au système (III.2.26), en tenant compte de la condition supplémentaire au milieu de la cellule ($\phi_{(Z=d/2)} = \phi_0 = \sin^{-1} \left[\frac{\tan \delta}{\tan \theta} \right]$).

4.3.3- Simulations des distributions $\phi_{(z)}$ en fonction de la tension

Nous avons réalisé des simulations de distributions $\phi_{(z)}$ en fonction de la tension appliquée à la cellule (Figure III.25), pour un angle du chevron $\delta = 15^\circ$ et un prétilt $\theta_p = 0^\circ$. Les paramètres utilisés dans les simulations sont les mêmes que dans le paragraphe 2.3.3.

Dans les simulations, nous avons imposé une orientation initiale du directeur égale à ϕ_0 à l'interface du chevron et à la surface pour le bras allant de 0 à $d/2$, et $-\phi_0$ à l'interface du chevron et à la surface pour le bras allant de $d/2$ à d . Bien qu'il y ait une discontinuité de la polarisation spontanée à l'interface du chevron, cela assure la continuité du directeur au milieu de la cellule, ce qui est plus favorable énergétiquement. Nous imposons également que la molécule au milieu de la cellule et la molécule à la surface passent simultanément dans l'autre état stable $\pm(\pi - \phi_0)$ lorsque la tension diminue (entre $-1V$ et $-2V$). Les simulations montrent que les molécules tournent dans le sens horaire dans la partie inférieure du chevron ($\phi \in [-\pi, 0]$ de 0 à $d/2$ avec $\delta < 0$) et dans le sens trigonométrique dans la partie supérieure du chevron ($\phi \in [0, \pi]$ de $d/2$ à d avec $\delta > 0$).

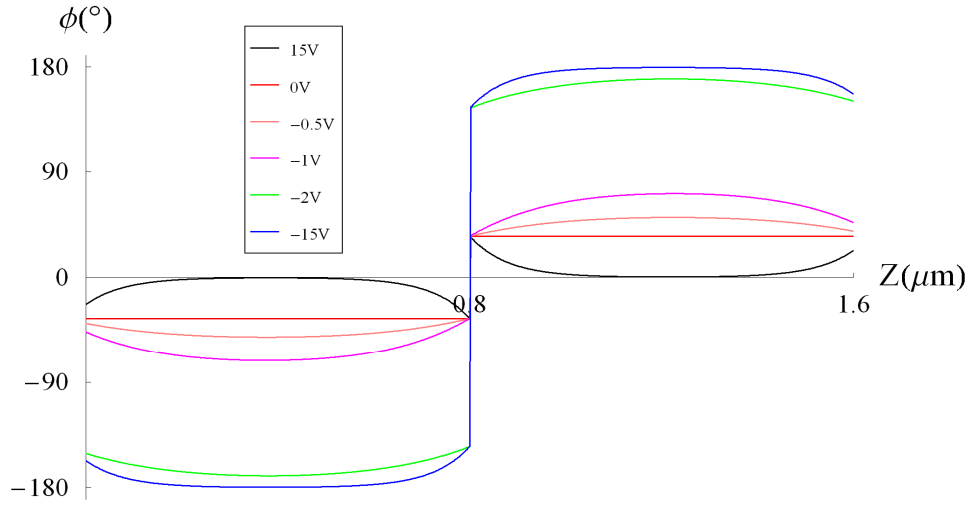


Figure III.25: Simulations des variations du profil ϕ_Z en fonction de la tension V_0 appliquée à la cellule dans le cas d'une géométrie en chevrons d'angle $\delta = 15^\circ$. Les valeurs utilisées pour les simulations sont les mêmes que pour la Figure III.13. Le passage de l'état saturé "up" à l'état saturé "down" est représenté.

Les distributions de la Figure III.25 donnent, d'après les équations (III.4.2.a) et (III.4.2.b), la répartition des angles $\theta_{in}(Z)$ et $\theta_{off}(Z)$ suivantes (Figure III.26):

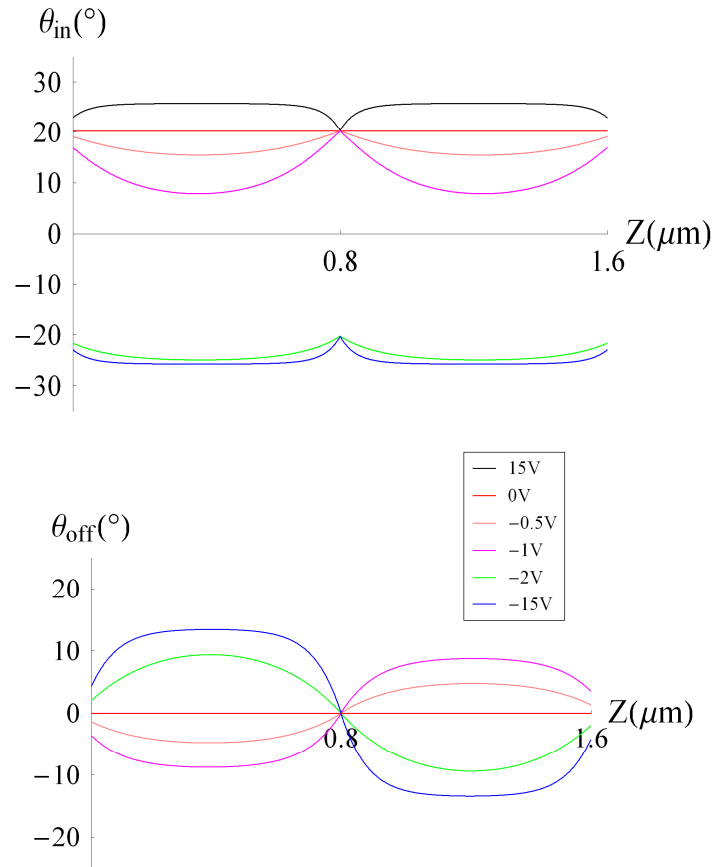


Figure III.26: Simulations des variations des angles $\theta_{in}(Z)$ et $\theta_{off}(Z)$ en fonction de la tension V_0 appliquée à la cellule résultant des profils de la Figure III.25.

La Figure III.26 fait apparaître les non-uniformités de la distribution du directeur en termes des angles $\theta_{in}(Z)$ et $\theta_{off}(Z)$. Les paramètres optiques mesurés expérimentalement résultent de la propagation du champ électromagnétique à travers ce milieu stratifié non-uniforme. Nous regardons maintenant l'influence de telles distributions sur les paramètres optiques.

4.3.4- Comportement des paramètres optiques simulés

Nous pouvons calculer les paramètres optiques R , α_R et ϵ_R issus des matrices de Mueller $[M_z]$ simulées avec les distributions de la Figure III.26. Nous évaluons ces paramètres en fonction de la tension V_0 (Figure III.27).

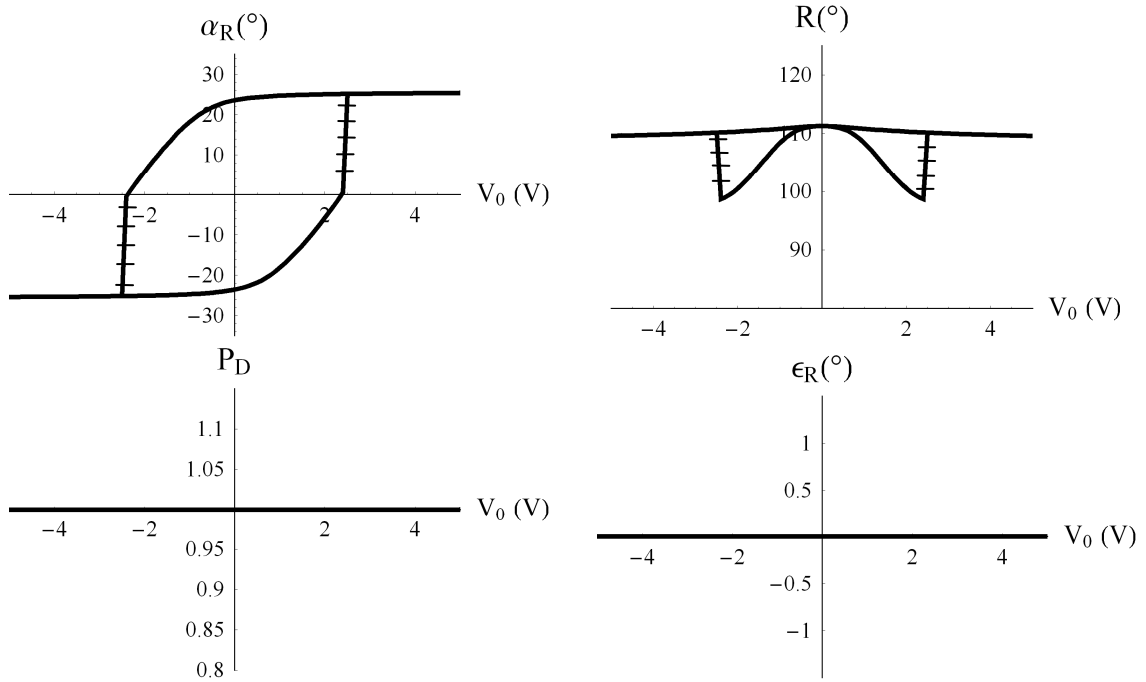


Figure III.27: Simulation des variations $R(V_0)$, $\alpha_R(V_0)$, $\epsilon_R(V_0)$ et $P_D(V_0)$ dans le cas d'une distribution non-uniforme ϕ_Z en géométrie chevron.

Nous remarquons que les courbes présentées sur la Figure III.27 sont plus proches des courbes expérimentales. En particulier, l'angle $\alpha_R(0V)$ est inférieur à l'angle $\alpha_R(\pm 5V)$, comme c'est le cas expérimentalement. En effet, les valeurs sont:

$$\alpha_R(+5V) = 25.84^\circ \quad \alpha_R(-5V) = -25.84^\circ$$

et

$$\alpha_R(0V) = 23.57^\circ \quad \alpha_R(0V) = -23.57^\circ$$

La variation du retard $R(V_0)$ est plus proche du comportement expérimental. Le paramètre ellipticité est toujours nul de part la symétrie de la distribution. Il peut par contre mettre en évidence une asymétrie du chevron. Dans nos simulations, les discontinuités sont toujours présentes, et interviennent dans ce cas particulier vers $\alpha_R \approx 0^\circ$. Cette observation n'est pas généralisable mais dépend des valeurs des paramètres (K , P_S , γ_{inp}, \dots) définies dans la simulation.

Les paramètres expérimentaux sont sensibles à la distribution non-uniforme des molécules dans la cellule, et en particulier nous pouvons mettre en évidence une structure en chevrons dans la cellule. Il est cependant difficile d'ajuster les courbes simulées par le modèle non-uniforme dans la géométrie en chevrons avec les courbes expérimentales, pour extraire des valeurs quantitatives liées à la cellule. Le seul moyen pour aller plus loin dans la caractérisation est d'utiliser le modèle uniforme, qui permet d'accéder directement grâce aux valeurs expérimentales α_R et R , à des valeurs propres à la cellule telles que (δ, ϕ, θ) . Nous nous intéressons donc aux mesures réalisées dans les états saturés ($\pm 15V$) et mémoires ($0V$). En effet, d'après la Figure III.25, les états mémoires sont théoriquement uniformes, avec une distribution $\phi_{(Z)} = \pm \phi_0$ (ou $\pm(\pi - \phi_0)$) selon le bras du chevron considéré et l'état d'origine ("up" ou "down"). Les états saturés ont majoritairement un angle azimutal $\phi_{(Z)} = 0$ ou $\pm\pi$, avec de légères discontinuités aux surfaces et à l'interface du chevron.

Nous allons donc dans la suite faire l'hypothèse d'une distribution uniforme dans les états saturés et les états mémoires. Cependant, nous ne pouvons pas exclure l'absence totale de prétilt qui pourrait être lié d'une part à des défauts d'alignement aux surfaces et d'autre part à des surfaces non parfaitement planes. Le modèle uniforme dans la géométrie chevron va donc considérer que:

- à saturation ($\pm 15V$), toutes les molécules sont alignées avec un angle $\phi_{sat}^{unif} = 0$ ou π
- à l'état mémoire ($0V$), toutes les molécules sont alignées avec un angle ϕ_0^{unif}

Remarque: En présence de prétilt, l'angle ϕ_0^{unif} est quasiment équivalent à la moyenne entre l'angle ϕ_0 (III.4.3) et $\phi_0^{prétilt}$ (III.4.4).

4.4- Interprétation de résultats expérimentaux dans le cadre d'un modèle uniforme

4.4.1- Caractéristiques accessibles dans le cadre du modèle uniforme

Dans l'hypothèse d'une distribution uniforme, l'orientation des molécules de cristal liquide est déterminée par les angles θ_{in} et θ_{off} . Or, nous pouvons écrire les coordonnées du directeur de deux manières:

$$\vec{n}(X, Y, Z) = \begin{bmatrix} \sin \theta \sin \phi^{unif} \sin \delta + \cos \theta \cos \delta \\ \sin \theta \cos \phi^{unif} \\ \sin \theta \sin \phi^{unif} \cos \delta - \cos \theta \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{in} \cos \theta_{off} \\ \sin \theta_{in} \cos \theta_{off} \\ \sin \theta_{off} \end{bmatrix} \quad (III.4.7)$$

Les angles θ_{in} et θ_{off} sont eux-mêmes liés aux valeurs expérimentales R et α_R par les relations (III.3.7) et (III.3.8). Dans le cadre de ce modèle, nous avons donc plusieurs équations à disposition, qui forment le système:

$$\alpha_R = \theta_{in} \quad (III.4.8.a)$$

$$R = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \left[\frac{n_e n_o}{\sqrt{n_e^2 \sin^2(\theta_{off}) + n_o^2 \cos^2(\theta_{off})}} - n_o \right] \quad (III.4.8.b)$$

$$\sin \theta \cos \phi^{unif} = \sin \theta_{in} \cos \theta_{off} \quad (III.4.8.c)$$

$$\sin \theta \sin \phi^{unif} \cos \delta - \cos \theta \sin \delta = \sin \theta_{off} \quad (III.4.8.d)$$

$$\sin \theta \sin \phi^{unif} \sin \delta + \cos \theta \cos \delta = \cos \theta_{in} \cos \theta_{off} \quad (III.4.8.e)$$

Le système d'équation (III.4.8) suppose que l'épaisseur de la cellule d soit constante. Nous distinguons les deux cas où l'hypothèse uniforme est vraisemblable, c'est-à-dire les états saturés et mémoires.

Dans l'état saturé, nous imposons $\phi_{sat}^{unif} = 0$ et nous notons δ^{sat} l'angle du chevron. Connaissant θ_{in} et θ_{off} d'après (III.4.8.a) et (III.4.8.b), nous pouvons en déduire l'angle du cône θ par (III.4.8.c), et ensuite δ^{sat} par (III.4.8.d) ou (III.4.8.e).

Dans l'état mémoire, nous pouvons déduire ϕ_0^{unif} de (III.4.8.c) en utilisant la valeur de θ trouvée précédemment, et ensuite δ^0 par (III.4.8.d) ou (III.4.8.e).

Nous souhaitons ainsi accéder à l'évolution de l'angle du chevron avec la tension, ce qui peut être une information intéressante pour évaluer les comportements de tels dispositifs.

4.4.2- Interprétation de résultats expérimentaux

Les matrices de Mueller ainsi que les paramètres issus de la décomposition de Lu et Chipman pour les différents états du cristal liquide sont donnés dans les Tableaux III.2.a (états saturés) et III.2.b (états mémoires). Ces mesures ont été réalisées pour une position donnée du faisceau lumineux sur la cellule, différentes de celle de la Figure III.21.

Etat "up"	Etat "down"
$\begin{bmatrix} 1 & 0.006 & 0.006 & -0.025 \\ -0.019 & 0.446 & 0.639 & -0.623 \\ -0.006 & 0.596 & 0.291 & 0.717 \\ 0.037 & 0.642 & -0.755 & -0.260 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -0.033 & -0.028 & -0.028 \\ -0.009 & 0.130 & -0.574 & 0.784 \\ 0.004 & -0.619 & 0.578 & 0.520 \\ 0.026 & -0.774 & -0.561 & -0.287 \end{bmatrix}$
$P_D^{up} = 1.000$	$P_D^{down} = 0.991$
$D^{up} = 0.026$	$D^{down} = 0.051$
$R^{up} = 104.81^\circ$	$R^{down} = 106.72^\circ$
$\alpha_R^{up} = 20.57^\circ$	$\alpha_R^{down} = -27.64^\circ$
$\epsilon_R^{up} = 0.15^\circ$	$\epsilon_R^{down} = 0.52^\circ$

Tableau III.2.a: Matrices de Mueller expérimentales et paramètres issus de la décomposition de Lu et Chipman pour les états saturés ("up" et "down").

Etat "0up"	Etat "0down"
$\begin{bmatrix} 1 & -0.001 & 0.003 & -0.031 \\ -0.012 & 0.706 & 0.546 & -0.428 \\ 0.004 & 0.525 & -0.034 & 0.836 \\ 0.023 & 0.450 & -0.853 & -0.308 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0.029 & 0.027 & 0.037 \\ -0.003 & -0.377 & 0.653 & -0.669 \\ -0.002 & 0.695 & -0.293 & -0.651 \\ -0.022 & 0.649 & 0.726 & 0.334 \end{bmatrix}$
$P_D^{0up} = 0.997$	$P_D^{0down} = 1.011$
$D^{0up} = 0.031$	$D^{0down} = 0.054$
$R^{0up} = 108.11^\circ$	$R^{0down} = 109.51^\circ$
$\alpha_R^{0up} = 13.8^\circ$	$\alpha_R^{0down} = -21.70^\circ$
$\epsilon_R^{0up} = 0.19^\circ$	$\epsilon_R^{0down} = 0.67^\circ$

Tableau III.2.b: Matrices de Mueller expérimentales et paramètres issus de la décomposition de Lu et Chipman pour les états mémoires ("0up" et "0down").

Remarques:

- Pour obtenir les valeurs de θ_{in} à partir de (III.4.8.a), il a fallu ajuster la valeur de α_R trouvée expérimentalement, qui ne correspond pas forcément à l'angle entre la direction d'alignement (X) et la projection de la molécule dans le plan de la cellule. Pour cela, nous avons symétrisé les valeurs de α_R^{up} et α_R^{down} pour déterminer la direction d'alignement. Cela donne des valeurs $\theta_{in}^{up} = 24.10^\circ$ et $\theta_{in}^{0up} = 17.33^\circ$.
- Dans l'état saturé ($\phi_{sat}^{unif} = 0$), les équations (III.4.8.c) et (III.4.8.e) donnent la relation: $\cos \delta^{sat} = \frac{\tan \theta}{\tan \theta_{in}^{sat}}$. Cela implique en particulier que $\theta_{in}^{sat} > \theta$. L'angle du cône donné par le constructeur est $\theta = 25.5^\circ$. Nous devons cependant, étant donné les valeurs expérimentales de θ_{in}^{sat} , abandonner cette valeur de référence et la calculer grâce au système (III.4.8).

D'après le système d'équations (III.4.8), nous obtenons avec les paramètres expérimentaux des Tableaux III.2, pour l'état "up", et pour une épaisseur $d=1.6\mu m$:

$$\delta^{up} = -13.91^\circ$$

$$\theta = 23.47^\circ$$

$$\phi_0^{unif} = -42.33^\circ$$

$$\delta^{0up} = -25.49^\circ.$$

Nous remarquons que l'angle du chevron à saturation est plus important que l'angle du chevron à l'état mémoire. Cependant, l'angle δ^{0up} a une valeur supérieure à l'angle du cône θ , ce qui n'est pas possible physiquement. Cela provient sans doute d'une épaisseur réelle de la cellule à l'endroit de la mesure différente de $1.6\mu m$. Pour s'en convaincre, nous simulons l'extraction des valeurs δ^{up} , δ^{0up} et θ par le système (III.4.8) en fonction de l'épaisseur de la cellule d (Figure III.28).

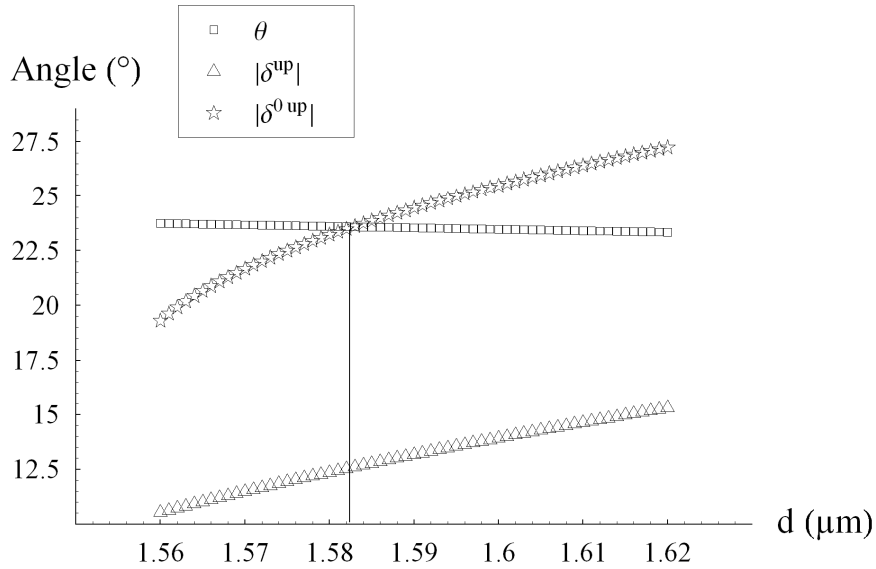


Figure III.28: Simulation du comportement des valeurs δ^{up} , δ^{0up} et θ obtenues par le système (III.4.8) en fonction de l'épaisseur d de la cellule.

Nous remarquons que ce sont essentiellement les valeurs de l'angle du chevron qui varient avec l'épaisseur de la cellule, et que ces variations sont importantes. Au dessus d'une épaisseur d'environ $1.584 \mu m$, les valeurs de δ^{0up} ne correspondent plus à une réalité physique. Il est donc difficile d'interpréter quantitativement les résultats, l'incertitude sur l'épaisseur de la cellule étant trop importante. Nous remarquons tout de même que la tendance $\delta^{0up} > \delta^{up}$ ne dépend pas du choix de l'épaisseur. Ce comportement, qui semble signer une réalité physique, peut être représenté par la Figure III.29:

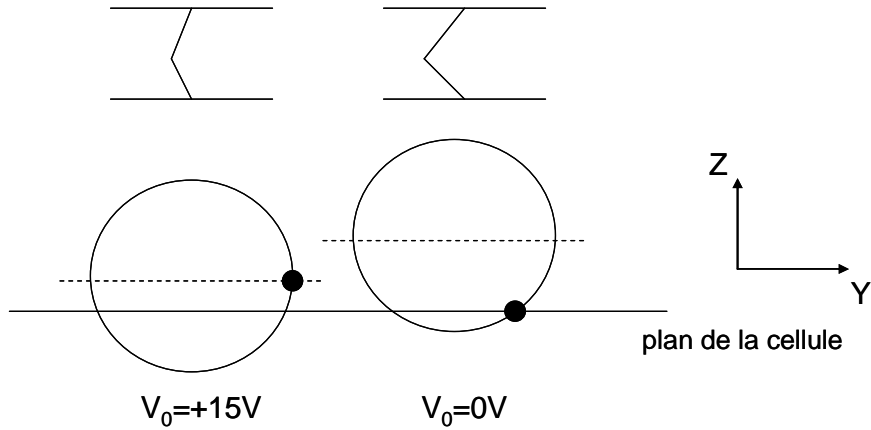


Figure III.29: Comportement des couches smectiques et des molécules de cristal liquide (dont l'extrémité est représenté par \bullet) dans l'hypothèse uniforme à saturation, et après coupure du champ électrique.

Ce comportement explique une diminution de l'angle apparent α_R associée à une augmentation de la retardance R lorsque le champ est coupé. Les valeurs numériques calculées indiquent que les couches smectiques se redressent lorsqu'un champ est appliqué et se relâchent en l'absence de champ, comme établi dans [III.23]. Cela peut s'expliquer par le fait qu'à saturation, la polarisation spontanée n'est pas alignée avec le champ à cause de la structure en chevrons. Pour réaliser cet alignement, il faut que l'angle δ diminue, ce qui est effectivement observé.

4.5- Conclusions

L'exploitation des paramètres issus de la matrice de Mueller pour les premières mesures statiques sur la cellule SSFLC pure nous permet de déterminer grossièrement la géométrie des molécules de cristal liquide. Nous sommes dans le cas d'un modèle non-uniforme avec une structure en chevrons. Cependant, les paramètres optiques à saturation et à l'état mémoire peuvent être interprétés en termes de modèle uniforme, ce qui permet de déterminer directement l'angle du chevron. Nous avons mis en évidence expérimentalement un redressement des couches smectiques lorsqu'une tension est appliquée à la cellule.

Par ailleurs, nous avons souligné la présence d'une discontinuité lors de la simulation de l'évolution des paramètres R et α_R avec la tension. Cette discontinuité est peut être liée au fait qu'il faudrait prendre en compte une non-uniformité de la répartition des molécules dans le plan de la cellule. Cette non-uniformité semble être inférieure à la longueur d'onde, car n'est pas mise en évidence par le paramètre indice de dépolarisation

L'étude expérimentale menée jusqu'à présent est liée à une faible zone d'investigation (moyenne sur la taille du faisceau). Il est intéressant de voir si la structure et le comportement mis en évidence dans ce paragraphe sont les mêmes partout dans la cellule. Nous allons donc répéter cette expérience en faisant une image de l'échantillon.

5- Caractérisation statique en différentes zones de la cellule SSFLC

5.1- Principe d'obtention de l'image

Le polarimètre développé dans cette thèse n'est pas imageur. Il faut donc, pour avoir une cartographie de l'échantillon, déplacer celui-ci dans un plan perpendiculaire au rayon incident, qui est le plan (X,Y) dans notre étude. La cellule de cristal liquide a donc été placée sur une platine de translation à deux dimensions, contrôlée par un programme *Labview*. Ce programme a été réalisé de manière à synchroniser l'acquisition de la matrice de Mueller avec le déplacement discret de la platine. Tant que la platine n'a pas fini son déplacement, toute acquisition est impossible. De même, le déplacement de la platine au point suivant ne peut être déclenché tant que l'acquisition au point considéré n'est pas terminée. Les caractéristiques de l'acquisition (délai, accumulation,...) sont toujours ajustables dans le logiciel *WinSpec*. Le déplacement de la platine d'une position donnée à sa voisine, associé à l'acquisition d'une matrice de Mueller prend environ une seconde, et il faut donc environ $6min$ pour obtenir une image composée de 400 points (20×20), ce qui correspond à une surface explorée de $1cm^2$ avec un pas de déplacement de $0,5mm$. Le schéma du principe est représenté sur la Figure III.30:

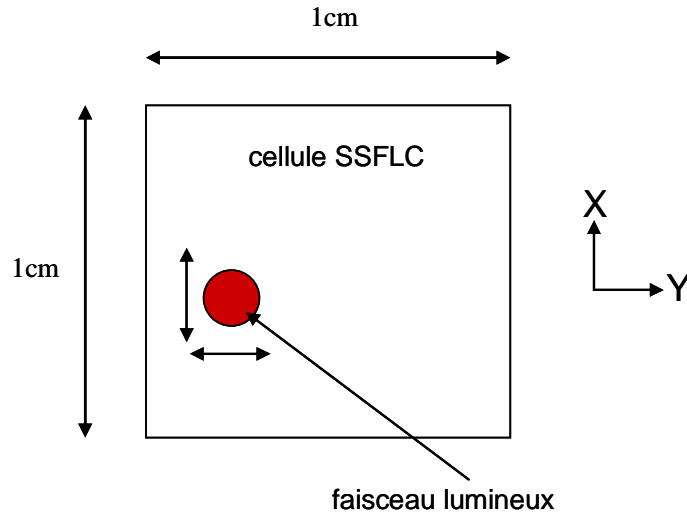
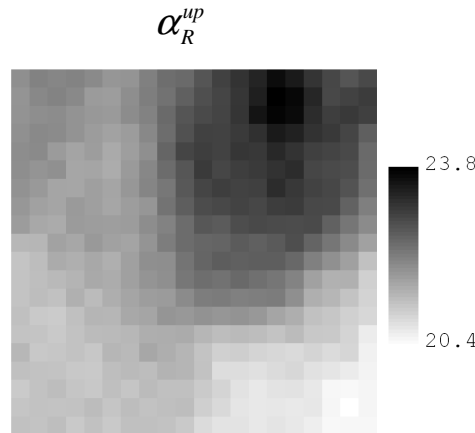


Figure III.30: Principe d'obtention d'une image de la cellule SSFLC.

Nous faisons ainsi l'acquisition de 400 matrices de Mueller, que nous décomposons de manière à obtenir les paramètres polarimétriques. Nous obtenons des images codées en paramètres (α_R , R , ε_R , P_D et D). Par exemple, l'image brute obtenue sur le paramètre α_R^{up} de l'état "up" est représentée sur la Figure III.31:

Figure III.31: Image brute codée en paramètre α_R^{up} .

Le codage est réalisé en niveaux de gris, c'est-à-dire que la valeur la plus faible du paramètre apparaît en blanc, et la valeur la plus forte en noir, selon l'échelle indiquée sur la figure. Bien que l'on puisse distinguer plusieurs zones d'angles apparents différents, l'image est très pixellisée et les variations entre les zones sont assez brusques. Nous avons donc appliqué un traitement numérique à cette image afin d'optimiser son aspect. Dans le but de "lisser" les variations, nous avons tout d'abord appliqué un filtre gaussien à la transformée de Fourier spatiale de l'image brute. Cela permet en effet de ne garder que les variations lentes et gommer les détails. Pour s'affranchir de la pixellisation due au faible nombre d'acquisitions, nous avons réalisé une interpolation de l'image à deux dimensions, ce qui consiste d'un point de vue matriciel à rajouter des zéros à la transformée de Fourier spatiale de l'image brute. Le schéma du traitement, ainsi que l'effet obtenu sur l'image est présenté sur la Figure III.32:

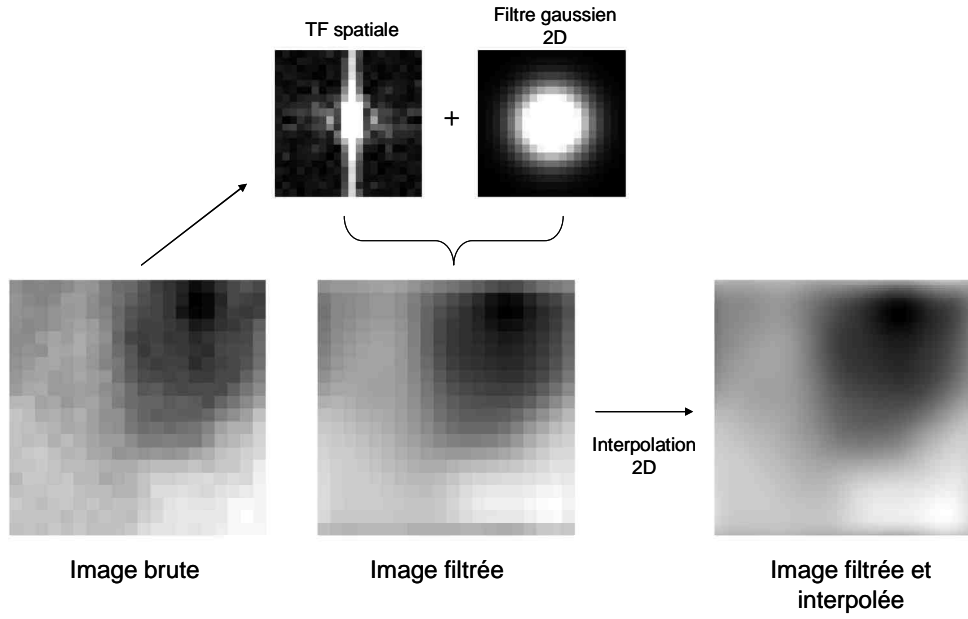


Figure III.32: Procédure d'amélioration de l'image brute.

5.2- Images codées avec les paramètres polarimétriques

Nous regardons maintenant les variations de tous les paramètres en fonction de la position dans la cellule, dans le but de mettre en évidence des inhomogénéités spatiales dans l'échantillon. Nous présentons dans cette partie les images codées en paramètres polarimétriques (α_R , R , ε_R , P_D et D) pour l'état "up" (Figure III.33).

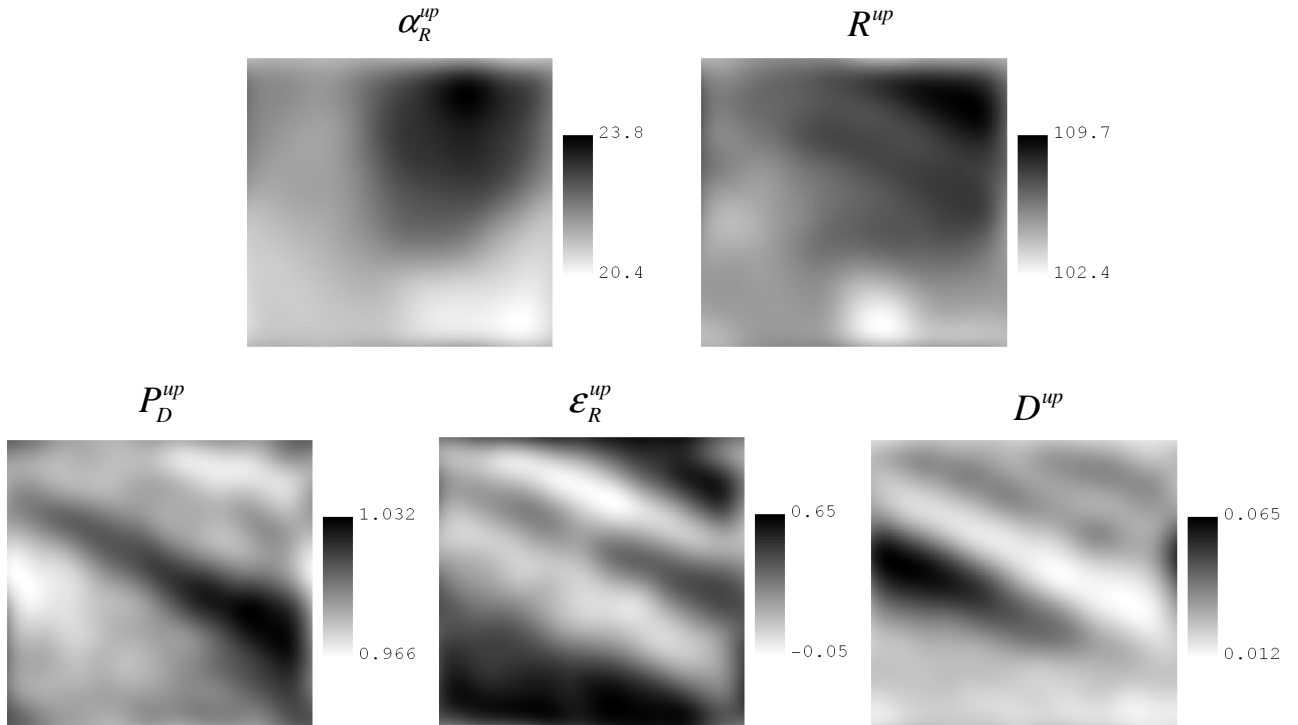


Figure III.33: Images codées en paramètres polarimétriques dans l'état "up" pour une zone de 1cm^2 de la cellule SSFLC.

Nous notons que sur toute la surface explorée de la cellule, le paramètre indice de dépolarisation P_D est en moyenne égal à l'unité. Les valeurs différentes de l'unité sont essentiellement dues au bruit expérimental. Nous devinons la même tendance sur le paramètre D , qui est par nature fortement entaché de bruit (D est issu de la matrice brute avant toute opération de filtrage, et calculé à partir de seulement trois coefficients). Le paramètre ε_R est inférieur à 1° sur toute la surface de la cellule. Les seuls paramètres qui vont nous être utiles sont donc α_R et R . Nous remarquons que ces paramètres sont peu bruités, et donc que leurs variations sont essentiellement dues à des différences de structures dans la cellule.

L'image codée en α_R^{up} présente une dispersion d'angle apparent d'environ 3° . L'image codée en R^{up} fait apparaître des différences importantes de la valeur de ce paramètre (jusqu'à environ 7°). Ces différences ne peuvent être liées, d'après (III.3.8.a), qu'à deux effets: des différences d'épaisseur où des différences d'orientations des molécules par rapport au plan de la cellule (θ_{off}). Pour tenter de discriminer l'une ou l'autre de ces causes, il est intéressant, à la manière de ce qui a été entrepris dans la partie 4, de comparer les états saturés et mémoires. L'expérience est donc répétée pour les états "up", "down", "0up" et "0down". Les résultats sont présentés sur la Figure III.34.

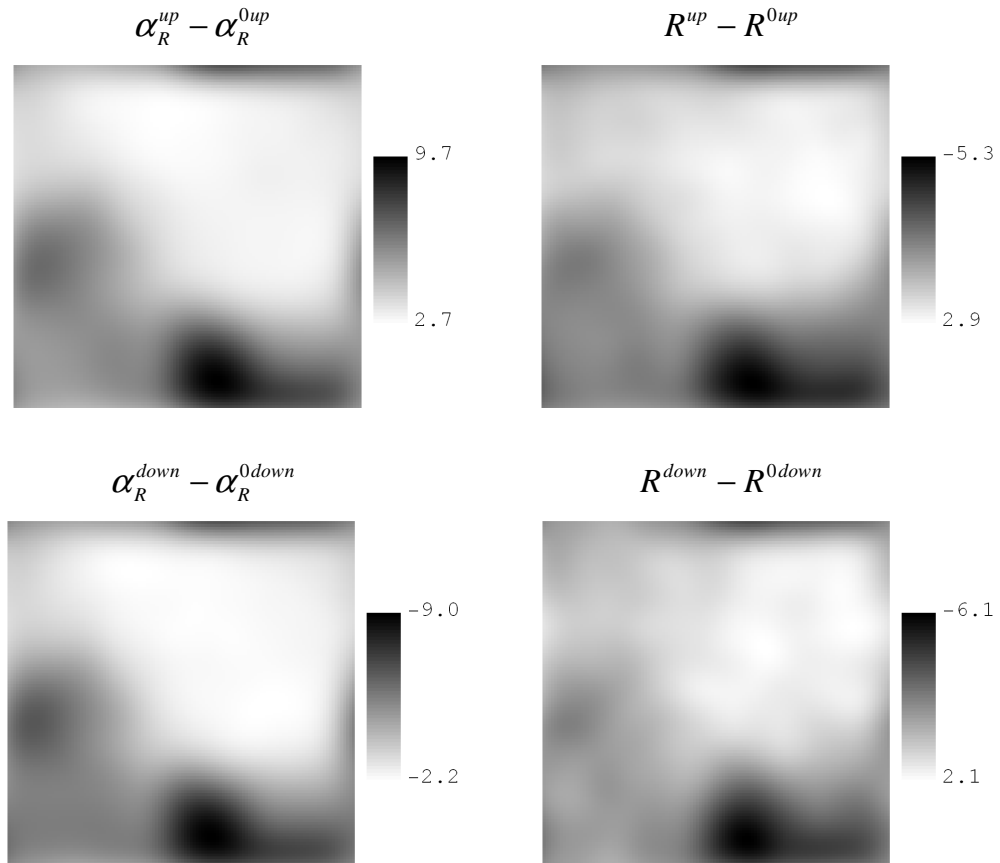


Figure III.34: Comparaison des paramètres α_R et R entre les états saturés et mémoires.

Nous observons clairement une forte corrélation entre les images codées en $\alpha_R^{sat} - \alpha_R^{mem}$ et codées en $R^{sat} - R^{mem}$. Cela est significatif de différences notables de structures sur la zone explorée de la cellule, en particulier des différences de structure en chevrons. Nous notons aussi

une corrélation de ces images avec l'image codée en R^{up} , ce qui prouve que les variations spatiales de ce paramètre sont majoritairement associées à des différences d'angles θ_{off} . Nous pouvons en déduire que l'angle du chevron n'est pas homogène sur toute la cellule. En effet, une zone où le retard est faible à saturation correspond à une zone où l'angle du chevron est élevé. Ces zones correspondent bien aux zones où les différences $\alpha_R^{sat} - \alpha_R^{mem}$ et $R^{sat} - R^{mem}$ sont les plus importantes, ce qui est aussi significatif d'un angle du chevron plus important (variations de la bistabilité).

Dans la partie suivante, nous donnons quelques interprétations quantitatives des valeurs obtenues en différentes zones de l'échantillon, dans l'hypothèse du modèle uniforme.

5.3- Interprétation des résultats: structure des couches smectiques

Nous avons vu que la distribution des molécules dans une structure en chevrons peut être considérée comme uniforme dans les états saturés et les états mémoires. Nous pouvons donc calculer, dans cette hypothèse, les grandeurs θ , δ^{sat} , δ^0 et ϕ_0^{unif} par le système d'équations (III.4.8). On obtient ainsi des images codées en paramètres θ , δ^{sat} , δ^0 et ϕ_0^{unif} pour les état "up" et "0up" (Figure III.35). L'épaisseur de la cellule est prise constante à $d=1.58\mu m$.

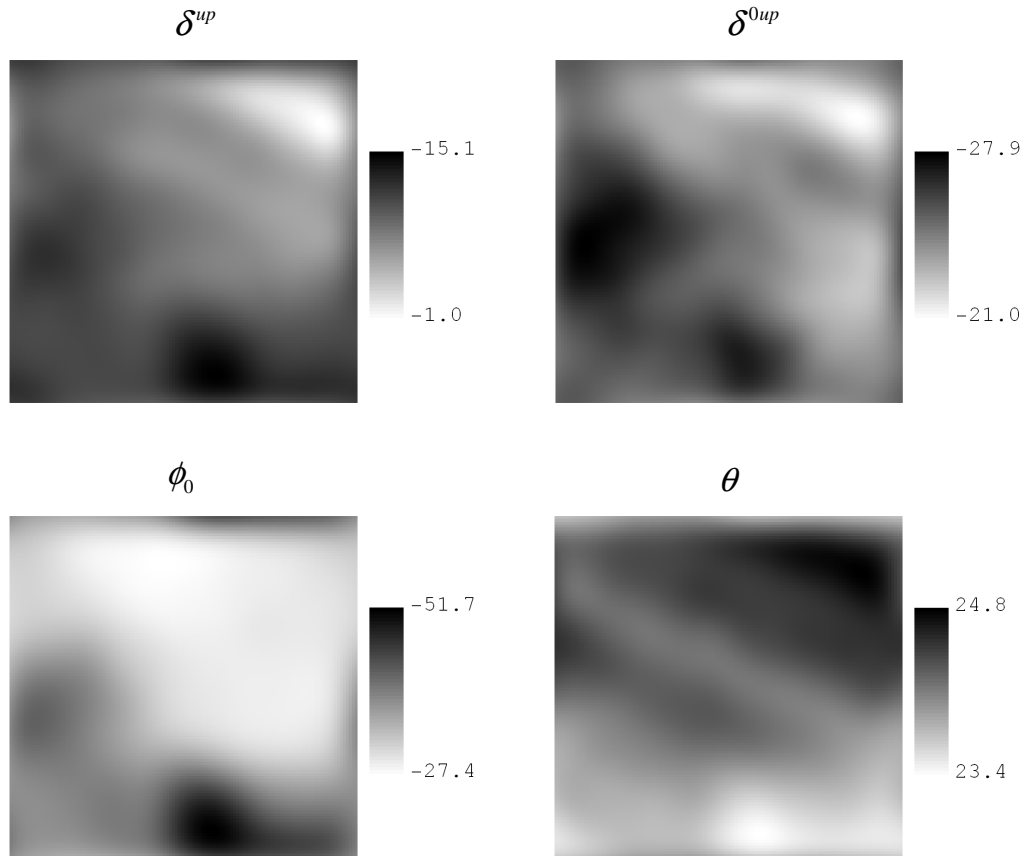


Figure III.35: Images codées en paramètres δ^{up} (angle du chevron à saturation), δ^{0up} (angle du chevron à l'état mémoire), θ (angle du cône) et ϕ_0^{unif} (angle azimutal à l'état mémoire) pour l'état "up".

Nous remarquons sur toute la surface de la cellule une différence notable entre l'angle du chevron à saturation et à l'état mémoire, ce qui a déjà été commenté précédemment. En l'absence de champ électrique, l'angle du chevron se situe aux alentours de l'angle du cône, ce qui a été confirmé par l'étude de diffraction des rayons X. Cependant, les valeurs obtenues par notre méthode et dans nos hypothèses sont un peu supérieures à celles attendues, l'angle du chevron ne pouvant théoriquement jamais être supérieur à l'angle du cône θ . Nous avons mis en évidence précédemment que cet effet peut être dû à une imprécision sur la valeur de l'épaisseur de la cellule, qu'il nous est impossible de déterminer précisément de manière expérimentale. Finalement, l'angle du cône θ est aussi légèrement inférieur à la valeur indiquée par le constructeur $\theta=25.5^\circ$, ce qui peut être interprété comme un léger aplatissement du cône smectique dans le dispositif SSFLC. L'image codée en ϕ_0^{unif} est, par nature, fortement corrélée avec l'image codée en paramètre ϕ^0 .

Bien que l'interprétation quantitative de la structure des couches ne soit pas très précise, nous remarquons qu'elle donne tout de même des valeurs assez proches de la réalité. Les différences viennent probablement de défauts d'épaisseurs dans la cellule (nous avons considéré une épaisseur constante égale à $1,58\mu m$ sur toute la surface explorée) qu'il faudrait prendre en compte. Cependant, les images polarimétriques peuvent mettre en évidence des zones de structurations différentes, avec une bonne résolution en (X,Y) . Visiblement, la structure en chevrons et les évolutions de ce dernier varient en fonction de la position sur la cellule.

5.4- Diffraction par les stripes

5.4.1- Structure en stripes

Les "stripes" (ou "chevrons horizontaux") sont des ondulations des couches smectiques en surface de la cellule. Lorsque l'on applique un champ électrique à une cellule SSFLC, le redressement des couches smectiques induit une variation de la distance entre les couches ce qui est incompatible avec l'ancrage rigide aux surfaces. Pour se mettre dans une configuration plus favorable, les couches smectiques ont tendance à former une structure en chevrons, mais cette fois-ci dans le plan de la cellule [III.24, III.25], comme représenté sur la Figure III.36.

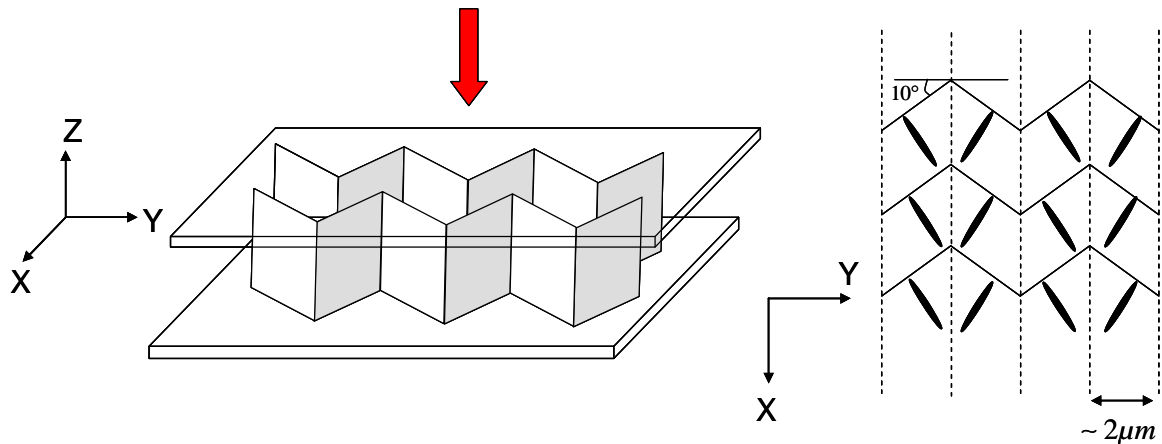


Figure III.36: Structure en "stripes" dans une cellule SSFLC.

La périodicité de cette structure est directement liée à l'épaisseur de la cellule, soit environ $2\mu m$. La conséquence de la formation d'une telle structure est la création d'un réseau de phase, qui génère de la diffraction. En effet, la lumière polarisée suivant X voit le même déphasage quelle que soit l'alternance de l'orientation des molécules, mais la composante polarisée suivant Y voit un réseau de phase car la projection du directeur suivant Y a un signe opposé d'un motif à l'autre. Cela a pour conséquence de générer de la diffraction de la lumière incidente dans la direction perpendiculaire à ce réseau (et donc à la direction de broissage), ce qui a été vérifié avec un laser He-Ne. La périodicité du réseau de phase n'étant pas parfaite, on observe des lobes de diffraction assez larges.

5.4.2- Corrélation des figures de diffraction avec les images

Les différences de structures en chevrons au sein de la cellule ont été corrélées avec des études menées en diffraction lumineuse. Dans une zone où l'angle du chevron est faible (zone en quasi-bookshelf), on s'attend à avoir la présence de la structure en stripes, plus favorable énergétiquement, et donc un signal de diffraction important. Au contraire, dans une zone où l'angle du chevron est important (les couches ne se redressent pas totalement), on s'attend à ne pas avoir de structure en stripes, et donc pas de diffraction. Nous avons en effet remarqué des différences notables sur les figures de diffraction générées par les stripes en différents endroits de la cellule. En particulier, dans les zones où l'angle du chevron est le plus faible à saturation, la diffraction est très importante alors que dans les zones où l'angle du chevron est au contraire fort, la diffraction est inexistante (Figure III.37).

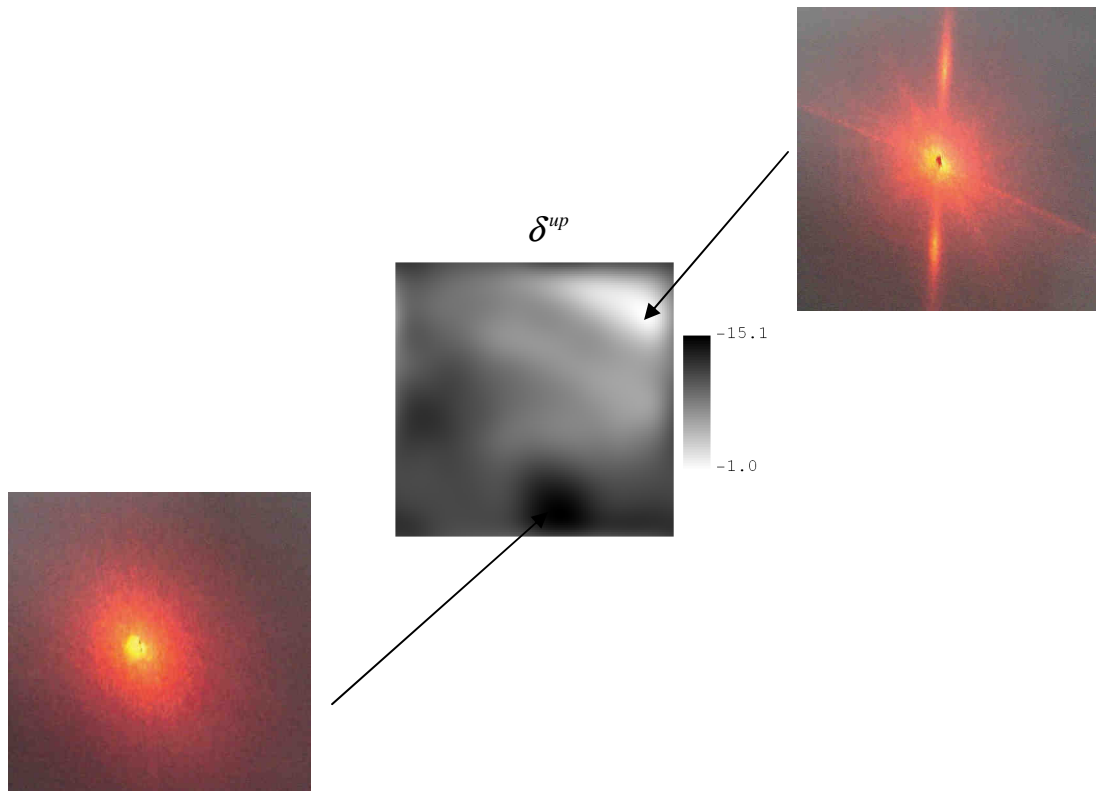


Figure III.37: Diffraction de la lumière issue d'un laser He-Ne polarisé en différentes zones de la cellule SSFLC.

Cet effet vient conforter le fait que l'on peut mettre en évidence des structurations grâce au polarimètre de Mueller instantané. Les effets observés sur les images codées en paramètres polarimétriques sont réellement liés à des différences de structurations verticales des couches smectiques dans la cellule.

Cependant, il nous faut évaluer l'influence de cette structure en stripes (horizontale) sur les paramètres optiques mesurés expérimentalement (α_R , R , ε_R et P_D), ce qui n'a pour l'instant pas du tout été considéré.

5.4.3- Influence sur les paramètres optiques expérimentaux

La structure en stripes implique une distribution des molécules non-uniforme dans le plan (X,Y). Nous supposons que ces ondulations dans le plan de la cellule sont décrites par une fonction périodique du type:

$$\tan(\beta_{(Y)}) = -\frac{2\pi}{\Delta} A \sin\left(\frac{4\pi}{\Delta} Y\right) \quad (\text{III.5.1})$$

où $\beta_{(Y)}$ représente l'angle entre le repère du laboratoire et le repère lié à la molécule, Δ la période du signal périodique et A son amplitude. La représentation graphique des stripes est représentée sur la Figure III.38.

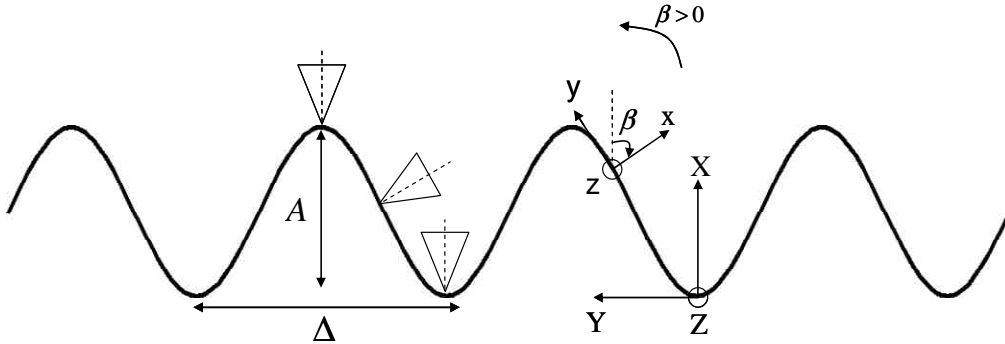


Figure III.38: Représentation du repère de la molécule dans le repère du laboratoire dans le cas d'une structure en stripes.

L'orientation du repère de la molécule varie en fonction de la position selon Y . L'angle des stripes étant en général de l'ordre de grandeur de l'angle du chevron, nous prenons la valeur de 10° pour l'angle maximal entre le repère du laboratoire et le repère de la molécule. La forme des stripes a été définie de manière sinusoïdale dans le but d'assurer la continuité du directeur d'une "stripe" à l'autre. Nous considérons que les couches sont parfaitement redressées selon l'axe Z , c'est-à-dire que nous sommes dans la géométrie bookshelf selon l'épaisseur de la cellule, avec une distribution du directeur uniforme selon Z . Cette organisation des molécules dans l'espace nous amène à modifier les définitions (III.2.4) et (III.2.5) des angles θ_{in} et θ_{off} par rapport à la géométrie bookshelf. Ces angles deviennent:

$$\theta_{in}(Y) = \tan^{-1} \left[\frac{\sin \theta \cos \phi \cos \beta_{(Y)} + \cos \theta \sin \beta_{(Y)}}{\cos \theta \cos \beta_{(Y)} - \sin \theta \cos \phi \sin \beta_{(Y)}} \right] \quad (\text{III.5.2.a})$$

$$\theta_{off} = \sin^{-1} [\sin \theta \sin \phi] \quad (\text{III.5.2.b})$$

Nous avons évoqué le fait que cette structure en stripes est équivalente, pour l'onde lumineuse arrivant sur la cellule, à un réseau de phase selon la direction Y . Cette structure génère donc de la diffraction. La détection se faisant en champ lointain (voir Figure II.5), le champ électrique diffracté $\vec{E}_{D(\vec{k}_\perp, Z)}$ peut donc s'écrire en fonction du champ électrique $\vec{E}_{s(\vec{r}, Z)}$ au niveau de la surface diffractante, c'est-à-dire la cellule de cristal liquide:

$$\vec{E}_{D(\vec{k}_\perp, Z)} = \iint \vec{E}_{s(\vec{r}, Z)} e^{-j\vec{k}_\perp \cdot \vec{r}} dXdY \quad (\text{III.5.3})$$

où \vec{k}_\perp est la variable conjugué de \vec{r} dans l'espace de Fourier. Dans la configuration de l'expérience, la présence de lentille et de miroir entraîne un filtrage spatial (Figure III.39) de l'onde diffractée, l'intensité lumineuse détectée correspond donc uniquement à l'ordre 0 de la diffraction ($\vec{k}_\perp = 0$).

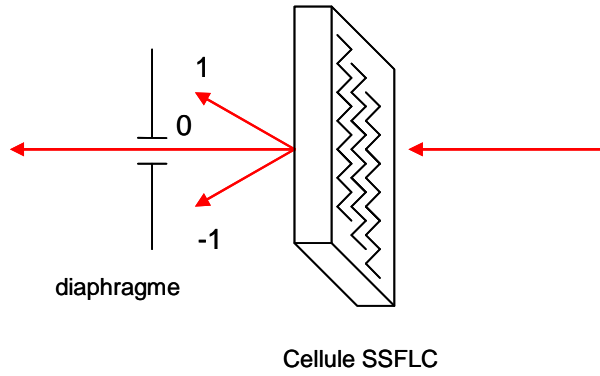


Figure III.39: Filtrage spatial par le diaphragme des ordres 1 et -1 de la diffraction par les stripes.

Dans ce cas, le champ électrique détecté s'écrit donc:

$$\vec{E}_{D(\vec{0}, Z)} = \iint \vec{E}_{s(\vec{r}, Z)} dXdY \quad (\text{III.5.4})$$

Le champ électrique $\vec{E}_{s(\vec{r}, Z)}$ peut s'écrire, d'après le formalisme de Jones, à partir du champ électrique incident $\vec{E}_{e(\vec{r}, Z)}$:

$$\vec{E}_{s(\vec{r}, Z)} = \left[T_{(\vec{r}, Z)} \right] \vec{E}_{e(\vec{r}, Z)} \quad (\text{III.5.5})$$

où $\left[T_{(\vec{r}, Z)} \right]$ est la matrice de Jones d'un biréfringent linéaire dont le retard et l'axe rapide sont liés aux angles θ_{in} et θ_{off} définis dans (III.5.2). L'onde incidente étant une onde plane cohérente, le champ électrique $\vec{E}_{e(\vec{r}, Z)}$ n'est pas dépendant de la coordonnée \vec{r} et s'écrit donc plus simplement $\vec{E}_{0(Z)}$. Le champ diffracté devient finalement:

$$\vec{E}_{D(\vec{0}, Z)} = \left[\iint \left[T_{(\vec{r}, Z)} \right] dXdY \right] \vec{E}_{0(Z)} \quad (\text{III.5.6})$$

La matrice de Jones associée au champ électrique détecté résulte donc de la somme cohérente des matrices de Jones associées à chaque position \vec{r} sur la cellule:

$$\left[T_{(\vec{r},Z)}^{tot} \right] = \iint \left[T_{(\vec{r},Z)} \right] dXdY \quad (\text{III.5.7})$$

La détection à l'ordre 0 ne fait donc pas intervenir de phénomènes de dépolarisation (somme cohérente car le motif n'est pas aléatoire). Les paramètres polarimétriques associés à la cellule de cristal liquide résultent donc de la décomposition de la matrice de Jones $\left[T_{(\vec{r},Z)}^{tot} \right]$.

Nous avons donc simulé les paramètres R et α_R dans le cas d'une géométrie en stripes, pour l'état saturé "up" ($\phi = 0$), en fonction du rapport entre la largeur W_{laser} faisceau lumineux incident et la période des stripes. Le résultat est présenté sur la Figure III.40.

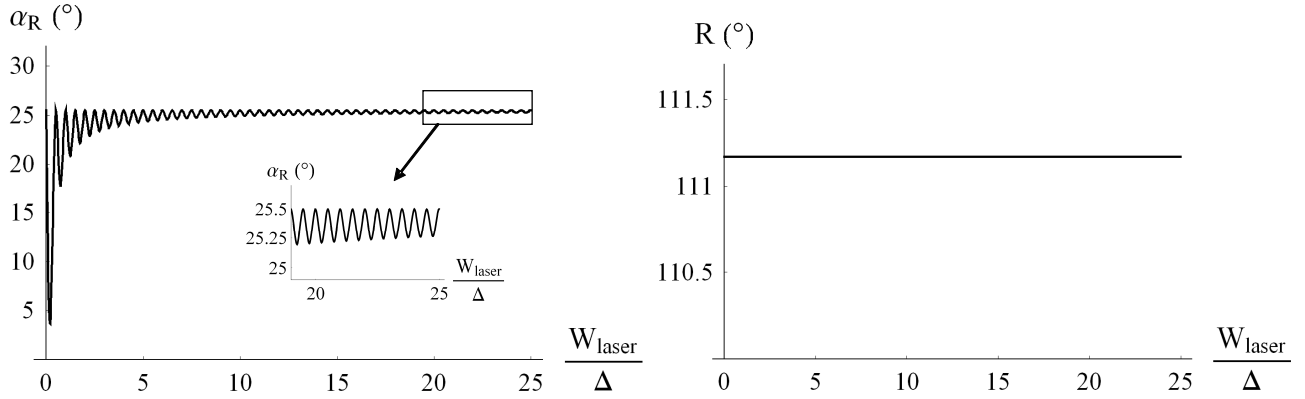


Figure III.40: Simulation des paramètres R et α_R issus de la matrice de Jones $\left[T_{(\vec{r},Z)}^{tot} \right]$ en fonction du rapport entre la largeur W_{laser} faisceau lumineux incident et la période des stripes.

Le retard R ne varie pas en fonction du nombre d'ondulations éclairé et est égal à sa valeur dans la géométrie bookshelf (111.17° pour $1,6\mu m$ d'épaisseur). Par contre, l'angle α_R varie en fonction du nombre d'ondulations éclairé, et tend lui aussi vers sa valeur de la géométrie bookshelf ($25,5^\circ$). La taille transverse du faisceau étant environ égale à $250 \times \Delta$, nous pouvons donc considérer que les paramètres mesurés dans notre expérience sont équivalents à ceux obtenus en géométrie bookshelf.

Etant donné la géométrie de notre expérience (détection à l'ordre 0), les paramètres polarimétriques mesurés avec le polarimètre instantané sont insensibles à la structure en stripes (ondulation horizontale dans le plan (x,y) de la cellule, cf Figure III.36). Nous pouvons donc considérer que l'onde lumineuse ne voit pas cette ondulation dans le plan de la cellule. Les stripes ont donc permis de corréler les mesures polarimétriques avec les expériences de diffraction, et ont ainsi confortés les variations d'angle du chevron mises en évidence au sein de la cellule. Nous avons également prouvé que la structure en stripes n'a pas d'influence sur les paramètres polarimétriques, ce qui permet de négliger cette structure (en tout cas pour des tailles de faisceau lumineux suffisamment importantes).

5.5- Conclusions

L'interprétation des matrices de Mueller expérimentales sur une surface importante de l'échantillon nous a permis de mettre en évidence des zones différentes de structuration verticale

(perpendiculaire au plan de la cellule) des couches smectiques au sein d'une même cellule SSFLC. Ces observations résultent d'expériences menées à tension fixée (saturation, mémoire). Nous souhaitons à présent observer les dynamiques d'évolution entre les états saturés "up" et "down", en fonction des différentes zones mises en évidence. Outre le fait de proposer des interprétations physiques des comportements dynamiques dans une cellule SSFLC, la partie suivante vise à prouver la capacité du polarimètre instantané à décrire des phénomènes transitoires à des échelles de temps très courtes ($\sim 100\mu s$).

6- Comportements dynamiques dans la cellule SSFLC

6.1- Principe de la mesure

Nous voulons accéder à la dynamique pour passer de l'état saturé "up" à l'état saturé "down". La tension appliquée à la cellule est une fonction créneau d'amplitude $\pm 15V$ à la fréquence de $30Hz$. Le générateur de tension est synchronisé avec le détecteur grâce au signal TTL. La durée d'une transition "up" / "down" étant d'environ $100\mu s$, il faut pour avoir une bonne résolution temporelle effectuer des acquisitions pendant moins de $10\mu s$, avec une durée entre deux acquisitions successives également inférieure à $10\mu s$. Cependant, dans sa configuration actuelle, le système de contrôle de la caméra (ST-133) ne permet de faire des acquisitions que toutes les $1ms$ environ (temps de décharge de la caméra CCD assez long). Il est donc impossible, à partir d'un top de départ, d'effectuer les acquisitions successives sur uniquement une période. Les mesures temporelles sont donc réalisées période par période, le délai t_i de l'acquisition étant augmenté à chaque période pour reconstruire la transition entièrement (Figure III.41). Pour augmenter le rapport signal sur bruit, plusieurs accumulations du signal sont effectuées à chaque délai.

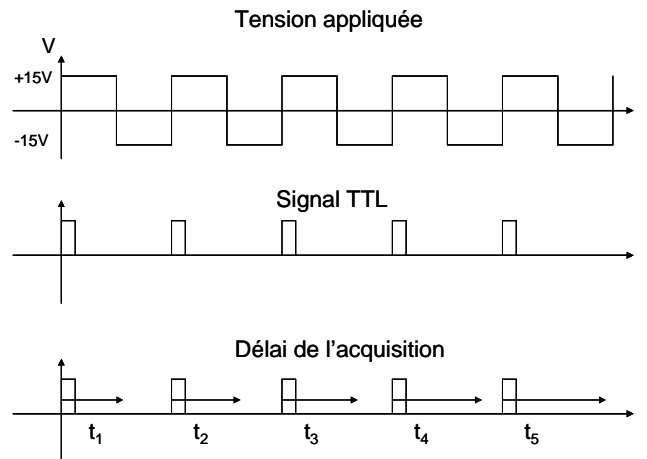


Figure III.41: Schéma du principe de l'acquisition d'une dynamique de transition "up" / "down".

6.2- Dynamique d'une transition "up" / "down" et répétabilité

Les résultats des dynamiques de transition présentés dans la suite correspondent à des expériences menées avec une porte temporelle d'acquisition de $5\mu s$ et un incrément de $7.5\mu s$,

chaque position temporelle résultant de 30 accumulations. Au total, 50 positions temporelles sont enregistrées. Le basculement du champ électrique a lieu à $t = 100\mu s$. Chaque matrice de Mueller est décomposée et nous présentons l'évolution des paramètres α_R , R , ε_R et P_D en fonction du temps. Les résultats présentés sur la Figure III.42 correspondent à une position de la cellule donnée (zone 1, voir Figure III.44).

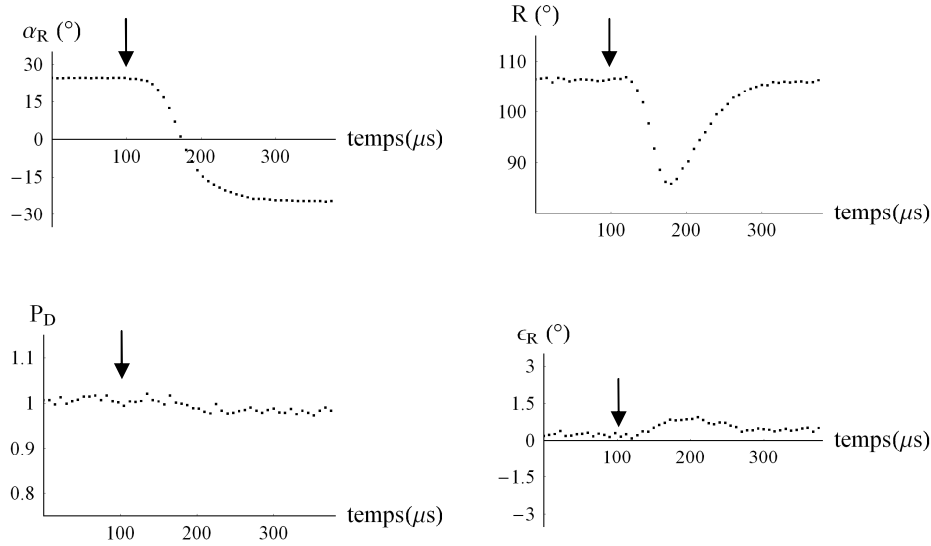


Figure III.42: Evolution expérimentale des paramètres polarimétriques α_R , R , ε_R et P_D en fonction du temps lors d'une transition "up" / "down". La flèche représente l'instant du basculement de la tension de $+15V$ à $-15V$.

Les résultats obtenus montrent que le comportement des molécules à la transition est correctement décrit, les courbes ayant des variations largement exploitables, en particulier pour les paramètres α_R et R . Le fait que la dépolarisation soit proche de l'unité pendant toute la durée de la transition signe, d'une part, que la durée d'acquisition d'un point est suffisamment courte pour ne pas faire un moyennage temporel de propriétés polarimétriques, et, d'autre part, que le comportement des molécules est collectif dans le plan (X,Y) . L'ellipticité varie peu et reste proche de zéro ce qui signifie que même si la distribution en profondeur des molécules est non-uniforme à cause de la structure en chevrons, elle reste à peu près symétrique par rapport au milieu de la cellule pendant la transition, sauf au début où l'on peut noter une légère augmentation de l'ellipticité, vraisemblablement signe d'une légère asymétrie du chevron.

La méthode d'acquisition de la réponse temporelle des molécules nécessitant une synchronisation de la tension appliquée avec la détection, il faut s'assurer que le phénomène étudié est répétable. Le "jitter" du générateur de tension est très faible ($<25ns$) et ne peut avoir d'influence sur les mesures. Par contre, il faut s'assurer de la répétabilité du comportement des molécules, pour une même variation de tension appliquée. L'expérience a donc été répétée une dizaine de fois. Les courbes temporelles correspondant à chaque expérience menée sont superposées sur la Figure III.43. Ces courbes correspondent à une zone de la cellule différente de celle présentée sur la Figure III.42 (zone 3 de la Figure III.44). Nous avons choisi une zone où l'indice de dépolarisation varie à la transition pour évaluer la répétabilité de ce paramètre. L'origine de la dépolarisation à la transition sera discutée plus loin.

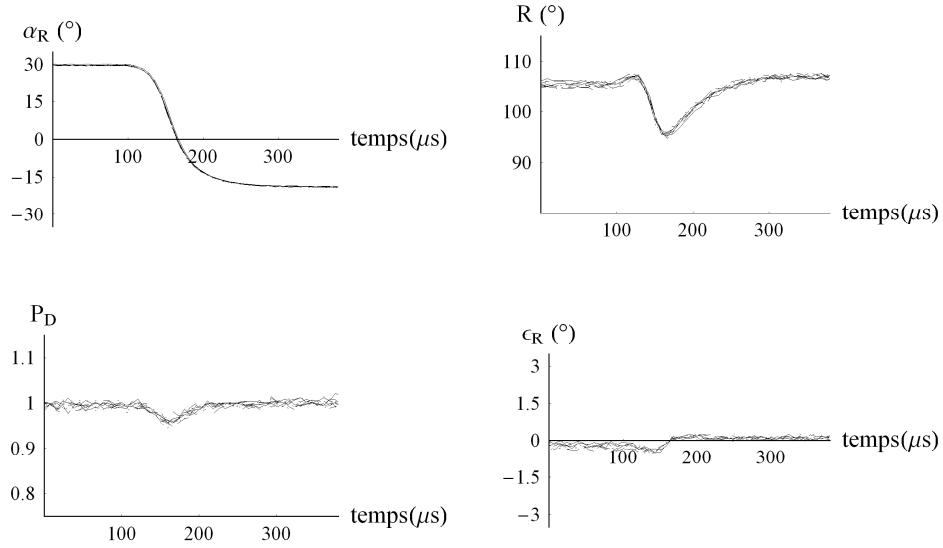


Figure III.43: Répétabilité de l'évolution des paramètres polarimétriques en fonction du temps lors d'une transition "up" / "down". Les courbes superposées correspondent à 10 expériences espacées dans le temps.

Nous constatons une forte répétabilité de l'évolution des paramètres, ce qui prouve la fiabilité de mener les expériences de dynamique avec la stratégie de synchronisation.

Nous allons donc effectuer des expériences de suivi temporel des paramètres polarimétriques pour les différentes zones de la cellule mises en évidence lors de la caractérisation statique.

6.3- Corrélation des dynamiques avec l'étude statique

Nous présentons sur la Figure III.44 les résultats de trois expériences de suivi temporel de la dynamique de transition "up" / "down", menées en différents endroits de la cellule. Nous avons choisi trois zones bien particulières: une zone en quasi-bookshelf à saturation (zone 1), une zone avec un fort chevron à saturation (zone 2) et une zone intermédiaire (zone 3). Nous précisons que la zone 1 présente une forte diffraction par les stripes, la zone 3 une diffraction plus modérée et la zone 2 ne présente pas du tout de diffraction.

Nous remarquons des différences notables entre les évolutions temporelles des paramètres selon la zone explorée.

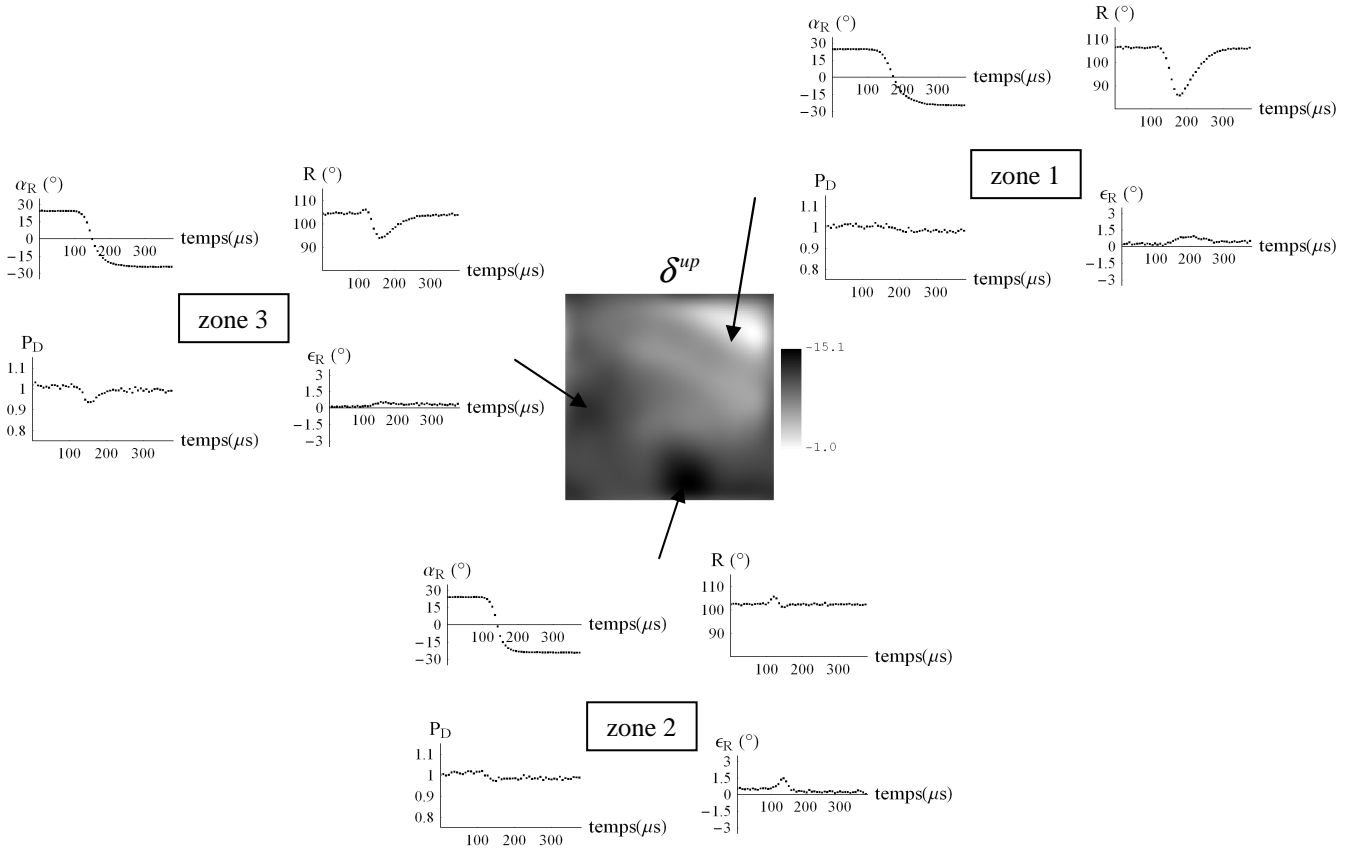


Figure III.44: Evolution temporelle des paramètres polarimétriques α_R , R , ϵ_R et P_D dans différentes zones de la cellule SSFLC.

Dans les zones 1 et 2, l'indice de dépolarisation reste constant mais dans la zone 3, on note une augmentation de la dépolarisation (qui correspond à une diminution de l'indice de dépolarisation P_D) pendant la transition. Ceci peut être expliqué par les différences également observées au niveau de l'évolution de l'angle $\alpha_R(t)$. En effet, la transition est plus rapide dans la zone 2 que dans la zone 1. Il y a donc des différences de dynamiques de transition dans la cellule. Si le faisceau lumineux explore une zone où il y a plusieurs domaines (macroscopique et donc peu de génération de diffusion) avec des dynamiques différentes, cela peut générer de la dépolarisation juste au moment de la transition. En effet, le faisceau incident voit, à un instant donné de la transition, des zones où l'angle apparent est différent et cela a pour conséquence de générer de la dépolarisation sur la matrice de Mueller expérimentale, comme démontré dans le paragraphe 3.3.3.2 de ce chapitre. Dans notre étude, nous voyons donc que la dépolarisation signe la présence de domaines de tailles macroscopiques où les dynamiques de transition sont différentes. Cet argument a été conforté par des expériences menées à la frontière de zones de structuration très différentes (par exemple entre les zones 1 et 2), qui ont fait apparaître des valeurs de l'indice de dépolarisation de l'ordre de 0.900 à la transition. Cette valeur a été confortée par des simulations numériques modélisant plusieurs zones où les dynamiques de transition sont différentes.

Nous relevons également quelques différences au niveau du comportement du paramètre ϵ_R à la transition. En effet, bien que celui-ci reste proche de zéro, on note une légère augmentation de celui-ci au début de la transition. L'effet est particulièrement notable dans la

zone 2, où l'angle du chevron est le plus important. Ce comportement de l'ellipticité signe très vraisemblablement une asymétrie de la structure en chevron au début de la transition. La structure des couches smectiques ne semble donc pas figée pendant la transition "up" / "down".

Pour avoir une meilleure idée de l'évolution temporelle des paramètres α_R et R à la transition, nous présentons sur la Figure III.45 un zoom de l'évolution de ces paramètres correspondant aux zones 1, 2 et 3 de l'image de la Figure III.44.

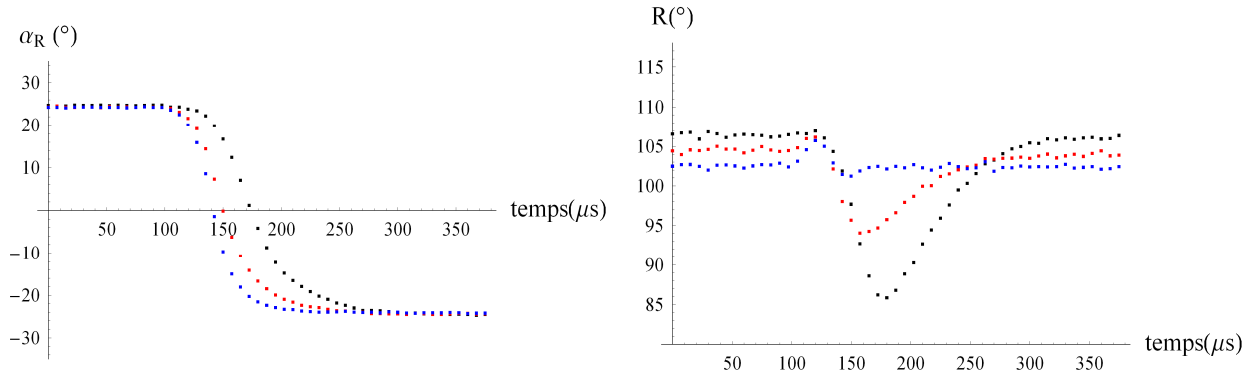


Figure III.45: Zoom sur l'évolution temporelle des paramètres polarimétriques α_R et R dans les zones 1 (noir), 2 (bleu) et 3 (rouge) de la cellule SSFLC.

Ces deux paramètres présentent une forte sensibilité à la structuration du cristal liquide. En effet, la transition est plus rapide quand l'angle du chevron est plus important, et le comportement du retard est très différent selon la zone étudiée. En particulier, dans la zone de fort chevron (zone 2), ce paramètre évolue peu à la transition.

L'exploitation des paramètres α_R et R est plus avantageuse qu'une simple mesure de transmission. En effet, l'intensité lumineuse transmise par la cellule placée entre polariseurs croisés s'écrit:

$$I = I_0 \sin^2(2\alpha_R) \sin^2\left(\frac{R}{2}\right) \quad (\text{III.6.1})$$

Nous pouvons tracer à partir de $\alpha_R(t)$ et $R(t)$ l'évolution de l'intensité lumineuse $I(t)$ transmise par la cellule grâce à la relation (III.6.1), ce qui donne les courbes présentées sur la Figure III.46.

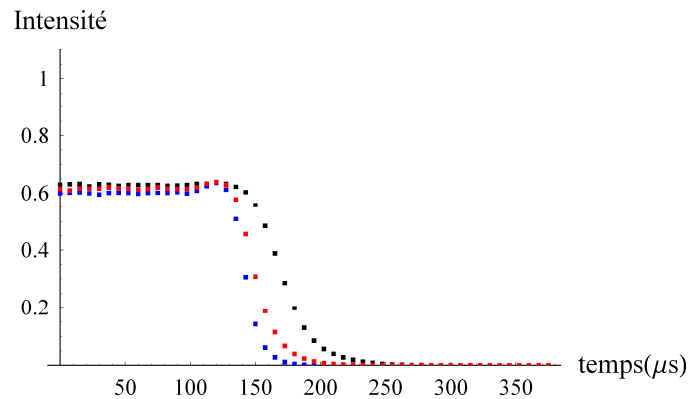


Figure III.46 Simulation de l'évolution temporelle de l'intensité lumineuse transmise par la cellule SSFLC entre polariseurs croisés dans les zones 1 (noir), 2 (bleu) et 3 (rouge), à partir des évolutions temporelles expérimentales de $\alpha_R(t)$ et $R(t)$ représentés sur la Figure III.45.

L'évolution temporelle de l'intensité lumineuse s'apparente fortement à l'évolution de l'angle apparent $\alpha_R(t)$. Cependant, nous avons vu que l'évolution du retard est très différente selon les zones, ce qui n'est pas mis en évidence par une simple mesure d'intensité (impossibilité de séparer les deux paramètres). Nous voyons bien ici un avantage que procure notre analyse par rapport à la microscopie polarisée notamment.

Nous avons prouvé la sensibilité des paramètres polarimétriques issus de la matrice de Mueller au comportement dynamique des cristaux liquides ferroélectriques, et aux différences de structuration interne. De plus, ces paramètres sont indépendants de tout modèle. La polarimétrie de Mueller apparaît donc comme une technique intéressante pour caractériser encore plus finement les dynamiques des cristaux liquides ferroélectriques.

6.4- Interprétation des comportements dynamiques

De tous les paramètres extraits des matrices de Mueller expérimentales, seuls $\alpha_R(t)$ et $R(t)$ peuvent être interprétés par les simulations. En effet, d'après celles-ci, l'ellipticité est nulle due à l'hypothèse d'un chevron parfaitement symétrique et nous considérons que la répartition des molécules est uniforme dans le plan (X,Y) , et donc qu'il n'y a pas de dépolarisation. Nous comparons tout d'abord les dynamiques $\alpha_R(t)$ et $R(t)$ expérimentales aux simulations, dans le cas d'un modèle uniforme et non-uniforme en géométrie bookshelf. Puis, nous traçons la trajectoire des molécules à la transition dans le cadre du modèle uniforme. Finalement, nous tentons une interprétation du comportement des couches smectiques à la transition "up" / "down".

6.4.1- Ajustement avec les modèles uniforme / non-uniforme

Nous considérons le cas d'une géométrie bookshelf. Les courbes expérimentales sont donc issues d'une zone où l'angle du chevron est faible (zone 1).

Dans le cas d'un modèle uniforme, la dynamique d'évolution du directeur $\phi(t)$ est gouvernée par l'équation (III.2.35). La valeur des angles $\theta_{in}(t)$ et $\theta_{off}(t)$ se déduisent de la mesure de $\phi(t)$ par les relations (III.2.4) et (III.2.5). L'angle $\theta_{in}(t)$ correspond à l'angle $\alpha_R(t)$, et le retard $R(t)$ se déduit de $\theta_{off}(t)$ par les relations (III.3.8.a) et (III.3.8.b).

Dans le cas d'un modèle non-uniforme, la dynamique $\phi_{(Z,t)}$ est obtenue en résolvant le système (III.2.32). Une matrice de Mueller $[M_Z(t)]$ est simulée à chaque instant par la relation (III.3.3) et est décomposée pour obtenir les évolutions $\alpha_R(t)$ et $R(t)$.

Les résultats expérimentaux sont comparés avec les résultats des simulations sur la Figure III.47.

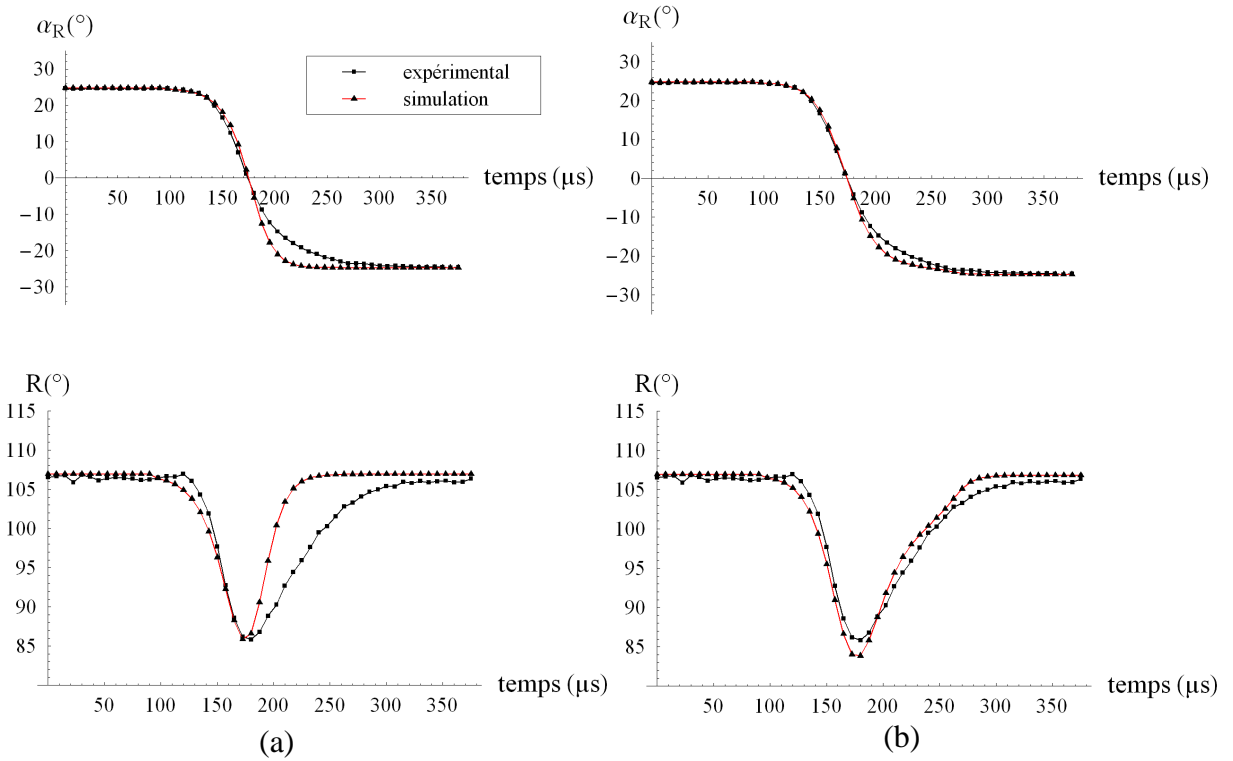


Figure III.47: Comparaison des courbes expérimentales avec les simulations dans le cas d'un modèle uniforme (a) et non-uniforme (b), en géométrie bookshelf. Les valeurs des paramètres utilisés pour les simulations sont $\eta^{\phi, vol} = 0.080 Pa.s$, $\eta^{\phi, surf} = 7.10^{-6} Pa.s.m^{-1}$, $\epsilon_R = 10$, $P_S = 33 nC.cm^{-2}$, $\theta = 25.5^\circ$, $\gamma_{inp} = 15.10^{-4} N.m^{-1}$, $\phi_0 = 1^\circ$ et $K = 100.10^{-12} N$. Le renversement de la tension de $+15V$ à $-15V$ a lieu à $t = 100 \mu s$.

Les courbes expérimentales sont mieux décrites par le modèle non-uniforme que par le modèle uniforme. Cela prouve que les paramètres α_R et R sont sensibles, outre à la structure des couches smectiques, à la non-uniformité de la distribution du directeur $\phi_{(z)}$ dans la cellule à la transition. L'effet est particulièrement notable sur la courbe d'évolution du retard $R(t)$, dont le comportement se rapproche plus du cas expérimental, en particulier à la fin de la transition.

Cependant, le modèle non-uniforme en géométrie bookshelf ne permet pas d'interpréter les comportements observés dans les zones 2 et 3 de l'image. En effet, les non-uniformités ont pour effet de diminuer le paramètre R , comme on peut le voir sur les Figures III.47. Or, dans la zone 2 en particulier, ce paramètre n'évolue presque pas à la transition. Même dans le cas d'une structure en chevrons dont l'angle est fixé, le modèle non-uniforme serait donc incapable d'expliquer les comportements des zones 2 et 3, ce qui signifie que c'est la structure des chevrons qui doit évoluer simultanément à la rotation du directeur sur le cône lors de la transition "up" / "down".

6.4.2- Trajectoires du directeur pendant la transition

Dans l'hypothèse uniforme, nous pouvons tracer la trajectoire du directeur (Figure III.48) pendant la transition.

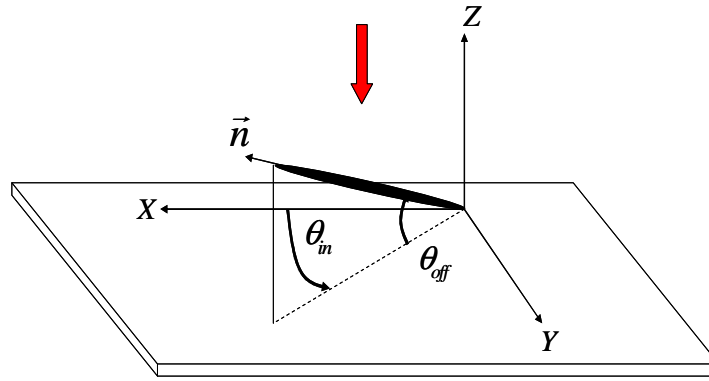


Figure III.48: Représentation du directeur dans le repère du laboratoire.

En effet, la connaissance de $\alpha_R(t)$ et $R(t)$ permet de déterminer $\theta_{in}(t)$ et $\theta_{off}(t)$, et donc d'obtenir la trajectoire expérimentale du directeur grâce à l'équation:

$$\vec{n}(X, Y, Z) = \begin{bmatrix} \cos \theta_{in} \cos \theta_{off} \\ \sin \theta_{in} \cos \theta_{off} \\ \sin \theta_{off} \end{bmatrix} \quad (\text{III.6.2})$$

Nous avons tracé ces trajectoires pour les zones 1, 2 et 3 (Figure III.49).

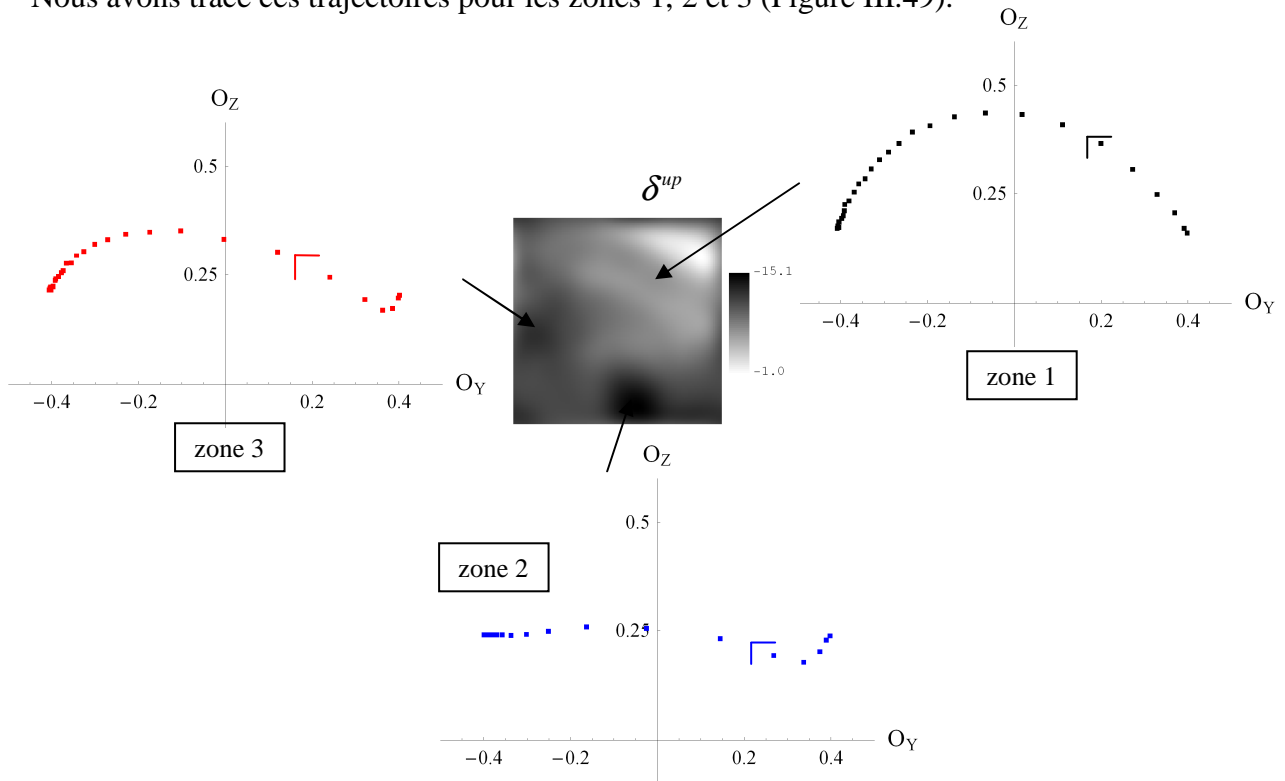


Figure III.49: Comparaison expérimentale des trajectoires du directeur lors de la transition pour les différentes zones de la cellule.

Nous constatons des différences notables de trajectoires lors de la transition "up" / "down", selon la position sur la cellule. La forme de la trajectoire est plutôt conique dans la zone 1, ce qui est significatif d'une structure en quasi-bookshelf, alors qu'elle a une forme très aplatie dans la zone de fort chevron (zone 2), ce qui signifie que le directeur reste dans le même plan

pendant toute la transition. Cet effet est très éloigné d'une trajectoire sur un cône, ce qui laisse penser que la structure des chevrons elle-même varie lors de la transition. En effet, dans le cas d'un modèle uniforme, qui est valable en première approximation, une simulation du mouvement sur le cône smectique avec un angle du chevron fixé est loin de pouvoir expliquer les formes expérimentales observées, en particulier dans les zones 2 et 3.

6.4.3- Comportement réversible des couches smectiques

Plusieurs scénarios du comportement des couches smectiques à la transition ont été envisagés dans la littérature. La possibilité d'un redressement irréversible des couches smectiques grâce à un traitement de la cellule avec de forts champs électriques a été mise en évidence optiquement [III.26, III.27] et par diffraction des rayons X [III.28]. Dans notre cas, on s'intéresse à un comportement réversible des couches smectiques, à des champs plus faibles que ceux nécessaires à la transition irréversible chevron-bookshelf, mais suffisamment fort pour effectuer une transition entre les états "up" et "down". Clark [III.29, III.30] affirme qu'il ne peut pas y avoir de mouvement des couches smectiques par application de tels champs électriques. Les phénomènes à la transition sont interprétés en termes de distributions non uniformes du directeur ("splayed-up" / "splayed-down"), structure qui n'a pas été mise en évidence dans notre étude, car non visible sur le paramètre ellipticité (on rappelle que pour une distribution "splayed", le paramètre ellipticité vaudrait 9.3°). Giesselmann [III.31] a proposé un modèle qui couple le mouvement du directeur sur le cône à la transition à un redressement réversible des couches smectiques vers des angles plus faibles. Le modèle implémenté considère une distribution du directeur non uniforme mais, étant donné la taille des couches non uniformes, peut être interprété optiquement comme un milieu uniforme. Cet effet de redressement des couches smectiques a été confirmé par des études menées en diffraction des rayons X résolues en temps [III.32]. D'autres auteurs, au contraire, ont proposé des modèles uniformes où les couches smectiques seraient initialement en quasi-bookshelf dans les états saturés et adopteraient une structure en chevron avec des angles plus importants pendant la transition "up" / "down" [III.33, III.34].

Nous tentons dans cette partie d'interpréter les résultats obtenus avec le polarimètre instantané. Le comportement des molécules étant supposé symétrique de part et d'autre du chevron (à l'exception près qu'elles tournent en sens inverse à la transition), nous ne représenterons dans la suite qu'un seul bras du chevron (de 0 à $d/2$ avec $\delta < 0$). Nous pouvons calculer à chaque instant dans l'hypothèse du modèle uniforme l'angle du chevron $\delta(t)$ grâce au système d'équations (III.4.8), connaissant les valeurs de $\alpha_r(t)$ et $R(t)$. Les courbes d'évolution temporelle de l'angle du chevron sont présentées sur la Figure III.50.

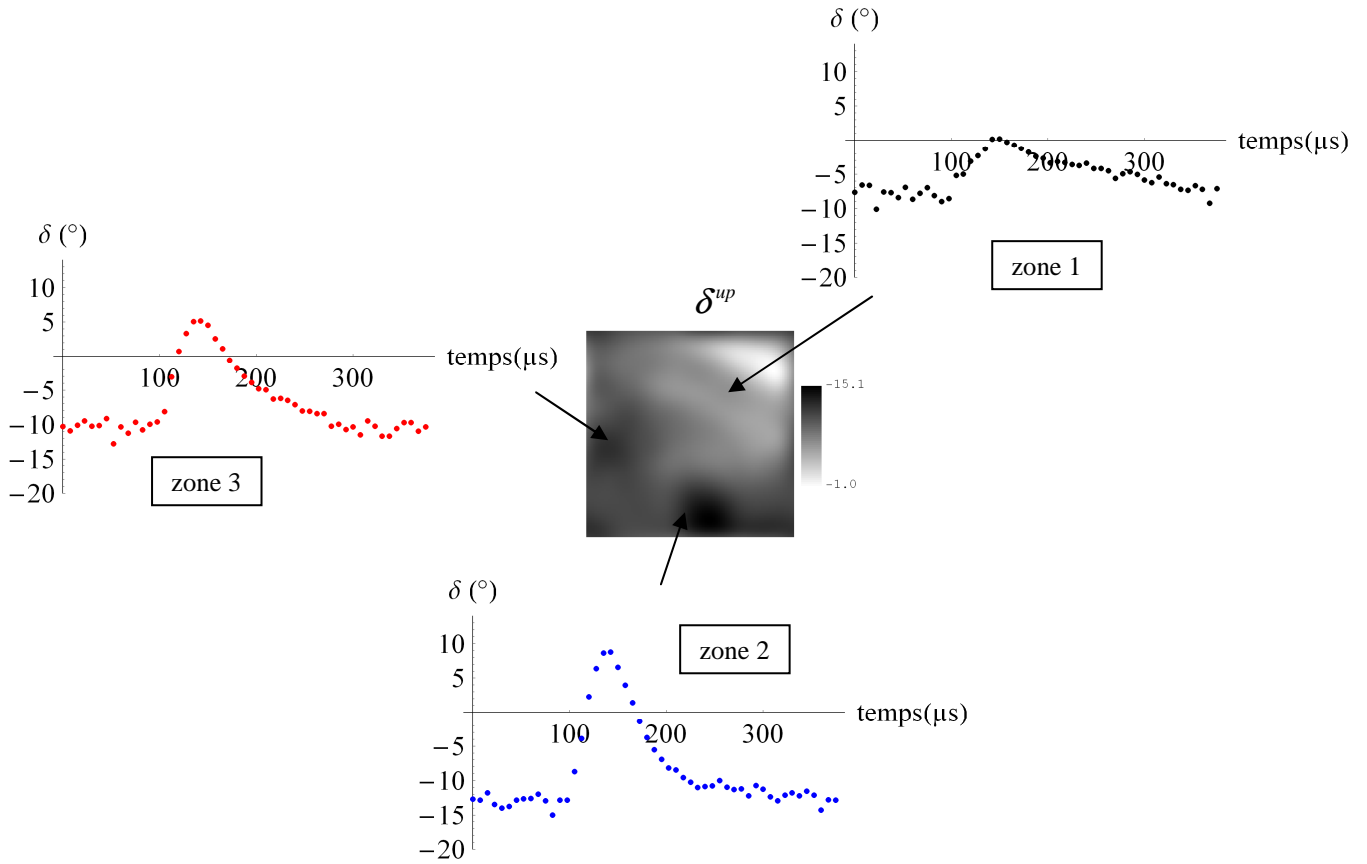


Figure III.50: Evolution temporelle de l'angle du chevron dans les zones 1, 2 et 3 de la cellule.

Dans la zone 1, le comportement des couches smectiques s'apparente fortement à celui décrit par Giesselmann [III.31], où les couches se redressent jusqu'à une structure en bookshelf parfait, et reviennent à leur position initiale. Dans cette hypothèse, le mouvement simultané de la molécule sur le cône smectique et de la couche elle-même peut expliquer le fait que la trajectoire des molécules soit aplatie au lieu de circulaire dans les zones 2 et 3. Cependant, nous remarquons que dans ces zones, l'angle du chevron change de signe, ce qui n'a jamais été envisagé dans la littérature. Evidemment, cette interprétation quantitative doit être prise avec précaution, étant donné la simplicité du modèle envisagé (uniforme) et l'incertitude sur l'épaisseur de la cellule.

Le redressement des couches smectiques à la transition soulève par ailleurs une différence avec le comportement statique des molécules. En effet, nous avons vu lors de la caractérisation statique (cf §5.3) que l'angle du chevron est plus important lorsque la tension diminue. Une variation quasi-statique de l'état "up" à l'état "down" entraînerait donc une évolution du chevron vers des angles plus forts pendant la transition, et un redressement de ces derniers aux états saturés. Or, le comportement dynamique lors du renversement du champ semble indiquer que les chevrons se redressent encore plus lors de la transition "up"/"down", en passant par une structure en bookshelf. Cette différence de comportement est intéressante, et nécessite d'être confirmée dans l'avenir.

6.5- Conclusions

Cette partie a montré la capacité du polarimètre de Mueller instantané à décrire correctement des dynamiques d'évolution à des échelles de temps de l'ordre de la dizaine de microseconde. L'exploitation des paramètres issus de la matrice de Mueller nous a permis d'envisager quelques pistes du comportement des molécules à la transition "up" / "down". Selon le modèle uniforme, qui permet une première approximation du comportement global, les couches smectiques tendent à se redresser lors de la transition, ce qui explique les trajectoires suivies par les molécules à la transition. Cependant, l'exploitation quantitative des phénomènes par le modèle uniforme est délicate, à cause de la simplicité de ce modèle et du manque de maîtrise de l'épaisseur de la cellule. Nous pouvons tout de même confirmer d'une part un mouvement des couches smectiques à la transition, dont le comportement réel reste à être évalué, et, d'autre part, des différences entre les comportements statique et dynamique.

De simples simulations en géométrie bookshelf montrent que les paramètres optiques sont mieux décrits par un modèle non-uniforme. Il faudrait dans l'avenir affiner ce modèle en y incluant la structure en chevrons avec la possibilité d'un mouvement des couches smectiques à la transition, ce qui n'a pas encore été effectué. Cela nécessiterait d'introduire d'autres formes d'énergies dans le calcul de la distribution du directeur, et de fixer des conditions plausibles du comportement des molécules à l'interface du chevron lors de la transition. Cette étude n'a pas encore, à notre connaissance, été envisagée jusqu'à aujourd'hui. La polarimétrie de Mueller, par la variété d'information qu'elle fournit, semble être un bon candidat pour tenter d'exploiter encore plus finement les comportements dynamiques dans les SSFLC.

7- Caractérisation d'une cellule SSFLC stabilisée par polymère

7.1- Stabilisation par polymère

Les dispositifs SSFLC présentent quelques inconvénients. Les défauts dus à la structure en chevrons entraînent de la diffusion, et, par conséquent, une perte de contraste. Par ailleurs, ces systèmes sont très sensibles aux pressions exercées sur la cellule, ce qui les rend très fragile. Pour palier à ces problèmes, les cristaux liquides ferroélectriques peuvent être mélangés à des polymères [III.35]. Cela a pour conséquence d'une part, d'améliorer la texture des cellules, et, d'autre part, de les rendre plus résistantes aux chocs. Le réseau polymère ayant une influence sur la distribution des molécules et leur réaction à un champ électrique, il modifie les propriétés optiques du matériau pur. Nous allons présenter dans cette partie, de manière similaire à l'étude qui a été effectuée sur le matériau pur, les résultats de la caractérisation statique et dynamique d'une cellule de cristal liquide stabilisée par polymère (PSFLC). Cela permettra de mettre en évidence l'apport de la polarimétrie de Mueller pour caractériser ces matériaux tout récemment développés.

La cellule PSFLC a suivi le même protocole d'assemblage que le cristal liquide pur. Le polymère de stabilisation utilisé est le RM257 en proportion de 13%, qui possède une

biréfringence sensiblement égale à celle du cristal liquide. Une phase de mélange entre le cristal liquide et le polymère a été nécessaire à la réalisation du PSFLC, que nous ne détaillons pas ici [III.35].

7.2- Caractérisation statique

Nous avons réalisé en premier lieu des images de la cellule codées en paramètres polarimétriques pour les états saturés. Nous nous intéressons aux paramètres α_R et R , qui sont les plus significatifs pour évaluer la structure du matériau. La Figure III.51 présente les images codées en α_R et R pour les états saturés "up" et "down".

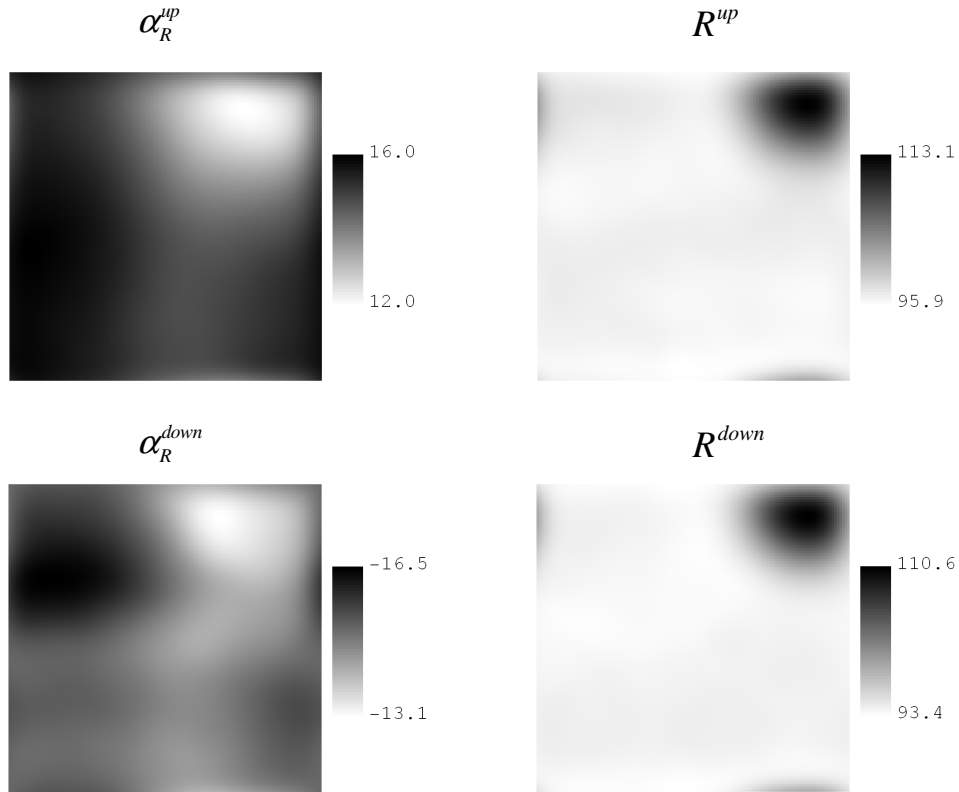


Figure III.51: Images codées en paramètres α_R et R pour les états saturés "up" et "down" de la cellule PSFLC.

Nous remarquons que l'homogénéité des paramètres est plutôt bonne, hormis une zone (en haut à droite) où les paramètres présentent une différence notable. Pour pouvoir interpréter ces observations, nous avons formé une image codée en $\frac{\alpha_R^{up} - \alpha_R^{down}}{2}$, valeur qui est proportionnelle à l'angle du cône θ en géométrie chevron. Nous comparons les images obtenues pour la cellule SSFLC pure et pour la cellule PSFLC (Figure III.52).

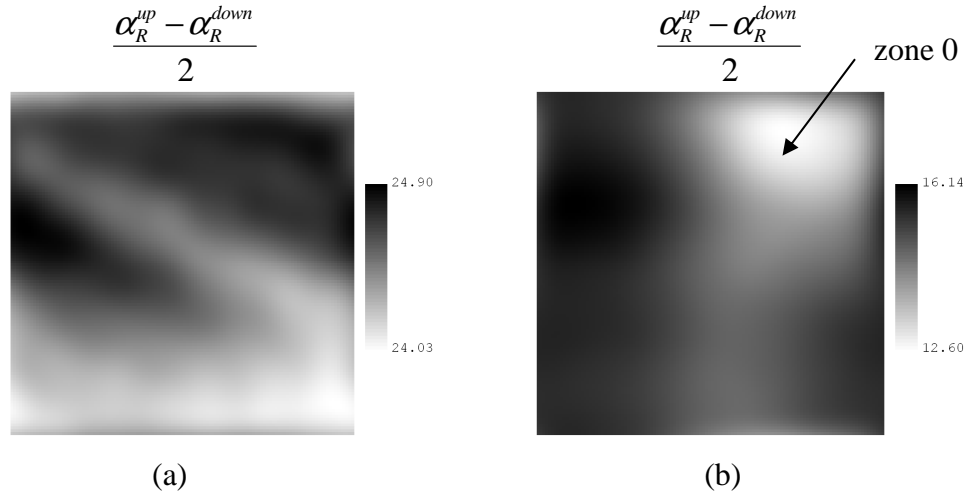


Figure III.52: Images codées en $\frac{\alpha_R^{up} - \alpha_R^{down}}{2}$ pour la cellule SSFLC pure (a) et pour la cellule PSFLC (b).

La Figure III.52 montre que l'angle du cône, qui correspond sensiblement à la valeur $\frac{\alpha_R^{up} - \alpha_R^{down}}{2}$, est fortement réduit en présence de polymère ($\theta^{PSFLC} \approx 16^\circ$) par rapport au matériau pur ($\theta^{SSFLC} \approx 25^\circ$). Le réseau polymère influe en effet sur la liberté de mouvement des molécules de cristal liquide. Il a été montré dans [III.35] que plus la concentration en polymère est importante, plus l'angle du cône est réduit, ce qui est effectivement observé dans cette expérience. Nous remarquons sur l'image correspondant au PSFLC la présence d'une zone (que l'on appelle zone 0) où cet angle est plus faible que dans la majeure partie de la cellule. Nous pouvons donc envisager que dans cette zone, la concentration en polymère est plus importante que dans le reste de la cellule. De plus, cette zone correspond à un retard R^{sat} à saturation très important. Cela confirme la présence d'une concentration supérieure en polymère, la biréfringence de ce dernier ayant pour conséquence d'occasionner un déphasage (retard) plus important à cet endroit.

Nous avons vu, dans le cas du SSFLC pur, que l'étude de la différence entre les paramètres à l'état saturé et les paramètres à l'état mémoire renseigne sur la structure des couches smectiques. Cette expérience a été réalisée dans le cas du PSFLC et donne les résultats présentés sur la Figure III.53.

Les valeurs des différences entre les paramètres α_R et R des états saturés et mémoires sont moins variables sur la surface de la cellule que dans le cas du SSFLC pur, ce qui signe une plus grande homogénéité de la structure en chevrons. Cette observation a été confirmée par l'étude de la diffraction par les stripes, structure également présente dans les PSFLC. En effet, quelle que soit la zone explorée de la cellule, les figures de diffraction par les stripes sont très similaires, ce qui prouve une forte homogénéité de la structure des couches smectiques.

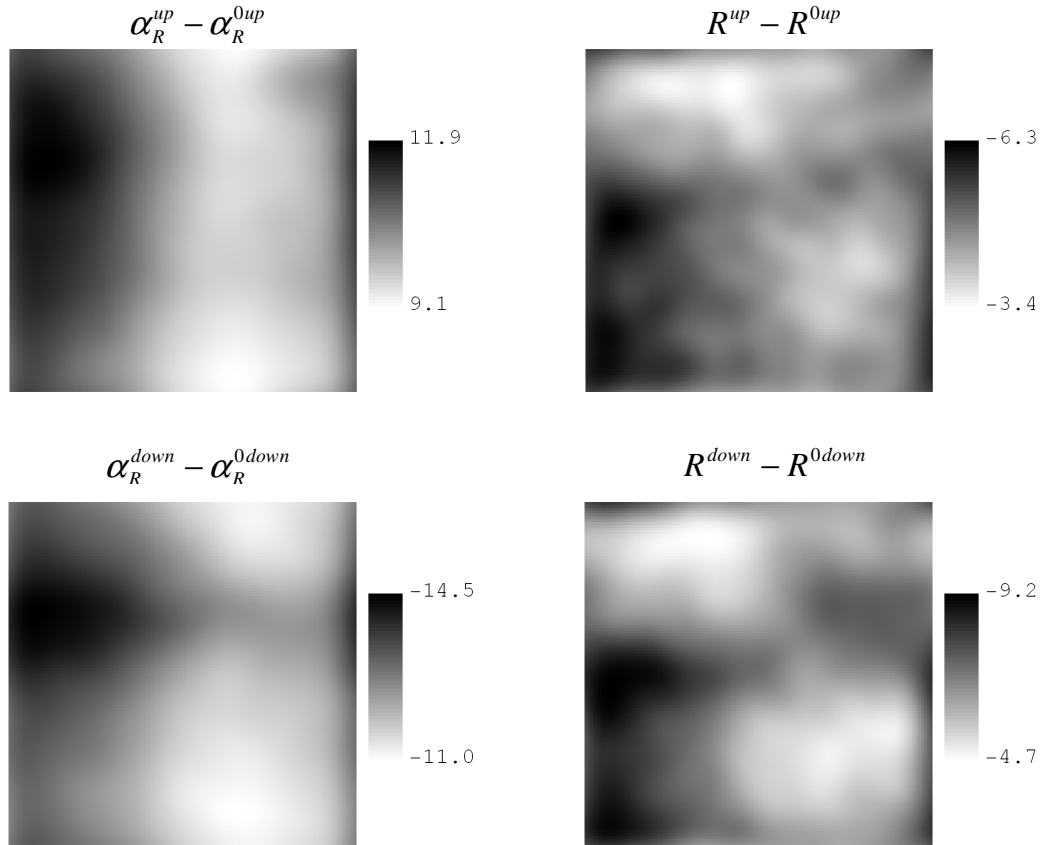


Figure III.53: Comparaison des paramètres α_R et R entre les états saturés et mémoires pour la cellule PSFLC.

Nous notons également que la zone 0 mise en évidence sur la Figure III.52 n'a pas un contraste aussi important dans les images de la Figure III.53. Or, nous avons noté précédemment que cette zone 0 pourrait s'interpréter comme une zone où la concentration en polymère est plus importante que dans le reste de la cellule. Nous pouvons donc en déduire que le fait de coder les images en différences $\alpha_R^{sat} - \alpha_R^{mem}$ et $R^{sat} - R^{mem}$ permet de s'affranchir, en tout cas en première approximation, de l'influence du polymère, qui ne doit pas évoluer en fonction de la tension appliquée à la cellule. Nous pensons donc pouvoir avoir ainsi accès au comportement des molécules de cristal liquide seules, sans l'influence du polymère sur les paramètres optiques.

7.3- Caractérisation dynamique

On s'intéresse à présent à l'évolution dynamique des paramètres polarimétriques lors d'une transition "up" / "down" dans la cellule PSFLC. Les expériences ont été réalisées dans les mêmes conditions que pour l'étude dynamique du SSFLC pur, à l'exception près que le renversement du champ se fait à $t=50\mu s$. Les résultats sont présentés sur la Figure III.54 et correspondent à une position donnée du faisceau sur la cellule (zone 0).

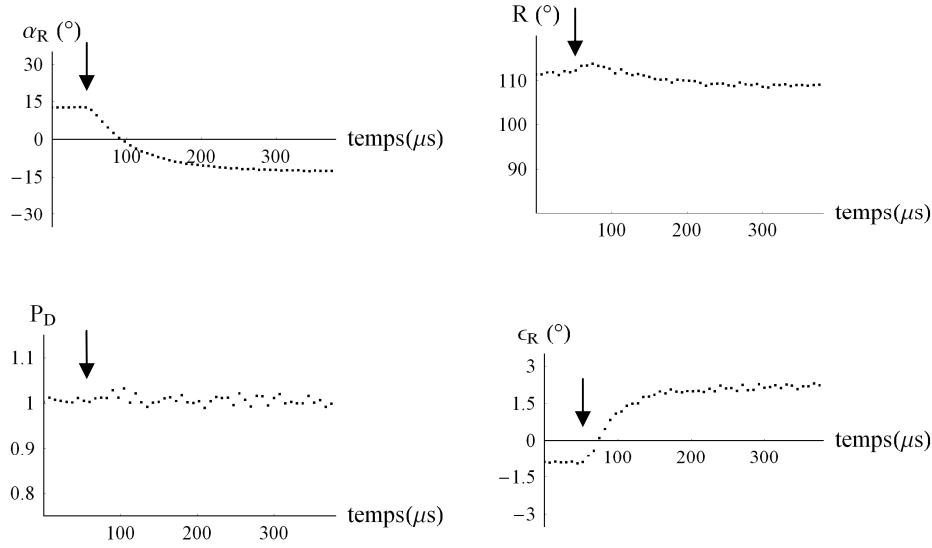


Figure III.54: Evolution des paramètres polarimétriques en fonction du temps lors d'une transition "up" / "down" pour la cellule PSFLC, dans la zone 0 de la Figure III.52.

L'évolution du paramètre α_R indique que la transition est plus longue que dans le cas du SSFLC pur, ce qui est dû à une viscosité plus importante, liée à la présence du réseau polymère. La forme de l'évolution est bien différente du "matériau pur", et ne peut pas être ajustée par le modèle utilisé précédemment. Il faudrait modéliser l'influence du polymère par une énergie supplémentaire à inclure dans l'énergie totale du système.

Le retard R évolue peu lors de la transition ce qui pourrait s'interpréter, dans le cas d'un modèle uniforme, comme une variation simultanée des molécules sur le cône et des couches smectiques. Cependant, il faudrait sans doute, pour expliquer cette forme du retard, développer un modèle non-uniforme qui tienne compte de l'influence du réseau polymère sur la distribution des molécules, mais aussi de son influence sur les paramètres optiques (liée à sa biréfringence), le retard étant un paramètre très sensible dans le cas des SSFLC.

L'ellipticité est plus importante que pour la cellule SSFLC pure: les variations sont comprises entre -1° et 2° . Nous remarquons un changement de signe à la transition, ce qui pourrait s'interpréter comme le changement d'orientation relative des axes rapides du polymère et du cristal liquide entre les deux états saturés.

La dépolarisation reste constante à la transition, ce qui prouve un comportement collectif des molécules lors du passage de l'état "up" à l'état "down", en tout cas pour la zone étudiée ici. Nous n'avons cependant jamais remarqué la présence de dépolarisation à la transition, quelle que soit la zone de la cellule, ce qui semble indiquer que les dynamiques sont les mêmes partout dans la cellule, et viendrait donc confirmer la plus grande homogénéité de l'échantillon.

Pour vérifier cet argument, nous présentons les dynamiques d'évolution des paramètres α_R et R pour 5 zones différentes de la cellule (Figure III.55).

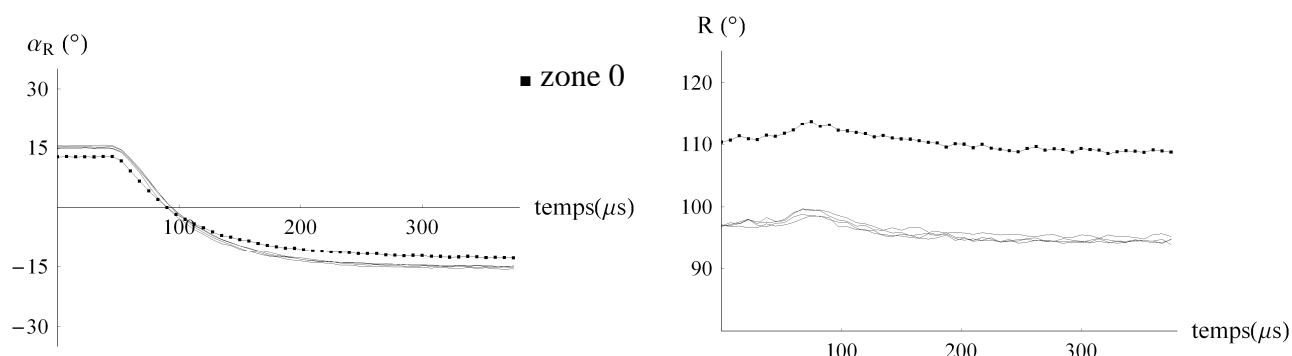


Figure III.55: Evolution des paramètres α_R et R en fonction du temps lors d'une transition "up" / "down" pour 5 zones différentes de la cellule PSFLC. La courbe marquée par ■ correspond à la zone 0 mise en évidence auparavant.

Les évolutions temporelles sont effectivement très similaires selon les zones de la cellule, à l'exception de la zone 0 mise en évidence lors de la caractérisation statique. Cette zone ne présente simplement qu'un retard plus fort et un angle du cône plus faible, avec les mêmes formes d'évolution que dans le reste de la cellule. On note donc une plus grande homogénéité des comportements dynamiques dans le cas du PSFLC, à la différence du SSFLC pur, qui montrait des différences flagrantes d'évolutions dynamiques.

7.4- Conclusions

Bien que les évolutions temporelles soient encore pour le moment difficilement interprétables quantitativement, nous avons mis en évidence que le réseau polymère a fortement homogénéisé la structure de la cellule ainsi que les comportements des molécules sous champ électrique. Nous avons par ailleurs pu mettre en évidence une zone de forte concentration en polymère de stabilisation. De plus, la comparaison statique entre états saturés et mémoires semble être caractéristique du cristal liquide seul, sans influence du réseau polymère. Une interprétation plus poussée des comportements dans une cellule PSFLC nécessiterait l'établissement d'un modèle non-uniforme de la distribution du directeur, et donc l'ajout d'une nouvelle forme d'énergie modélisant l'influence du réseau polymère sur les molécules de cristal liquide. Par ailleurs, il faudrait prendre en compte la biréfringence du réseau polymère pour déterminer les paramètres optiques associés au système polymère+cristal liquide.

Conclusion

Ce chapitre a permis de montrer la capacité du polarimètre de Mueller instantané à caractériser de manière statique et dynamique des cellules de cristal liquide pure et stabilisée par polymère, en dispositif SSFLC.

La matrice de Mueller fournit de nombreuses informations relatives à la distribution des molécules dans la cellule. Ces informations sont en général peu bruitées, d'une part grâce aux outils de filtrage de bruit qui ont été développés en polarimétrie de Mueller et d'autre part, du fait d'une acquisition instantanée, qui garantit une forte corrélation entre les paramètres. Bien que cette technique de caractérisation reste une méthode intégrée, elle propose d'exploiter de nombreux paramètres, ce qui en fait une méthode complémentaire de la microscopie polarisée, qui n'utilise que le paramètre intensité lumineuse.

Les atouts proposés par la polarimétrie de Mueller nous ont poussés à chercher une interprétation des comportements des molécules de cristal liquide à tension fixée et en dynamique, car les phénomènes ne sont pas encore totalement expliqués dans la littérature. Nous avons donc développé un modèle non-uniforme de distribution des molécules, dont les résultats ont été comparés aux résultats expérimentaux. Bien que ce modèle soit vraisemblablement plus proche de la réalité qu'un simple modèle uniforme, nous nous sommes rapidement rendu compte de son insuffisance actuelle, car ce dernier considère que les couches smectiques ne se déforment pas. Or, quelques observations (trajectoire des molécules, comportement du paramètre ellipticité) laissent penser que les chevrons se déforment en fonction de la tension appliquée à la cellule, et pendant la transition "up" / "down". Le modèle doit donc tenir compte de ces déformations si nous voulons décrire les comportements des molécules de cristal liquide. Nous avons soulevé que les paramètres issus de la matrice de Mueller sont très sensibles aux structures et aux distributions, et donc que cette technique pourrait permettre d'expliquer les phénomènes dans une cellule SSFLC encore plus finement que ce qu'il a été réalisé jusqu'à aujourd'hui.

La variété d'information polarimétrique issue de la matrice de Mueller, la possibilité d'acquisition temporelle à des échelles de temps très courtes et la facilité d'utilisation de l'instrument laissent penser que le polarimètre instantané est un bon candidat pour la caractérisation des cristaux liquides ferroélectriques, et des cristaux liquides en général. Dans l'avenir, nous souhaitons faire évoluer le polarimètre instantané pour qu'il offre la possibilité de faire des acquisitions de matrices de Mueller à plusieurs angles d'incidence. Nous pensons que l'information en incidence oblique permettra d'obtenir une description encore plus détaillée de ces échantillons.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Conclusions

Durant cette thèse, un polarimètre de Mueller instantané, dont la modulation de la polarisation est effectuée dans le domaine spectral, a été validé expérimentalement, étalonné, stabilisé et optimisé. Le fait d'utiliser la longueur d'onde comme support pour le codage de la polarisation permet de générer des états de polarisation de manière parallèle, sans éléments actifs, et d'accéder à une matrice de Mueller complète à partir d'un seul signal $I(\lambda)$, dont le temps d'acquisition peut être potentiellement très court, uniquement lié à la performance du détecteur. Jusqu'à aujourd'hui, les polarimètres de Mueller utilisaient une génération séquentielle d'états de polarisation, et une analyse séquentielle ou parallèle (multivoies). Bien qu'affichant de bonnes précisions, les limitations des polarimètres déjà existants sont le temps nécessaire à la génération d'états de polarisation, la nécessité d'utiliser des éléments actifs et encore le manque de compacité. Le polarimètre instantané s'affranchit de toutes ces contraintes.

Le polarimètre développé dans cette thèse utilise une bande spectrale de $11nm$ autour de la longueur d'onde centrale $829nm$ pour coder la polarisation. Il nécessite, outre l'utilisation d'une source large bande et d'un système dispersif en détection, l'emploi d'au moins quatre éléments biréfringents (lames de phase en calcite dans notre cas) pour moduler la polarisation dans le domaine spectral. Les lames de phase doivent avoir des rapports d'épaisseur bien particuliers pour pouvoir accéder à une matrice de Mueller complète par ce principe. Notre choix expérimental s'est porté sur une configuration $(e, e, 5e, 5e)$ pour les épaisseurs, bien que d'autres configurations soient tout à fait envisageables.

L'étude sur l'étalonnage du polarimètre (via un modèle) a montré qu'il est nécessaire de s'affranchir des erreurs systématiques associées à la détection (fonction réponse, enveloppe du signal, fenêtrage), aux éléments servant à coder la polarisation (alignement, épaisseur des lames), et au milieu d'étude (réflexions multiples, évolution en longueur d'onde). Pour cela, des précautions expérimentales sont nécessaires (alignement précis, utilisation d'un milieu diffusant en rotation, correction de l'enveloppe) car elles ne peuvent pas être incluses dans le modèle. De plus, une étape d'étalonnage nécessitant l'emploi de milieux connus (vide, lame demi-onde) permet d'appréhender les défauts associés à la fonction réponse, au fenêtrage et aux épaisseurs des lames, qui ne peuvent pas être corrigés expérimentalement. Grâce à ces étapes, la précision absolue obtenue sur les éléments de la matrice de Mueller (normalisée par rapport au coefficient m_{00}) d'échantillons de référence (polariseurs, biréfringents) est inférieure à 0.03 . Cette précision correspond à des acquisitions de durée $10\mu s$, mais moyennées 100 fois. Les erreurs aléatoires se superposent à ces résidus d'erreur systématique, et dépendent de la puissance de la source, du temps d'acquisition et du détecteur utilisé.

Nous avons remarqué une forte instabilité des mesures dans le temps, essentiellement due aux fluctuations de température, qui dilatent les lames de calcite. Une étape de stabilisation a donc été développée, et nécessite, dans le cas de notre configuration expérimentale, le maintien d'un environnement des blocs de codage et décodage à des températures ne variant pas de plus de $0.5^{\circ}C$. Dans ce cas, l'établissement de lois expérimentales de variation associé à des corrections numériques permet de garantir la précision des mesures sur plusieurs heures. Il est cependant nécessaire d'utiliser deux capteurs de température ayant une résolution de $0.01^{\circ}C$.

Deux pistes d'optimisation du montage expérimental ont été envisagées. Tout d'abord, la configuration d'épaisseur des lames peut être optimisée, dans le but de garantir la plus forte immunité face au bruit de mesure aléatoire. Le critère EWV , qui étudie l'influence de la contribution additive au bruit total, permet de définir quelle configuration est idéale, pour une fréquence de coupure du détecteur donnée. Dans notre cas, il a été montré théoriquement que les

configurations $(3e, 2e, e, 8e)$ et $(e, 4e, 2e, 9e)$ sont meilleures que la configuration initialement choisie $(e, e, 5e, 5e)$. Puis, nous avons également montré que l'utilisation d'un prisme de Wollaston en sortie du polarimètre permettrait de produire instantanément deux voies de détection, ce qui générerait un système surdéterminé, et donc une technique plus précise. En particulier, il a été montré que l'influence du bruit aléatoire et des erreurs systématiques est réduite grâce au système à deux voies. Cette évolution permettrait d'ailleurs un étalonnage plus facile de notre polarimètre (possibilité de mesurer l'enveloppe du signal en temps réel pour un milieu quelconque non dichroïque).

La polarimétrie de Mueller a subi ces toutes dernières années des développements importants. Son domaine d'application est de plus en plus vaste, grâce à la variété des configurations expérimentales mises en œuvre. Avec l'apport du polarimètre instantané, le champ d'investigation prend une ampleur supplémentaire, car il permet d'accéder à des dynamiques polarimétriques irréversibles (ex: rhéologie), à des échelles de temps inférieures à la *ms*, qui n'ont à ce jour pas encore été étudiées.

Bien que notre polarimètre, sous sa forme actuelle, ne permette de faire des acquisitions de matrices de Mueller que toutes les *ms*, il a été possible de valider son potentiel par l'étude de dynamiques moléculaires dans les cristaux liquides ferroélectriques en dispositif SSFLC. Cela a nécessité la synchronisation du détecteur avec la tension de commande des cristaux liquides. Nous avons mis en évidence, que, grâce à la variété d'information fournie par la matrice de Mueller ainsi qu'aux outils développés pour analyser cette matrice, le polarimètre semble être un moyen intéressant pour l'investigation de ces échantillons. En effet, outre les avantages de la technique comme la compacité, la rapidité et la précision, elle permet d'exploiter plusieurs paramètres fortement corrélés entre eux, car issus d'une mesure instantanée. Notre technique semble complémentaire d'une simple mesure d'intensité lumineuse entre polariseurs croisés, comme en microscopie polarisée, qui est l'instrument optique le plus utilisé aujourd'hui pour la caractérisation de ces dispositifs.

Nous avons tenté de développer un modèle de distribution moléculaire non-uniforme dans une cellule SSFLC, pour comparer ses résultats aux résultats expérimentaux issus des matrices de Mueller. Nous nous sommes rendus compte que ce modèle est, à ce stade, insuffisant pour ajuster totalement les courbes expérimentales du comportement des molécules à tension fixée, et pendant les transitions. Cependant, l'interprétation par un modèle plus simple uniforme a été possible, et a montré quelques comportements intéressants, à savoir le redressement des couches smectiques sous application d'une tension fixe, et le comportement réversible de ces dernières lors de la transition "up" / "down". La différence d'évolution des chevrons que nous avons notée entre les comportements statique et dynamique n'a jamais été mise en évidence expérimentalement, et est à confirmer par des expériences de diffraction de rayons X résolues spatialement et temporellement. L'interprétation quantitative des résultats est cependant délicate, à cause du manque de connaissance de l'épaisseur de la cellule et du trop faible nombre de paramètres extraits d'une simple matrice de Mueller. La caractérisation d'une cellule stabilisée par polymère a également montré l'intérêt d'utiliser la polarimétrie de Mueller pour caractériser ces nouveaux systèmes, en particulier pour visualiser facilement des zones de concentration importante en polymère.

Dans l'avenir, nous souhaitons continuer l'étude sur les cristaux liquides ferroélectriques en affinant le modèle de distribution non-uniforme pour le matériau pur et en incluant une forme d'énergie supplémentaire dans le cas d'une cellule stabilisée par polymère [c.1]. Parallèlement, nous souhaitons faire évoluer le dispositif expérimental dans le but de mesurer la matrice de Mueller à plusieurs angles d'incidence simultanément. Cette évolution, qui s'apparente à la

polarimétrie résolue en angle [I.52], nécessitera l'utilisation de deux objectifs de microscope et d'un "bundle" de fibres optiques en détection. Les informations supplémentaires liées à l'étude en incidence oblique permettront vraisemblablement d'affiner la description de ces milieux complexes, pas encore totalement maîtrisés.

Le polarimètre développé dans cette thèse a clairement démontré la possibilité d'utiliser le domaine spectral pour générer des états de polarisation et obtenir une matrice de Mueller complète. Il a été développé en géométrie de transmission et est donc limité à l'étude de milieux transparents, mais devra sans aucun doute être adapté dans une géométrie de réflexion/diffusion, pour l'étude de surfaces ou de milieux diffusants. Les limitations fondamentales de la polarimétrie de Mueller instantané sont, par essence, l'influence du bruit aléatoire, qui ne peut pas être réduit par accumulation de signaux lors de l'étude d'une évolution rapide et irréversible, et, l'évolution des propriétés polarimétriques du milieu avec la longueur d'onde, car celle-ci est utilisée comme support pour le codage de la polarisation. Nous avons cependant montré qu'avec notre polarimètre, la précision est encore acceptable si le milieu d'étude n'évolue pas trop en longueur d'onde, comparé à l'évolution des lames utilisées pour le codage en polarisation.

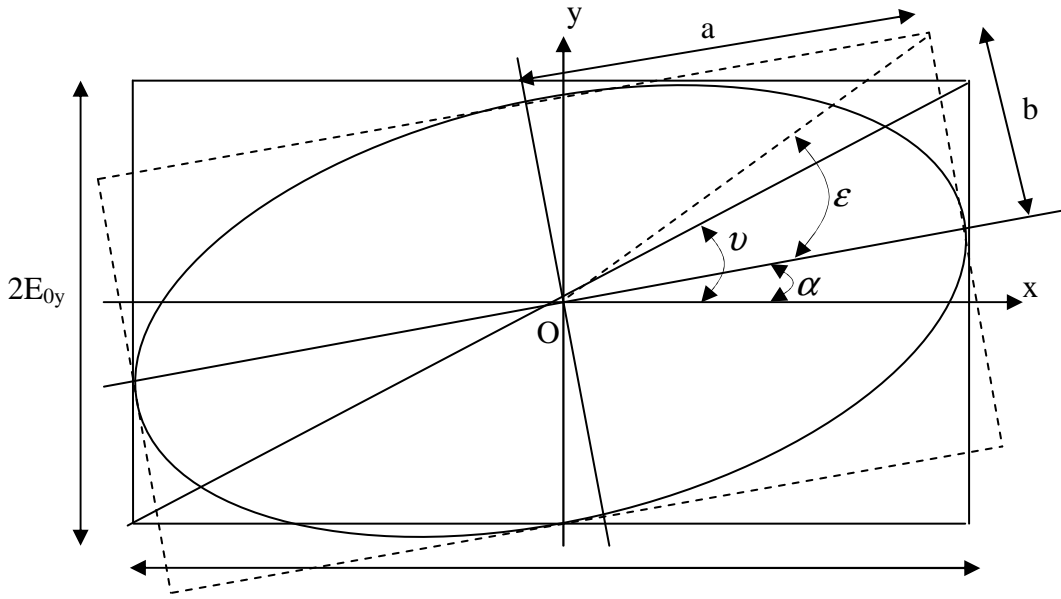
Perspectives

Nous pensons que la polarimétrie de Mueller par codage en longueur d'onde est un moyen privilégié pour ouvrir à une technologie totalement fibrée. En effet, il suffira de remplacer les lames de phases utilisées pour le codage et le décodage de la polarisation par des fibres optiques biréfringentes. Ce principe a déjà été validé expérimentalement pour un polarimètre de Stokes [c.2]. Outre le remplacement des lames de phases par des fibres, il sera judicieux de remplacer la source lumineuse large bande (diode) par une source à balayage en longueur d'onde (swept-source), ce qui génèrerait une puissance importante pour chaque longueur d'onde, et donc un meilleur rapport signal à bruit. La détection nécessitera ainsi l'emploi d'une simple photodiode ou photomultiplicateur, à la place d'un système dispersif, ce qui rendra le système moins encombrant avec une meilleure sensibilité. Cette configuration ouvre donc la voie à un système ultra-compact et rapide. Dans cette configuration, la polarimétrie de Mueller peut être envisagée dans un cadre industriel, par exemple pour le contrôle optique en temps réel de dépôts de couches minces. De plus, l'aspect fibré du système ouvrirait la voie à des études in vivo et in situ, ce qui serait une révolution dans le domaine de l'imagerie de Mueller de milieux biologiques. Le développement très actif de la technologie des sources à balayage, en particulier dans le domaine de l'OCT, laisse penser que des performances très attractives en termes de temps de balayage ($< 1 \mu s$) seront bientôt obtenues. L'utilisation de fibres optiques posera sans aucun doute d'autres problèmes (contraintes, température) qu'il faudra appréhender par des méthodes d'étalonnage bien adaptées. Cette thèse est donc, nous l'espérons, le début de l'utilisation du domaine spectral pour coder la polarisation en polarimétrie de Mueller.

ANNEXES

Annexe 1: Relations entre les paramètres de l'ellipse de polarisation et les composantes du champ électrique.

Equation de l'ellipse:
$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos(\varphi) = \sin^2(\varphi)$$



a : grand axe de l'ellipse
 b : petit axe de l'ellipse
 α : azimuth
 ε : ellipticité
 ν : angle diagonal

$$a^2 + b^2 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \quad \frac{E_{0x}}{E_{0y}} = \tan(\nu)$$

$$\pm ab = E_{0x} E_{0y} \sin(\varphi) \quad (E_{0x}^2 - E_{0y}^2) \tan(2\alpha) = 2 E_{0x} E_{0y} \cos(\varphi)$$

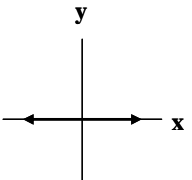
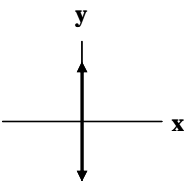
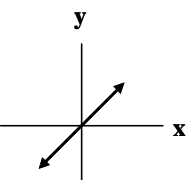
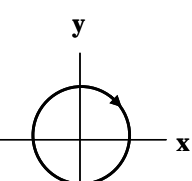
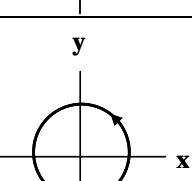
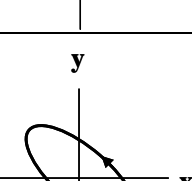
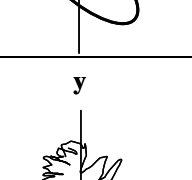
$$\frac{b}{a} = \tan(\varepsilon) \quad 2 \frac{E_{0x} E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} = \tan(2\nu) \quad 2 \frac{E_{0x} E_{0y}}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} = \sin(2\nu)$$

$$\tan(2\alpha) = \tan(2\nu) \cos(\varphi) \quad \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) = \cos(2\nu)$$

$$\pm \sin(2\varepsilon) = \sin(2\nu) \sin(\varphi) \quad \pm \tan(2\varepsilon) = \sin(2\alpha) \tan(\varphi)$$

$$\cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) = \cos(2\nu) \tan(2\alpha) = \sin(2\nu) \cos(\varphi)$$

Annexe 2: Vecteurs de Jones et de Stokes pour différents états de polarisation.

Etat de polarisation	Forme de la polarisation	Vecteur de Jones	Vecteur de Stokes
Rectiligne horizontal		$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Rectiligne vertical		$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Rectiligne à 45° de O_x		$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Circulaire droit		$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Circulaire gauche		$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
Elliptique quelconque		$\begin{bmatrix} \cos(\alpha)\cos(\varepsilon) - j\sin(\alpha)\sin(\varepsilon) \\ \sin(\alpha)\cos(\varepsilon) + j\cos(\alpha)\sin(\varepsilon) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} I \\ \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix}$
Non polarisée			$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Annexe 3

Matrices de Jones pour différents diatténuateurs

Elément optique	Matrice de Jones
Polariseur linéaire d'orientation α	$P_1 \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha) & \cos(\alpha)\sin(\alpha) \\ \cos(\alpha)\sin(\alpha) & \sin^2(\alpha) \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire partiel d'orientation α	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\alpha) + P_2 \sin^2(\alpha) & (P_1 - P_2) \cos(\alpha) \sin(\alpha) \\ (P_1 - P_2) \cos(\alpha) \sin(\alpha) & P_1 \sin^2(\alpha) + P_2 \cos^2(\alpha) \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique d'ellipticité ε et d'orientation α	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\nu) & P_1 e^{-i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) \\ P_1 e^{i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) & P_1 \sin^2(\nu) \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique partiel d'ellipticité ε d'orientation α	$\begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\nu) + P_2 \sin^2(\nu) & (P_1 - P_2) e^{-i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) \\ (P_1 - P_2) e^{i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) & P_1 \sin^2(\nu) + P_2 \cos^2(\nu) \end{bmatrix}$

Matrices de Mueller pour différents diatténuateurs

Elément optique	Matrice de Mueller
Polariseur linéaire d'orientation α	$\frac{P_1^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & C_{2\alpha} & S_{2\alpha} & 0 \\ C_{2\alpha} & C_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha}S_{2\alpha} & 0 \\ S_{2\alpha} & C_{2\alpha}S_{2\alpha} & S_{2\alpha}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Polariseur linéaire partiel d'orientation α	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\alpha} & q_2 S_{2\alpha} & 0 \\ q_2 C_{2\alpha} & q_1 C_{2\alpha}^2 + q_3 S_{2\alpha}^2 & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & 0 \\ q_2 S_{2\alpha} & C_{2\alpha} S_{2\alpha} (q_1 - q_3) & q_1 S_{2\alpha}^2 + q_3 C_{2\alpha}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique d'ellipticité ε et d'orientation α	$\frac{P_1^2}{2} \begin{bmatrix} 1 & C_{2v} & S_{2v} C_\varphi & S_{2v} S_\varphi \\ C_{2v} & C_{2v}^2 & C_{2v} S_{2v} C_\varphi & C_{2v} S_{2v} S_\varphi \\ S_{2v} C_\varphi & C_{2v} S_{2v} C_\varphi & C_\varphi^2 S_{2v}^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 \\ S_{2v} S_\varphi & C_{2v} S_{2v} S_\varphi & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 & S_\varphi^2 S_{2v}^2 \end{bmatrix}$
Polariseur elliptique partiel d'ellipticité ε d'orientation α	$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2v} & q_2 S_{2v} C_\varphi & q_2 S_{2v} S_\varphi \\ q_2 C_{2v} & q_1 C_{2v}^2 + q_3 S_{2v}^2 & C_{2v} S_{2v} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_{2v} S_{2v} S_\varphi (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2v} C_\varphi & C_{2v} S_{2v} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi^2 (q_1 S_{2v}^2 + q_3 C_{2v}^2) + q_3 S_\varphi^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2v} S_\varphi & C_{2v} S_{2v} S_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi S_\varphi S_{2v}^2 (q_1 - q_3) & S_\varphi^2 (q_1 S_{2v}^2 + q_3 C_{2v}^2) + q_3 C_\varphi^2 \end{bmatrix}$

$$C_{2\alpha} = \cos(2\alpha)$$

$$S_{2\alpha} = \sin(2\alpha)$$

$$q_1 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2)$$

$$q_2 = \frac{1}{2}(P_1^2 - P_2^2)$$

$$q_3 = P_1 P_2$$

$$C_{2v} = \cos(2v) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha)$$

$$S_{2v} C_\varphi = \sin(2v) \cos(\varphi) = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha)$$

$$S_{2v} S_\varphi = \sin(2v) \sin(\varphi) = \sin(2\varepsilon)$$

Annexe 4

Matrices de Jones pour différents retardateurs

Elément optique	Matrice de Jones
Retardateur linéaire de retard δ d'orientation α	$\begin{bmatrix} \cos^2(\alpha)e^{i\frac{\delta}{2}} + \sin^2(\alpha)e^{-i\frac{\delta}{2}} & i\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)\sin(2\alpha) \\ i\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)\sin(2\alpha) & \sin^2(\alpha)e^{i\frac{\delta}{2}} + \cos^2(\alpha)e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$
Retardateur elliptique de retard δ , d'ellipticité ε et d'orientation α	$\begin{bmatrix} \cos^2(\nu)e^{i\frac{\delta}{2}} + \sin^2(\nu)e^{-i\frac{\delta}{2}} & i\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)\sin(2\nu)e^{-i\varphi} \\ i\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)\sin(2\nu)e^{i\varphi} & \sin^2(\nu)e^{i\frac{\delta}{2}} + \cos^2(\nu)e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix}$

Matrices de Mueller pour différents retardateurs

Elément optique	Matrice de Mueller
Retardateur linéaire de retard δ d'orientation α	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{2\alpha}^2 + S_{2\alpha}^2 \cos(\delta) & C_{2\alpha}S_{2\alpha}(1 - \cos(\delta)) & -S_{2\alpha}\sin(\delta) \\ 0 & C_{2\alpha}S_{2\alpha}(1 - \cos(\delta)) & S_{2\alpha}^2 + C_{2\alpha}^2 \cos(\delta) & C_{2\alpha}\sin(\delta) \\ 0 & S_{2\alpha}\sin(\delta) & -C_{2\alpha}\sin(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix}$
Retardateur elliptique de retard δ , d'ellipticité ε et d'orientation α	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(ef + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(ef - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix}$

$$C_{2\alpha} = \cos(2\alpha)$$

$$S_{2\alpha} = \sin(2\alpha)$$

$$d = \cos(2\nu)\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \cos(2\varepsilon)\cos(2\alpha)\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

$$e = \sin(2\nu)\cos(\varphi)\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \cos(2\varepsilon)\sin(2\alpha)\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

$$f = \sin(2\nu)\sin(\varphi)\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = \sin(2\varepsilon)\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

$$g = \cos\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

Annexe 5: Matrice de passage $[P]$ dans le cas idéal $(e, e, 5e, 5e)$ pour le polarimètre à une voie de détection.

$$[P] = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Annexe 6: Matrice de passage $[P^{erreur}]$ dans le cas non-idéal
 $(e, e+\Delta e_2, 5e+\Delta e_3, 5e+\Delta e_4)$.

$$[P^{erreur}] = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 8C_2 & 8S_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8C_{34} & 0 & -4C_2C_{34} & -4S_2C_{34} & 8S_{34} & 0 & 4C_2S_{34} & 4S_2S_{34} \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4C_{34} & 0 & 0 & 0 & 4S_{34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{34} & 0 & 0 & 0 & -2S_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8 & 0 & -4C_2 & -4S_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 2C_2 & 2S_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{34} & 0 & 0 & 0 & -2S_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & -2C_2 & -2S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

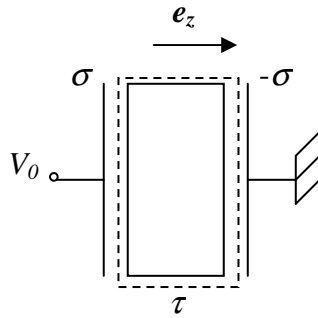
avec

$$\begin{aligned} C_2 &= \cos(\phi_2) \\ S_2 &= \sin(\phi_2) \\ C_{34} &= \cos(\phi_3 - \phi_4) \\ S_{34} &= \sin(\phi_3 - \phi_4) \end{aligned}$$

Annexe 7: Expression de l'énergie électrique dans un diélectrique dans le cas d'un potentiel constant.

Expression de $d\tilde{F}_{elec}$ en fonction des champs \vec{E} et \vec{D} .

Soit un condensateur à faces planes et parallèles connecté à une pile qui délivre une tension continue V_0 . Au milieu du condensateur se trouve un milieu diélectrique.



On désire exprimer $d\tilde{F}_{elec} = -q dV$ en fonction des champs \vec{E} et \vec{D} [A.1].

Calculons pour cela l'intégrale $\iiint_{\tau} \vec{D} d\vec{E} d\tau$ sur le volume τ qui englobe le diélectrique à l'intérieur du condensateur. Comme $d\vec{E} = -gr\vec{a}d(dV)$, alors:

$$\iiint_{\tau} \vec{D} d\vec{E} d\tau = -\iiint_{\tau} \vec{D} gr\vec{a}d(dV) d\tau$$

Or nous avons l'égalité suivante:

$$div(\vec{D} dV) = \vec{D} gr\vec{a}d(dV) + dV div\vec{D}$$

Comme $div\vec{D} = 0$ dans les diélectriques (pas de charges libres), nous obtenons d'après le théorème de Green-Ostrogradski:

$$\iiint_{\tau} \vec{D} d\vec{E} d\tau = -\iiint_{\tau} div(\vec{D} dV) d\tau = \iint_A dV \vec{D} \cdot \vec{u} dA$$

où A est la surface de la région τ et \vec{u} un vecteur unitaire normal à la surface et dirigé vers l'extérieur. Etant donné que $\vec{D} = \sigma \vec{e}_x$ dans un condensateur, on obtient:

$$\iiint_{\tau} \vec{D} d\vec{E} d\tau = \sigma S dV = q dV$$

où S est la surface du condensateur. Ainsi:

$$d\tilde{F}_{elec} = -\iiint_{\tau} \vec{D} d\vec{E} d\tau$$

Expression de la densité d'énergie électrique \tilde{f}_{elec} :

Soit \tilde{f}_{elec} la densité volumique d'énergie électrique de \tilde{F}_{elec} .

Comme $d\tilde{F}_{elec} = -\iiint_{\tau} \vec{D} d\vec{E} d\tau$, alors $d\tilde{f}_{elec} = -\vec{D} d\vec{E}$. En écrivant les vecteurs \vec{E} et \vec{P}_s sous la forme $\vec{E} = \vec{E}_{\parallel} + \vec{E}_{\perp}$ et $\vec{P}_s = \vec{P}_{s\parallel} + \vec{P}_{s\perp}$ où les composantes \perp et \parallel sont respectivement les composantes dans le plan perpendiculaire au grand axe de la molécule (directeur \vec{n}) et selon le directeur \vec{n} , nous obtenons:

$$d\tilde{f}_{elec} = -(\epsilon_{\perp} E_{\perp} + P_{s\perp}) dE_{\perp} - (\epsilon_{\parallel} E_{\parallel} + P_{s\parallel}) dE_{\parallel}$$

Ainsi,

$$\frac{\partial \tilde{f}_{elec}}{\partial E_{\perp}} = -\epsilon_{\perp} E_{\perp} - P_{s\perp}$$

soit:

$$\tilde{f}_{elec} = -\frac{1}{2} \epsilon_{\perp} E_{\perp}^2 + P_{s\perp} E_{\perp} + l(E_{\parallel})$$

avec $l(E_{\parallel})$ une fonction qui dépend de E_{\parallel} . D'autre part:

$$\frac{\partial \tilde{f}_{elec}}{\partial E_{\parallel}} = \frac{\partial l}{\partial E_{\parallel}} = -\epsilon_{\parallel} E_{\parallel} - P_{s\parallel}$$

ce qui permet d'écrire:

$$\tilde{f}_{elec} = -\frac{1}{2} (\epsilon_{\perp} E_{\perp}^2 + \epsilon_{\parallel} E_{\parallel}^2) - P_{s\perp} E_{\perp} - P_{s\parallel} E_{\parallel}.$$

En remarquant que:

$$\tilde{f}_{elec} = -\frac{1}{2} (\epsilon_{\perp} E_{\perp}^2 + \epsilon_{\parallel} E_{\parallel}^2 + [\epsilon_{\perp} E_{\parallel}^2 - \epsilon_{\parallel} E_{\perp}^2]) - P_{s\perp} E_{\perp} - P_{s\parallel} E_{\parallel}$$

L'expression peut se mettre finalement sous la forme:

$$\tilde{f}_{elec} = -\frac{1}{2} (\epsilon_{\perp} \|\vec{E}\|^2 + \Delta\epsilon (\vec{E} \cdot \vec{n})^2) - \vec{P}_s \cdot \vec{E}$$

[A.1] L.D. Landau and E.M. Lifshits, "The electrodynamics of continuous media", Pergamon Press (1960).

Annexe 8: Les équations d'Euler-Lagrange

On recherche une fonction $f_{(z)}$ qui rend stationnaire (minimale ou maximale) l'expression:

$$\int_a^b \Psi_{(z,f,d_z f)} dz + h_{(f)} \Big|_{z=a} + h_{(f)} \Big|_{z=b} \quad (1)$$

où $d_z f = \frac{df}{dz}$. Pour déterminer $f_{(z)}$, on définit une variation $\alpha v_{(z)}$ telle que $F_{(z)} = f_{(z)} + \alpha v_{(z)}$ avec α un nombre réel indépendant de z . On définit $v_{(z)}$ comme étant non nulle, sans donner de condition aux bornes pour $f_{(a)}$ et $f_{(b)}$. Si la fonction $f_{(z)}$ est la fonction recherchée, alors pour que l'expression (1) soit stationnaire, il faut que sa dérivée s'annule pour $\alpha = 0$. On obtient donc:

$$\frac{d}{d\alpha} \left[\int_a^b \Psi_{(z,F,d_z F)} dz \right] + \left(\frac{d}{d\alpha} h_{(F)} \right) \Big|_{z=a} + \left(\frac{d}{d\alpha} h_{(F)} \right) \Big|_{z=b} = 0$$

Or,

$$\int_a^b \frac{d\Psi}{d\alpha} dz = \int_a^b \left(\frac{dz}{d\alpha} \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{dF}{d\alpha} \frac{\partial \Psi}{\partial F} + \frac{d(d_z f)}{d\alpha} \frac{\partial \Psi}{\partial (d_z f)} \right) dz$$

Comme $\frac{d\alpha}{dz} = 0$, alors:

$$\int_a^b \frac{d\Psi}{d\alpha} dz = \int_a^b \left(v_{(z)} \frac{\partial \Psi}{\partial F} + (d_z v) \frac{\partial \Psi}{\partial (d_z F)} \right) dz$$

soit encore en intégrant par partie le deuxième terme de l'intégrale:

$$\int_a^b \frac{d\Psi}{d\alpha} dz = \int_a^b v_{(z)} \frac{\partial \Psi}{\partial F} dz + \left[v_{(z)} \frac{\partial \Psi}{\partial (d_z F)} \right]_a^b - \int_a^b v_{(z)} \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial F} \right) dz$$

D'autre part,

$$\frac{dh_{(F)}}{d\alpha} = \frac{dF}{d\alpha} \frac{dh}{dF} = v_{(z)} \frac{dh}{dF}$$

Ainsi, nous avons, quelle que soit la fonction $v_{(z)}$:

$$\left[v_{(z)} \frac{\partial \Psi}{\partial (d_z F)} \right]_a^b + \left(v_{(z)} \frac{dh}{dF} \right)_a - \left(v_{(z)} \frac{dh}{dF} \right)_b + \int_a^b v_{(z)} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial F} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial F} \right) \right) dz = 0$$

Nous devons donc avoir les égalités suivantes :

$$\frac{\partial \psi}{\partial f} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \psi}{\partial (d_z f)} \right) = 0$$

$$\left. \frac{dh}{df} \right|_a - \left. \frac{\partial \psi}{\partial (d_z f)} \right|_a = 0$$

$$\left. \frac{dh}{df} \right|_b + \left. \frac{\partial \psi}{\partial (d_z f)} \right|_b = 0$$

Remarque : si nous devons trouver les fonctions $f_{(z)}$ et $g_{(z)}$ qui rendent stationnaire l'intégrale $\int_a^b \psi_{(z, f, d_z f, g, d_z g)} dz + h_{(f)} \Big|_{z=a} + h_{(f)} \Big|_{z=b}$, nous aboutirions par la même démarche aux équations suivantes :

$$\frac{\partial \psi}{\partial g} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \psi}{\partial (d_z g)} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial f} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \psi}{\partial (d_z f)} \right) = 0$$

$$\left. \frac{dh}{df} \right|_a - \left. \frac{\partial \psi}{\partial (d_z f)} \right|_a = 0$$

$$\left. \frac{dh}{df} \right|_b + \left. \frac{\partial \psi}{\partial (d_z f)} \right|_b = 0$$

Annexe 9: Résolution numérique des équations d'Euler-Lagrange

Afin de trouver la solution des équations couplées (III.2.26) aux dérivées partielles, nous avons utilisé la méthode des différences finies qui consiste à discrétiser les opérations de dérivation et d'intégration. Les équations que nous avons utilisées ont été modifiées par rapport à la partie 2.3.1.5 du chapitre III, car nous avons substitué l'expression du potentiel $V_{(z)}$ (équation III.2.27) afin de n'avoir que le profil $\phi_{(z)}$ à calculer.

La solution $\phi_{(z)}$ doit répondre à plusieurs conditions:

- conditions de volume:

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{d^2 \phi_{(z)}}{dZ^2} \right) + P_s \sin \phi_{(z)} \left(\frac{P_s}{\epsilon} \cos \phi_{(z)} + C \right) = 0$$

$$C = \frac{1}{d} \left[-V_0 - \int_0^d \frac{P_s}{\epsilon} \cos \phi_{(z)} dz \right]$$

- conditions de surface:

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right) \Big|_{Z=0} - \gamma_{inp} \sin^2 \theta \sin 2\phi_{(0)} = 0$$

$$\phi_{(d)} = \phi_{(0)}$$

- minimisation de la densité d'énergie du système:

$$g - g_{0(r)} = -\frac{1}{2} \epsilon C^2 + \frac{1}{2d} \int_0^d \left(K \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi_{(z)}}{dZ} \right)^2 + \frac{P_s^2}{\epsilon} \cos^2 \phi_{(z)} \right) dZ - 2 \frac{\gamma_{inp}}{d} (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi_{(0)})$$

Les conditions d'Euler-Lagrange permettent de trouver le profil $\phi_{(z)}$ qui rend stationnaire l'énergie g . Il se peut que plusieurs profils remplissent les conditions de volume et de surface. Il faut alors choisir parmi eux, les profils qui minimisent l'énergie g . Néanmoins, ils peuvent être parfois au nombre de deux à cause de la bistabilité du système et on retiendra alors le profil qui est le moins éloigné des conditions initiales.

L'épaisseur de la cellule est segmentée en N couches identiques d'épaisseur ΔZ , ce qui permet de simplifier le système par un ensemble de $N+1$ molécules dont l'angle $\phi_{(z)}$ est évalué en chaque point du maillage soit $\{\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_i, \dots, \phi_{N-1}, \phi_N\}$. En particulier, les angles ϕ_0 et ϕ_N correspondent aux molécules de cristal liquide à la surface de la cellule. L'étude consiste alors à trouver la valeur de chaque ϕ_i qui répond aux conditions citées précédemment, sachant que, en différences finies, nous avons pris:

$$\left(\frac{d^2\phi}{dZ^2} \right) \Big|_{Z=i\Delta Z} = \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{(\Delta Z)^2} \text{ pour } i \text{ compris entre } [1, N-1],$$

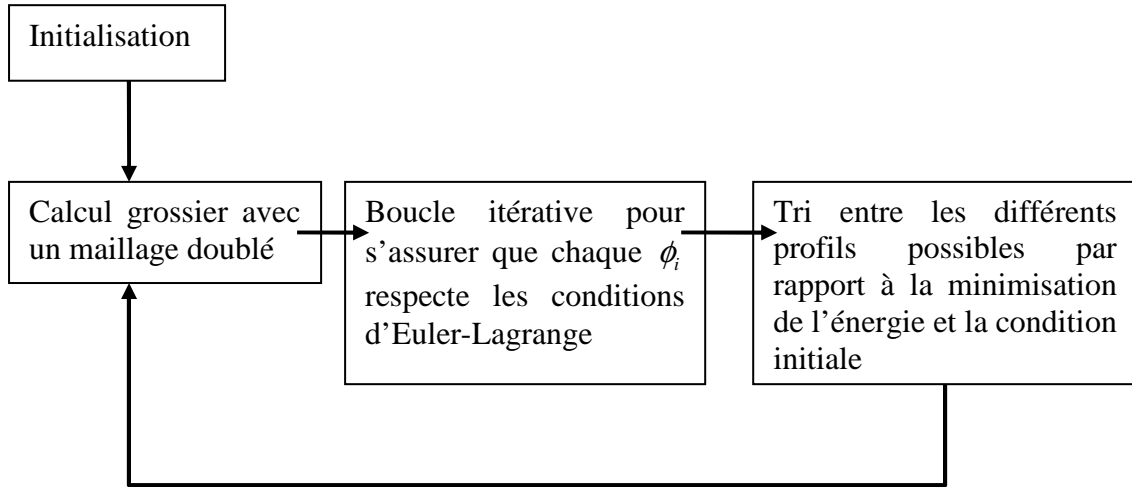
$$\left(\frac{d\phi}{dZ} \right) \Big|_{Z=i\Delta Z} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta Z} \text{ pour } i \text{ compris entre } [1, N-1],$$

$$\left(\frac{d\phi}{dZ} \right) \Big|_{Z=0} = \frac{\phi_1 - \phi_0}{\Delta Z} \text{ et } \left(\frac{d\phi}{dZ} \right) \Big|_{Z=N\Delta Z} = \frac{\phi_N - \phi_{N-1}}{\Delta Z} \text{ pour la surface.}$$

Enfin le calcul numérique des intégrales a été effectué par la méthode des trapèzes qui consiste à remplacer les arcs de courbe successifs par des segments. Dans ce cas, si on doit évaluer l'intégrale d'une fonction $\Psi_{(Z)}$ dont on connaît la valeur en chaque point du maillage $\{\Psi_0, \Psi_1, \dots, \Psi_i, \dots, \Psi_{N-1}, \Psi_N\}$, l'intégrale s'exprime sous la forme :

$$\int_0^d \Psi_{(Z)} dZ = \sum_{i=1}^{N-1} \Psi_i \Delta Z + \frac{1}{2}(\Psi_0 + \Psi_N) \Delta Z$$

La procédure numérique qui a permis de calculer les profils $\phi_{(Z)}$ est présentée schématiquement ci-dessous :



- * On part d'un état initial constitué de 2 couches (N=2), c'est-à-dire de 3 molécules, qui correspond généralement à un état saturé "up" ou "down".
- * On calcule ensuite l'orientation que devraient prendre les molécules qui se trouvent au milieu du maillage par rapport aux conditions de volume. Le maillage est ainsi doublé et le système comporte alors 5 molécules.
- * On calcule successivement chaque ϕ_i afin qu'il respecte les conditions d'Euler-Lagrange sous la forme d'une boucle itérative qui s'arrête lorsque la convergence est établie.
- * Si plusieurs profils existent, on choisit le profil qui minimise l'énergie et à énergie égale celui qui est le plus proche de la condition initiale.

La résolution numérique telle qu'elle a été implantée permet d'obtenir des profils de $\phi_{(Z)}$ de 500 points en moins de 5 secondes.

Annexe 10: Résolution numérique des équations d'évolution dynamique du directeur

La solution $\phi_{(Z,t)}$ du système (III.2.32) doit répondre à plusieurs conditions:

- conditions de volume:

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{\partial^2 \phi_{(Z,t)}}{\partial Z^2} \right) + P_s \sin \phi_{(Z,t)} \left(\frac{P_s}{\varepsilon} \cos \phi_{(Z,t)} + C_{(t)} \right) = \eta^{\phi, vol} \frac{\partial \phi_{(Z,t)}}{\partial t}$$

$$C_{(t)} = \frac{1}{d} \left[-V_0 - \int_0^d \frac{P_s}{\varepsilon} \cos \phi_{(Z,t)} dz \right]$$

- conditions de surface :

$$K \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \phi_{(Z,t)}}{\partial Z} \right) \Big|_{Z=0} - \gamma_{1np} \sin^2 \theta \sin 2\phi_{(0,t)} = \eta^{\phi, surf} \frac{\partial \phi_{(0,t)}}{\partial t}$$

$$\phi_{(d,t)} = \phi_{(0,t)}$$

L'épaisseur de la cellule est segmentée en N couches identiques d'épaisseur ΔZ , et on évalue le jeu d'angles ϕ dans la cellule par intervalle temporel régulier ΔT . Cela revient donc à effectuer un maillage à 2 dimensions: un maillage spatial et un maillage temporel.

On note $\{ \phi_{0,j}, \phi_{1,j}, \dots, \phi_{i,j}, \dots, \phi_{N-1,j}, \phi_{N,j} \}$ le profil des angles ϕ dans la cellule à l'instant $t = j \Delta T$.

L'étude consiste alors à trouver la valeur de chaque $\phi_{i,j}$ qui répond aux conditions citées précédemment, sachant que, en différences finies, nous avons pris :

$$\left(\frac{\partial^2 \phi_{(Z,t)}}{\partial Z^2} \right) \Big|_{Z=i\Delta Z, t=j\Delta T} = \frac{\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}}{(\Delta Z)^2} \text{ pour } i \text{ compris entre } [1, N-1]$$

$$\left(\frac{\partial \phi_{(Z,t)}}{\partial Z} \right) \Big|_{Z=0, t=j\Delta T} = \frac{\phi_{1,j} - \phi_{0,j}}{\Delta Z}$$

$$\frac{\partial \phi_{(Z,t)}}{\partial t} \Big|_{Z=i\Delta Z, t=j\Delta T} = \frac{\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}}{\Delta T} \text{ pour } i \text{ compris entre } [0, N]$$

La résolution numérique de ce système est assez facile à mettre en œuvre. A l'instant $t=0$, on part d'un profil de $\phi_{(Z,0)}$ constitué de 500 points et on calcule à chaque intervalle ΔT , le nouveau profil de $\phi_{(Z)}$ dans la cellule. Néanmoins, la simplicité de la démarche peut se révéler être catastrophique par rapport à la convergence du système si les intervalles ΔT et ΔZ n'ont pas été bien choisis.

BIBLIOGRAPHIE

Introduction générale

[i.1] J.J. Gil, "Polarimetric characterization of light and media", *The European Physical Journal - Applied Physics* **40**(1), 1-47 (2007)

[i.2] H. Mueller, "The foundation of optics", *Journal of the Optical Society of America* **38**, 661 (1948)

[i.3] www.nanocharm.org

[i.4] A.F. Fercher, C.K. Hitzenberger, G. Kamp and S.Y. El-Zaiat, "Measurement of intraocular distances by backscattering spectral interferometry", *Optics Communications* **117**(1,2), 43-48 (1995)

[i.5] D. Huang, E.A. Swanson, C.P. Lin, J.S. Schuman, W.G. Stinson, W. Chang, M.R. Hee, T. Flotte, K. Gregory, C.A. Puliafito, J.G. Fujimoto, "Optical Coherence Tomography", *Science* **254**, 1178-1181 (1991)

[i.6] K. Oka and T. Kato, "Spectroscopic polarimetry with a channeled spectrum", *Optics Letters* **24**(21), 1475-1477 (1999)

[i.7] I. Dahl, "How to measure the Mueller matrix of liquid-crystal cells", *Measurement Science and Technology* **12**(11), 1938-1948 (2001)

[i.8] A. Lizana, I. Moreno, C. Iemmi, A. Márquez, J. Campos, and M. J. Yzuel, "Time-resolved Mueller matrix analysis of a liquid crystal on silicon display", *Applied Optics* **47**(23), 4267-4274 (2008)

Chapitre I

[I.1] R.C. Jones, "A new calculus for the treatment of optical systems", *Journal of the Optical Society of America* **31**, 488-493 (1941); **31**, 493-499 (1941); **31**, 500-503 (1941); **32**, 486-493 (1942); **37**, 107-110 (1947); **37**, 110-112 (1947); **38**, 671-684 (1948); **46**, 126-131 (1956)

[I.2] G.G. Stokes, "On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources", *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **9**, 339-416 (1852)

[I.3] P. Soleillet, "Sur les paramètres caractérisant la polarisation partielle de la lumière dans les phénomènes de fluorescence", *Annales de Physique* **12**, 23-97 (1929)

[I.4] F. Perrin, "Polarisation of light scattered by isotropic media", *Journal of Chemical Physics* **10**, 415-427 (1942)

[I.5] H. Mueller, "The foundation of optics", *Journal of the Optical Society of America* **38**, 661 (1948)

- [I.6] M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics", 6ème édition, *Pergamon Press*, New-York (1983)
- [I.7] H. Poincaré, "Théorie mathématique de la lumière", *Gauthiers-Villars* **2**, Paris (1892)
- [I.8] S.R. Cloude, "Conditions for physical realizability of matrix operators in polarimetry", *Proceedings of SPIE* **1166**, 177-185 (1990)
- [I.9] C.R. Givens and A.B. Kostinski, "A Simple Necessary and Sufficient Condition on Physically Realizable Mueller Matrices", *Journal of Modern Optics* **40**(3), 471-481 (1993)
- [I.10] J.J. Gil, "Characteristic properties of Mueller matrices", *Journal of the Optical Society of America A* **17**(2), 328-334 (2000)
- [I.11] C.V.M. Van der Mee, "An eigenvalue criterion for matrices transforming Stokes parameters", *Journal of Mathematical Physics* **34**(11), 5072-5088 (1993)
- [I.12] A.V. Gopala Rao, K.S. Mallesh and Sudha, "On the algebraic characterization of a Mueller matrix in polarization optics I. Identifying a Mueller matrix from its N matrix", *Journal of Modern Optics* **45**(5), 955-987 (1998)
- [I.13] R. Sridhar and R. Simon, "Normal form for Mueller matrices in polarization optics", *Journal of Modern Optics* **41**(10), 1903-1915 (1994)
- [I.14] Y. Takakura and M-P. Stoll, "Passivity test of Mueller matrices in the presence of additive Gaussian noise", *Applied Optics* **48**(6), 1073-1083 (2009)
- [I.15] J.E. Ahmad and Y. Takakura, "Estimation of physically realizable Mueller matrices from experiments using global constrained optimization", *Optics Express* **16**(18), 14274-14287 (2008)
- [I.16] S.Y. Lu and R.A. Chiman, "Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition", *Journal of the Optical Society of America A* **13**(5), 1106-1113 (1996)
- [I.17] D.G.M. Anderson and R. Barakat, "Necessary and sufficient conditions for a Mueller matrix to be derivable from a Jones matrix", *Journal of the Optical Society of America A* **11**(8), 2305-2319 (1994)
- [I.18] J.J. Gil and E. Bernabeu, "Obtainment of the polarizing and retardation parameters of a non-depolarizing optical system from the polar decomposition of its Mueller matrix", *Optik* **76**, 67-71 (1987)
- [I.19] R. Ossikovski, "Interpretation of non-depolarizing Mueller matrices based on singular-value decomposition", *Journal of the Optical Society of America A* **25**(2), 473-482 (2008)
- [I.20] R. Ossikovski, E. Garcia-Caurel and A. De Martino, "Product decomposition of experimentally determined non-depolarizing Mueller matrices", *Physica Status Solidi (c)* **5**(5), 1059-1063 (2008)

- [I.21] J.J. Gil and E. Bernabeu, "Depolarization and polarization indices of an optical system", *Journal of Modern Optics* **33**, 185-189 (1986)
- [I.22] J. Morio and F. Goudail, "Influence of the order of diattenuator, retarder, and polarizer in polar decomposition of Mueller matrices", *Optics Letters* **29**(19), 2234-2236 (2004)
- [I.23] R. Ossikovski, A. De Martino and S. Guyot, "Forward and reverse product decompositions of depolarizing Mueller matrices", *Optics Letters* **32**(6), 689-691 (2007)
- [I.24] M. Anastasiadou, S. Ben Hatit, R. Ossikovski, S. Guyot and A. De Martino, "Experimental validation of the reverse polar decomposition of depolarizing Mueller matrices", *Journal of the European Optical Society* **2**, 07018 (2007)
- [I.25] M. Anastasiadou, "Imagerie polarimétrique: développements instrumentaux et applications biomédicales", *Thèse de doctorat*, Ecole Polytechnique (2007)
- [I.26] R. Ossikovski, "Analysis of depolarizing Mueller matrices through a symmetric decomposition", *Journal of the Optical Society of America A* **26**(5), 1109-1118 (2009)
- [I.27] C. Fallet, A. Pierangelo, R. Ossikovski and A. De Martino, "Experimental validation of the symmetric decomposition of Mueller matrices", *Optics Express* **18**(2), 831-842 (2009)
- [I.28] A.B. Kostinski, "Depolarization criterion for incoherent scattering", *Applied Optics* **31**(18), 3506-3508 (1992)
- [I.29] J. M. Correias, P. Melero, and J. J. Gil, "Decomposition of Mueller matrices in pure optical media", *Monografías del Semin. Matem. Garcia de Galdeano* **27**, 233-240 (2003)
- [I.30] M. Foldyna, E. Garcia-Caurel, R. Ossikovski, A. De Martino, and J. J. Gil, "Retrieval of a non-depolarizing component of experimentally determined depolarizing Mueller matrices", *Optics Express* **17**(15), 12794-12806 (2009)
- [I.31] F. Boulvert, G. Le Brun, B. Le Jeune, J. Cariou, L. Martin, "Decomposition algorithm of an experimental Mueller matrix", *Optics Communications* **282**(5), 692-704 (2009)
- [I.32] D.M. Hayes, "Error propagation in decomposition of Mueller matrices", *Proceedings of SPIE* **3121**, 112-123 (1997)
- [I.33] R. Ossikovski, M. Anastasiadou, S. Ben Hatit, E. Garcia-Caurel and A. De Martino, "Depolarizing Mueller matrices: how to decompose them?", *Physica Status Solidi (a)* **205**(4), 720-727 (2008)
- [I.34] J.J. Gil, "Polarimetric characterization of light and media", *The European Physical Journal - Applied Physics* **40**(1), 1-47 (2007)
- [I.35] M.H. Smith, "Optimization of a Dual-Rotating-Retarder Mueller Matrix Polarimeter", *Applied Optics* **41**(13), 2488-2493 (2002)

- [I.36] A. De Martino, Y.K. Kim, E. Garcia-Caurel, B. Laude, and B. Dré villon, "Optimized Mueller polarimeter with liquid crystals", *Optics Letters* **28**(8), 616-618 (2003)
- [I.37] J.S. Tyo, "Noise equalization in Stokes parameter images obtained by use of variable-retardance polarimeters", *Optics Letters* **25**(16), 1198-1200 (2000)
- [I.38] D. Sabatke, M. Descour, E. Dereniak, W. Sweatt, S. Kemme, and G. Phipps, "Optimization of retardance for a complete Stokes polarimeter", *Optics Letters* **25**(11), 802–804 (2000)
- [I.39] D. Lara and C. Paterson, "Stokes polarimeter optimization in the presence of shot and Gaussian noise", *Optics Express* **17**(23), 21240-21249 (2009)
- [I.40] P.S. Hauge, "Mueller matrix ellipsometry with imperfect compensators", *Journal of the Optical Society of America A* **68**(11), 1519-1528 (1978)
- [I.41] D.H. Goldstein and R.A. Chipman, "Error analysis of a Mueller matrix polarimeter", *Journal of the Optical Society of America A* **7**(4), 693-700 (1990)
- [I.42] L. Broch, A. En Naciri, and L. Johann, "Systematic errors for a Mueller matrix dual rotating compensator ellipsometer", *Optics Express* **16**(12), 8814-8824 (2008)
- [I.43] B. Boulbry, B. Le Jeune, B. Bousquet, F. Pellen, J. Cariou and J. Lotrian, "Error analysis and calibration of a spectroscopic Mueller matrix polarimeter using a short-pulse laser source", *Measurement Science and Technology* **13**(10), 1563–1573 (2002)
- [I.44] S.M.F. Nee, "Error analysis for Mueller matrix measurement", *Journal of the Optical Society of America A* **20**(8), 1651-1657 (2003)
- [I.45] E. Compain, S. Poirier, and B. Drevillon, "General and Self-Consistent Method for the Calibration of Polarization Modulators, Polarimeters, and Mueller-Matrix Ellipsometers", *Applied Optics* **38**(16), 3490-3502 (1999)
- [I.46] E. Garcia-Caurel, A. De Martino, B. Dré villon, "Spectroscopic Mueller polarimeter based on liquid crystal devices", *Thin Solid Films* **455-456**, 120-123 (2004)
- [I.47] C. Chen, I. An, G.M. Ferreira, N.J. Podraza, J.A. Zapien, R.W. Collins, "Multichannel Mueller matrix ellipsometer based on the dual rotating compensator principle", *Thin Solid Films* **455-456**, 14-23 (2004)
- [I.48] B. Laude-Boulesteix, A. De Martino, B. Dré villon, and L. Schwartz, "Mueller Polarimetric Imaging System with Liquid Crystals", *Applied Optics* **43**(14), 2824-2832 (2004)
- [I.49] J. Pezzaniti and R.A. Chipman, "Mueller matrix imaging polarimetry: Polarization analysis and measurement", *Optical Engineering* **34**(6), 1558-1568 (1995)

- [I.50] D. Lara Saucedo, "Three-dimensional complete polarization sensitive imaging using a confocal Mueller matrix polarimeter", *PhD Dissertation*, Imperial College of London (2005)
- [I.51] S. Ben Hatit, M. Foldyna, A. De Martino and B. Drévilon, "Angle-resolved Mueller polarimeter using a microscope objective", *Physica Status Solidi (a)* **205**(4), 743-747 (2008)
- [I.52] S. Ben Hatit, "Polarimétrie de Mueller résolue en angle", *Thèse de doctorat*, Ecole Polytechnique (2008).
- [I.53] D.H. Goldstein, "Mueller-matrix dual-rotating retarder polarimeter", *Applied Optics* **31**(31), 6676-6683 (1992)
- [I.54] B. Boulbry, "Mise en place d'un polarimètre de Mueller achromatique dans le domaine du visible en régime laser impulsif", *Thèse de doctorat*, Université de Bretagne Occidentale (2002)
- [I.55] R.W. Collins and J. Koh, "Dual-rotating-compensator multichannel ellipsometer; instrument design for real-time Mueller matrix spectroscopy of surfaces and films", *Journal of the Optical Society of America A* **16**(8), 1997-2006 (1999)
- [I.56] G.E. Jellison and F.A. Modine, "Two-modulator generalized ellipsometry: theory", *Applied Optics* **36**(31), 8190-8198 (1997)
- [I.57] F. Delplancke, "Automated high-speed Mueller matrix scatterometer", *Applied Optics* **36**(22), 5388-5395 (1997)
- [I.58] J. Ladstein, F. Stabo-Eeg, E. Garcia-Caurel and M. Kildemo, "Fast near-infra-red spectroscopic Mueller matrix ellipsometer based on ferroelectric liquid crystal retarders", *Physica Statu Solidi (c)* **5**(5), 1097-1100 (2008)

Chapitre II

- [II.1] K. Oka and T. Kato, "Spectroscopic polarimetry with a channeled spectrum", *Optics Letters* **24**(21), 1475-1477 (1999)
- [II.2] F.J. Iannarilli, S.H. Jones, H.E. Scott, and P.L. Kebabian, "Polarimetric Spectral Intensity Modulation (P-SIM): Enabling Simultaneous Hyperspectral and Polarimetric Imaging", *Proceedings of SPIE* **3698**, 474-481 (1999)
- [II.3] P. Kebabian, "Polarimetric spectral intensity modulation spectropolarimeter", *US Patent* 6,490,043 (2002)
- [II.4] S.H. Jones, F.J. Iannarilli and P.L. Kebabian, "Realization of quantitative-grade fieldable snapshot imaging spectropolarimeter", *Optics Express* **12**(26), 6559-6573 (2004)

- [II.5] A.M. Locke, D. Salyer, D.S. Sabatke, E.L. Dereniak, "Design of a SWIR Computed Tomographic Imaging Channeled Spectropolarimeter", *Proceedings of SPIE* **5158**, 12-23 (2003)
- [II.6] D.S. Sabatke, A.M. Locke, E.L. Dereniak, M. Descour, T. Hamilton, R.W. McMillan, "Snapshot imaging spectropolarimeters", *Optical Engineering* **41**(5), 1048-1054 (2002)
- [II.7] N. Hagen, D.S. Sabatke, J.F. Scholl, P.A. Jansson, W.W. Chen, E.L. Dereniak, D.T. Sass, "Compact Methods for Measuring Stress Birefringence", *Proceedings of SPIE* **5158**, 45-53 (2003)
- [II.8] F. Snik, T. Karalidi, and C.U. Keller, "Spectral modulation for full linear polarimetry", *Applied Optics* **48**(7), 1337-1346 (2009)
- [II.9] E. López-Lago and R. de la Fuente, "Measurement of the polarization dynamics of ultrashort pulses by using nonlinear phase modulation and channelled spectroscopic polarimetry", *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* **7**, 400-403 (2005)
- [II.10] T. Wakayama, Y. Otani, N. Umeda, "One-shot birefringence dispersion measurement based on channelled spectrum technique", *Optics Communications* **281**, 3668-3672 (2008)
- [II.11] H. Okabe, M. Hayakawa, H. Naito, A. Taniguchi and K. Oka, "Spectroscopic polarimetry using channelled spectroscopic polarization state generator (CSPSG)", *Optics Express* **15**(6), 3093-3109 (2007)
- [II.12] A. Taniguchi and K. Oka, "Stabilization of a channelled spectropolarimeters by self-calibration", *Optics Letters* **31**(22), 3279-3281 (2006)
- [II.13] Y. Otani, T. Wakayama, K. Oka, N. Umeda, "Spectroscopic Mueller matrix polarimeter using four-channelled spectra", *Optics Communications* **281**(23), 5725-5730 (2008)
- [II.14] H. Okabe, M. Hayakawa, J. Matoba, H. Naito and K. Oka, "Error-reduced channelled spectroscopic ellipsometer with palm-size sensing", *Review of Scientific Instruments* **80**, 083104 01-10 (2009)
- [II.15] N.A. Hagen, K. Oka and E.L. Dereniak, "Snapshot Mueller matrix spectropolarimeter", *Optics Letters* **32**(15), 2100-2102 (2007)
- [II.16] G. Gosh, "Dispersion-equation coefficients for the refractive index and birefringence of calcite and quartz crystals", *Optics Communications* **163**, 95-102 (1999)
- [II.17] M.W. Kudenov, N.A. Hagen, E.L. Dereniak and G.R. Gerhart, "Fourier transform channelled spectropolarimetry in the MWIR", *Optics Express* **15**(20), 12792-12805 (2007)
- [II.18] T. Kimura and M. Saruwatari, "Temperature compensation of birefringent optical filters", *Proceedings of the IEEE*, August 1971

[II.19] A. Peinado, A. Lizana, J. Vidal, C. Iemmi, A. Marquez, I. Moreno and J. Campos, "Analysis, optimization and implementation of a variable retardance based polarimeter", *EPJ Web of Conferences* **5**, 06008 (2010)

[II.20] J. Delmas, "Introduction aux probabilités", *Ellipses* (1993)

Chapitre III

[III.1] G. Friedel, "Etats mésomorphes de la matière", *Annale de Physique* **18**, 273 (1922)

[III.2] P.G. De Gennes, "The physics of liquid crystals", *Clarendon Press*, Oxford (1974)

[III.3] P. Oswald and P. Pieranski, "Les Cristaux Liquides", volume 1 et 2, *Gordon and Breach* (2000)

[III.4] P. Joffre and N. Fraval, "Etude des cristaux liquides et des dispositifs de visualisation", *Master MATEC*, Micro-Module, (2005)

[III.5] R. Meyer, L. Liebert, L. Strzelecki and P. Keller, "Ferroelectric liquid crystals" *Le journal de Physique, Section Lettre* **36**, 69-71 (1975)

[III.6] N.A. Clark and S.T. Lagerwall, "Submicrosecond bistable electro-optic switching in liquid crystals", *Applied Physics Letters* **36**(11), 899-901 (1980)

[III.7] A. De Meyere and I. Dahl, "Modelling the molecular distribution in chevron FLCs", *Liquid Crystals* **17**(3), 397-412 (1994)

[III.8] A.R. MacGregor, "Method for computing the optical properties of a smectic C* liquid-crystal cell", *Journal of the Optical Society of America A* **6**(9), 1493-1503 (1989)

[III.9] M.A. Handschy and N.A. Clark, "Structures and responses of ferroelectric liquid crystals in the surface-stabilized geometry", *Ferroelectrics* **59**, 69-116 (1984)

[III.10] J.E. MacLennan, N.A. Clark, M.A. Handschy and M.R Meadows, "Director orientation in chevron surface-stabilized ferroelectric liquid crystal cells", *Liquid Crystals* **7**(6), 756-785 (1990)

[III.11] S.P. Palto, "Simulation of electrooptical effects and dynamics of ferroelectric liquid crystals", *Crystallography Reports* **48**(1), 124-140 (2003)

[III.12] H. Pauwels, G. De Mey, C. Reynaerts and F. Cuypers, "One dimensional stationary states with constant electrical induction in ferroelectric liquid crystals", *Liquid Crystals* **4**(5), 497-504 (1989)

- [III.13] Y.P. Panarin, Y.P. Kalmykov, S.T. McLughadha, H. Xu and J.K. Vij, "Dielectric response of surface stabilized ferroelectric liquid crystal cells", *Physical Review E* **50**(6), 4763-4772 (1994)
- [III.14] I. Dahl and S.T. Lagerwall, "Elastic and flexoelectric properties of chiral smectic-C phase and symmetry considerations on ferroelectric liquid-crystal cells", *Ferroelectrics* **58**, 215-243 (1984)
- [III.15] J. Xue, N.A. Clark and M.R. Meadows, "Surface orientation transitions in surface-stabilized ferroelectric liquid crystal structures", *Applied Physics Letters* **53**(24), 2397-2399 (1988)
- [III.16] I. Derking, "Texture of liquid crystals", *Wiley* (2003)
- [III.17] T.P. Rieker, N.A. Clark, G.S. Smith, D.S. Parmar, E.B. Sirota, and C.R. Safinya, "Chevron Local Layer Structure in Surface-Stabilized Ferroelectric Smectic-C Cells", *Physical Review Letters* **59**, 2658-2661 (1987)
- [III.18] D.W. Berreman, "Optics in Stratified and Anisotropic Media: 4×4-Matrix Formulation", *Journal of the Optical Society of America* **62**(4), 502-510 (1972)
- [III.19] S.J. Elston, J.R. Sambles and M.G. Clark, "Determination of the Director Alignment in a Ferroelectric Liquid Crystal Device by Observation of Optical Modes", *Journal of Modern Optics* **36**, 1019-1025 (1989)
- [III.20] C. Gu and P. Yeh, "Extended Jones matrix method II", *Journal of the Optical Society of America A* **10**(5), 966-973 (1993)
- [III.21] D.C. Fair and M. Tilton, "Application of the Mueller matrix method to optically retarded liquid-crystal cells for C.I.E. color-coordinate calculations", *Journal of the Society for Information Display* **1**(2), 155-158 (1993)
- [III.22] S.T. Lagerwall, "Ferroelectric and antiferroelectric liquid crystals", *Wiley-VCH* (1999)
- [III.23] W.J.A.M. Hartmann, G. Vertogen, C.J. Gerritsma, H.A.V. Sprang and A.G.H. Verhulst, "SSFLC field-induced director pattern modulation described in terms of smectic layer bending", *Ferroelectrics* **113**, 257-268 (1991)
- [III.24] A. Jakli and A. Saupe, "Spontaneous transition from chevron to striped texture of a planar smectic-C* liquid crystal", *Physical Review A* **45**(8), 5674-5679 (1992)
- [III.25] G. Strangi, D.A. Coleman, J.E. MacLennan, M. Copic and N.A. Clark, "Spontaneous formation of horizontal chevrons in smectic-C* liquid crystals", *Applied Physics Letters* **78**(11), 1532-1534 (2001)
- [III.26] W.J.A.M. Hartmann and A.M.M. Luyckx-Smolters, "The bistability of the surface-stabilized ferroelectric liquid-crystal effect in electrically reoriented chevron structures", *Journal of Applied Physics* **67**(3), 1253-1261 (1990)

- [III.27] J.S. Patel, S-D. Lee and J.W. Goodby, "Electric-field-induced reorientation in ferroelectric liquid crystals", *Physical Review A* **40**(5), 2854-2856 (1989)
- [III.28] G.K. Bryant and H.F. Gleeson, "Evolution of irreversible layer deformations in FLC devices caused by high electric field treatment", *Ferroelectrics* **214**(1), 35-42 (1998)
- [III.29] J.E. MacLennan, M.A. Handschy and N.A. Clark, "Director reorientation dynamics in chevron ferroelectric liquid crystal cells", *Liquid Crystals* **7**(6), 787-796 (1990)
- [III.30] P.C. Willis, N.A. Clark and C.R. Safyna, "Molecular director and layer response of chevron surface stabilized ferroelectric liquid crystals to low electric field", *Liquid Crystals* **11**(4), 581-592 (1992)
- [III.31] F. Giesselmann and P. Zugenmaier, "Coupled director and layer reorientation in layer tilted ferroelectric smectic liquid crystal cells", *Molecular Crystals and Liquid Crystals* **237**(1), 121-143 (1993)
- [III.32] H.F. Gleeson, G.K. Bryant and A.S. Morse, "Time-resolved X-Ray scattering studies of reversible layer flexing in a surface stabilised ferroelectric liquid crystal device", *Molecular Crystals and Liquid Crystals* **362**, 203-215 (2001)
- [III.33] W.J.A.M. Hartmann, G. Vertogen, C.J. Gerritsma, H.A.V. Sprang and A.G.H. Verhulst, "Description of field-induced director patterns in surface-stabilized ferroelectric liquid-crystal structures in terms of smectic layer bending", *Europhysics Letters* **10**(7), 657-661 (1989)
- [III.34] M. Mitsuishi, S. Ito, M. Yamamoto, T. Fischer and W. Knoll, "Dynamics of the reorientation of a ferroelectric liquid crystal under an electric field studied by time-resolved optical waveguide spectroscopy", *Molecular Crystals and Liquid Crystals* **308**, 1-26 (1997)
- [III.35] B. Caillaud, "Structuration de phases "cristal liquide" par un réseau polymère. Applications", *Thèse de Doctorat*, Telecom Bretagne (2007)

Conclusions et perspectives

- [c.1] H. Furue, T. Takahashi, S. Kobayashi and H. Yokoyama, "Models of Molecular Alignment Structure in Polymer-Stabilized Ferroelectric Liquid Crystals", *Japanese Journal of Applied Physics* **41**, 7230-7233 (2002)
- [c.2] E. Kim, D. Dave, T.E. Milner, "Fiber-optic spectral polarimeter using a broadband swept laser source", *Optics Communications* **249**, 351-356 (2005)

PUBLICATIONS ET COMMUNICATIONS

Publications

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet, Bernard Le Jeune and Laurent Dupont, "Time-resolved switching analysis of a ferroelectric liquid crystal by snapshot Mueller matrix polarimetry", *Optics Letters* **35**(7), 1019-1021 (2010)

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet and Bernard Le Jeune, "Snapshot Mueller matrix polarimetry by wavelength polarization coding and application to the study of switching dynamics in a ferroelectric liquid crystal cell", *Proceedings of SPIE* **7787-10** (2010)

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet and Bernard Le Jeune, "Snapshot Mueller matrix polarimetry by wavelength polarization coding and application to the study of switching dynamics in a ferroelectric liquid crystal cell", *EPJ Web of Conference* **5**, 06001 (2010)

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet, Bernard Le Jeune, and Jack Cariou, "Two-channel snapshot Mueller matrix polarimeter", *Applied Optics* **48**(33), 6501-6505 (2009)

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet, Bernard Le Jeune, and Jack Cariou, "Systematic errors specific to a snapshot Mueller matrix polarimeter", *Applied Optics* **48**(6), 1135-1142 (2009)

Paul Lemailet, Sylvain Rivet and Bernard Le Jeune, "Optimization of a snapshot Mueller matrix polarimeter," *Optics Letters* **33**(2), 144-146 (2008)

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet, Bernard Le Jeune, and Jack Cariou, "Snapshot Mueller matrix polarimeter by wavelength polarization coding", *Optics Express* **15**(21), 13660-13668 (2007)

Communications orales

• Internationales

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet and Bernard Le Jeune, "Characterization of a ferroelectric liquid crystal cell by snapshot Mueller matrix polarimetry", *IIIrd International workshop on Liquid Crystal for Photonics*, Elche (2010)

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet and Bernard Le Jeune, "Snapshot Mueller matrix polarimetry by wavelength polarization coding and application to the study of switching dynamics in a ferroelectric liquid crystal cell", *SPIE Optics and Photonics*, San Diego (2010)

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet and Bernard Le Jeune, "Snapshot Mueller matrix polarimeter by wavelength polarization coding. First results on the characterization of a ferroelectric liquid crystal cell", *1st NanoCharm workshop on Advanced Polarimetric Instrumentation*, Ecole Polytechnique Palaiseau (2009)

- Nationales

Matthieu Dubreuil, Sylvain Rivet et Bernard Le Jeune, "Polarimétrie de Mueller instantanée: développements et application à la caractérisation de cristaux liquides ferroélectriques", *Journées Optique et Polarisation III*, Institut Fresnel Marseille (2009)

Matthieu Dubreuil, Paul Lemailet, Sylvain Rivet et Bernard Le Jeune, "Polarimètre de Mueller instantané: Principe et Conditionnement", *Journées Optique et Polarisation II*, Université Claude Bernard Lyon 1 (2008)

Résumé

Les polarimètres de Mueller sont des instruments qui mesurent la réponse polarimétrique linéaire complète d'un milieu, dans le but de déterminer ses propriétés de dichroïsme, de biréfringence et de dépolarisation. Jusqu'à présent, ces instruments utilisaient une génération séquentielle des multiples états de polarisation nécessaires au calcul d'une matrice de Mueller, leur temps d'acquisition étant donc limité à la milliseconde. Nous proposons dans cette thèse de développer le premier polarimètre de Mueller dont le codage de la polarisation est effectué dans le domaine spectral, ce qui permet une génération parallèle des états de polarisation. Le temps d'acquisition d'une matrice de Mueller est alors limité par le temps d'intégration du détecteur, qui peut être potentiellement très court ($< \text{ms}$).

L'objet de la thèse a été dans un premier temps de valider expérimentalement un polarimètre de Mueller par codage en longueur d'onde, que nous avons dénommé "le polarimètre de Mueller instantané". Il s'agit d'utiliser une source large bande (10 nm), des lames de phases d'ordre élevé et un spectromètre couplé à une caméra CCD pour disperser tous les états de polarisation. L'étalonnage de l'instrument a été effectué, et s'appuie sur une modélisation détaillée des composants optiques utilisés dans le montage. La précision du polarimètre a été évaluée à 3%, grâce à des mesures sur des milieux connus. La stabilisation du polarimètre a également été envisagée, pour prendre en compte les dérives dues à la température et aux contraintes appliquées à la fibre optique. Enfin, deux pistes théoriques d'optimisation ont été proposées, à savoir le choix idéal de la configuration d'épaisseur des lames de phase et l'utilisation d'un polarimètre à deux voies de détection.

L'instrument a ensuite été utilisé pour caractériser de manière statique et dynamique des cellules à cristaux liquides ferroélectriques (pure et stabilisée par polymère) en dispositif SSFLC. Cela a permis d'une part, de prouver que l'exploitation de la matrice de Mueller est avantageuse pour évaluer des organisations moléculaires dans ces échantillons, grâce à la variété d'information qu'elle propose. Puis, ces études ont également prouvé la faisabilité d'acquérir simplement et avec une bonne résolution temporelle des dynamiques de réorientations rapides ($\sim 100 \mu\text{s}$) avec le polarimètre instantané. Nous avons ainsi été capables en particulier de mettre en évidence le mouvement des couches smectiques lors d'une transition "up"/"down" dans une cellule SSFLC.

Mots clés: *optique, instrumentation, caractérisation, polarisation, polarimétrie, matrice de Mueller, étalonnage, cristaux liquides, cristaux liquides ferroélectriques, modélisation, dynamique.*

Abstract

Mueller matrix polarimeters allow the acquisition of the full linear polarimetric response of a medium, and lead to the knowledge of its dichroism, birefringence and depolarization properties. By now, those setups used to generate the multiple states of polarization necessary for the calculation of a Mueller matrix in a sequential way, which limits their acquisition time at the millisecond scale. In this work, we propose the development of the first experimental Mueller matrix polarimeter with a spectral encoding of the polarization, so as to parallelize the generation of polarization's states. The acquisition time of a Mueller matrix is thus limited by the acquisition time of the detector, and could be very short ($< \text{ms}$).

The aim of this thesis was, first of all, the experimental validation of the first Mueller matrix polarimeter by wavelength polarization coding, which was named the "snapshot Mueller matrix polarimeter". The instrument use a broadband source (10 nm), high order retarders and a spectrometer coupled with a CCD camera. The calibration of the instrument was done, and relies upon a detailed modeling of the optical elements at play. The precision of the polarimeter was estimated to 3%, thanks to measurements on well known media. The stabilization of the polarimeter was also considered, in order to take into account the deviations due to temperature changes, and strains applied on the optical fiber. Finally, two theoretical ways of optimization were proposed: the ideal choice of the thickness configuration for the retarders and the use of a two-channel polarimeter.

The instrument was then used to perform static and dynamic characterization of ferroelectric liquid crystal cells (pure and polymer-stabilized), in the SSFLC geometry. It first proved the benefits of the exploitation of Mueller matrices for the evaluation of structures in such samples, thanks to numerous parameters. Then, those studies proved the feasibility of following fast dynamic reorientations ($\sim 100 \mu\text{s}$) with a simple and rapid tool. Particularly, we showed that the smectic layers reorient during the "up"/"down" transition of a SSFLC cell.

Keys words: *optic, instrumentation characterization, polarisation, polarimetry, Mueller matrix, calibration, liquid crystals, ferroelectric liquid crystal, modelling, dynamic.*